

---

---

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОИСКИ И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

УДК 330.88, 338.5, 519.86

## ВЕРоятностная ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ. ОСНОВНЫЕ АКСИОМЫ, КОНЦЕПЦИИ И ПРИНЦИПЫ

**Кондратенко А.В.**

Новосибирский государственный университет  
экономики и управления «НИНХ»  
E-mail: anatolykon@gmail.com

**Логачева О.М.**

Новосибирский государственный университет  
экономики и управления «НИНХ»,  
Сибирский государственный университет геосистем и технологий  
E-mail: omboldovskaya@mail.ru

**Логачев А.В.**

Новосибирский государственный университет  
экономики и управления «НИНХ»,  
Сибирский государственный университет геосистем и технологий,  
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН  
E-mail: avlogachov@mail.ru

Современная рыночная экономика – это не просто сложная, динамическая, неравновесная, но еще и вероятностная система. Очевидная аналогия между многоагентными экономическими и многоатомными физическими системами используется в работе для развития вероятностной экономической теории с помощью формальных методов и подходов теоретической физики. Эта теория строится на базе пяти главных принципов, которые определяют главные действующие силы на рынке и основные особенности рыночной структуры и динамики.

*Ключевые слова:* физическая экономика, вероятностная экономика, агентный подход, функции спроса и предложения, рыночная цена, стационарные и нестационарные экономики.

## PROBABILISTIC ECONOMIC THEORY. GENERAL AXIOMS, CONCEPTS AND PRINCIPLES

**Kondratenko A.V.**

Novosibirsk State University of Economics and Management  
E-mail: anatolykon@gmail.com

**Logachova O.M.**

Novosibirsk State University of Economics and Management,  
Siberian State University of Geosystems and Technologies  
E-mail: omboldovskaya@mail.ru

**Logachov A.V.**

Novosibirsk State University of Economics and Management,  
Siberian State University of Geosystems and Technologies,  
Institute of Mathematics named after S.L. Sobolev  
E-mail: avlogachov@mail.ru

The modern market economy is not just complex, dynamic, non-equilibrium, but also probabilistic system. The obvious analogy between the many-agent economic and many-atom physical systems is used to develop probabilistic economic theory with the help of formal methods and approaches of theoretical physics. This theory is constructed on the basis of the five general principles, which determine the main driving forces in markets and principal features of market structures and dynamics.

*Keywords:* physical economics, probability economics, agent-based approach, supply and demand functions, market price, stationary and non-stationary economies.

**1. ВВЕДЕНИЕ**

Как устроен наш экономический рыночный мир на микроуровне, а именно на уровне индивидуумов и корпораций, выступающих в своей главной роли на рынке, в роли покупателей и продавцов различных товаров и услуг? Как работает рыночный механизм и к чему стремится рынок как единая структура, т.е. все сообщество его участников или игроков? А как функционирует вся рыночная экономика, включающая все рынки, государство, других стейкхолдеров, а также другие государства и их рынки и т.п.? Согласно каким законам и правилам люди и корпорации принимают свои решения относительно цен и количеств покупаемых и продаваемых ими товаров? Как устанавливается рыночная цена и может ли по этой цене на рынке каждый год регулярно продаваться один и тот же объем товаров? Как и почему на самом деле эта регулярность меняется со временем, иными словами, как и почему рынок постоянно растет и падает? Мы попытаемся ответить на эти и многие другие подобные вопросы в рамках новой экономической дисциплины, а именно физической экономики (ФЭ), использующей формальные методы физики для решения экономических проблем [6, 7, 9, 12–15].

На концептуальном уровне не все, но многие затронутые выше вопросы достаточно хорошо освещены в работах многих экономистов-классиков. В наиболее компактном и завершенном виде на качественном, можно сказать, эвристическом уровне ответы на эти вопросы можно найти в работах австрийской школы в политической экономии, прежде всего в фундаментальных работах К. Менгера [2] и Л. фон Мизеса [3], которые из самых общих принципов человеческой деятельности получили ответы на них с помощью логического метода. Но другие вопросы требуют от нас большего, чем просто качественного понимания, а именно количественных оценок рыночных процессов и прогнозов их развития. Как все эти ответы классической экономической теории могут быть выражены в терминах точных

наук, например, на языке физики и математики? С целью ответа на этот вопрос в данной работе по аналогии с физической теорией мы будем развивать математический аппарат экономической теории для аналитической и вычислительной работы с экономическими системами, их структурой и динамикой. В случае успеха это позволит нам говорить о дальнейшем развитии количественной экономической теории.

Не вызывает сомнения тот факт, что современная реальная экономика – это сложная, неравновесная, динамическая система. Поэтому можно и необходимо активно изучать ее структуру и динамику различными способами и с различных точек зрения. Наша точка зрения такова, что мы смотрим на экономику главным образом как на множество огромного количества разумно мыслящих и активно действующих людей, каждый из которых «не только *homo sapiens*, но и в не меньшей степени *homo agens*» [3, с. 17]. Для решения проблем и достижения целей эти действующие люди или, точнее, рыночные агенты вынуждены под воздействием постоянно изменяющихся жизненных и деловых обстоятельств принимать новые важные решения, связанные с покупкой и продажей товаров и услуг, производством, маркетингом, логистикой, контролем персонала и т.д. Как люди разумные они пытаются принимать такие решения, которые принесут наибольшую выгоду и отдачу от своих приложенных усилий. Такие рациональные решения могут быть приняты только на базе имеющейся в распоряжении достаточной информации относительно факторов, затрагивающих их интересы и решения. Поэтому люди постоянно находятся в процессе поиска и обработки важной для них новой рыночной информации. Но так устроен реальный мир и мы в том числе, что мы полностью никогда не обладаем достаточной и достоверной информацией об интересующих нас вещах, прежде всего из-за временных ограничений. Кроме того, в силу ограниченности наших умственных и технических способностей мы не всегда в состоянии правильно обрабатывать и интерпретировать даже ту информацию, которой располагаем в нужное время и в нужном месте.

Мы глубоко убеждены, что человеческая природа, а также природа рыночных экономических систем такова, что все наши знания о рынках только приблизительные, поэтому все наши рыночные решения могут быть только примерно правильными и оптимальными. Более того, в своей практической деятельности мы явно или неявно осознаем этот факт и учитываем его в процессе принятия решений и оценке их последствий. Выражаясь более строго, наши рыночные решения могут быть только вероятностными по своей природе. А поскольку, согласно нашему взгляду на рыночную экономику, все экономические процессы и явления – это исключительно результат действий всех агентов в экономике, то из всего вышесказанного неизбежно следует, что все экономические процессы и явления в рыночной экономике тоже в некоторой степени вероятностные по своей природе. Следовательно, остается только один шаг для получения фундаментального вывода, что рыночная экономика – это не просто сложная, динамическая, неравновесная, но она еще и вероятностная система [1, 3, с. 101; 4, с. 17, 81; 7, 8, 11, 12]. Поэтому для того чтобы дать достаточно полное описание таких сложных вероятностных систем, соответствующая экономическая теория должна также быть в значительной степени вероятностной. Для

этого, как минимум, необходимо включить в экономическую теорию концепцию неопределенности и вероятности на подходящем математическом уровне, т.е. развивать вероятностную экономическую теорию (ВЭ теория), более кратко, *вероятностную экономику* (ВЭ), достаточно адекватную современной экономической реальности. Наше исследование посвящено в основном достижению этой цели.

## 2. КОНЦЕПЦИЯ ФЭ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Концептуальное моделирование в экономике имело и продолжает иметь в наши дни большое значение. Например, первые и наиболее известные концепции неоклассической экономики – это концепции *спроса и предложения* (supply and demand, ниже *S&D*). В австрийской экономике одно из центральных мест по праву занимает так называемый метод идеальных или воображаемых конструкций [3, с. 223].

В теоретической физике не принято акцентировать внимание на использовании моделей, так как теоретическая физика сама по себе справедливо может рассматриваться как концептуальное математическое моделирование физических систем. Итак, в настоящей работе глубокие структурные и динамические аналогии между физическими многоатомными системами и многоагентными экономическими системами используются для того, чтобы концептуальные, аналитические и численные методы из теоретической физики перенести в теоретическую экономику. Этот перенос осуществляется с помощью метода ФЭ моделирования, концепция которого базируется на известных принципиальных идеях классической экономической теории, прежде всего австрийской экономики. Далее они объединяются и в конечном итоге с помощью дополнительных концепций из физики преобразуются в ВЭ. Это объединение организовывается с помощью формальных подходов и методов, заимствованных из теоретической физики, начиная с введения в экономическую теорию понятия формального экономического пространства, траекторий движения в нем рыночных агентов и всего рынка в целом, и заканчивая обоснованием принципиальной возможности использовать в экономической теории метода уравнений движения. Во избежание недоразумений подчеркнем еще раз, что роль теоретической физики состоит здесь только в предоставлении аппарата для построения ВЭ, которая шаг за шагом, с учетом одного принципа за другим, создает все более сложные ФЭ модели (ФЭМ), что неоднократно будет проиллюстрировано ниже на рисунках и графиках.

## 3. АКСИОМЫ И ПРИНЦИПЫ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ЭКОНОМИКИ

Вообще говоря, наш подход к проблеме адекватного количественного описания поведения агента на рынке, а также поведения рынка в целом базируется на двух достаточно простых аксиомах очень общего характера.

**1. Аксиома агентной идентичности.** *Все рыночные агенты одинаковы, только спрос и предложение у них различны.* Эта аксиома является отправной точкой ВЭ. Она говорит, что все рыночные агенты имеют общие или одинаковые свойства, зависящие главным образом от доходов и

расходов агентов, или, более строго, от их  $S&D$  на товары и услуги рынка. Именно  $S&D$  агентов главным образом определяют их рациональное экономическое поведение на рынках и в конечном итоге поведение всех рынков. Она указывает на возможность построения достаточно общих и точных моделей поведения агентов на рынке и, следовательно, всего рынка в целом. Она выводит нас на правильный путь для выяснения и определения общих свойств поведения рыночных агентов, что, в свою очередь, дает нам возможность выявить общие закономерности в ходе рыночных процессов. Это дает нам надежную основу для построения теоретических экономических моделей на довольно высоком научном уровне, используя физические и математические методы. Мы убеждены, что только эти типы общих рыночных явлений и процессов справедливо являются главными вопросами любого достаточно точного научного экономического исследования. Другими словами, эта аксиома заставляет нас фокусироваться на построении экономической теории как достаточно точной науки, на базе исследования поведения индивидуальных агентов (см. принцип методологического индивидуализма в [3, с. 42]) с точки зрения их  $S&D$ .

**2. Аксиома агентного различия.** *Все рыночные агенты различны.* Грубо говоря, эта аксиома работает, когда первая аксиома неверна. Таким образом, вторая аксиома определяет те аспекты поведения агентов на рынках, которые являются предметом исследования других наук более прикладной направленности, таких как маркетинг, поведенческая наука, управленческая экономика, психология, политика и др. Эти социальные науки имеют дело со специфическими нюансами и особенностями в поведении конкретных людей и сообществ в различных ситуациях и на различных рынках. Эти нюансы важны, конечно, при исследовании процесса принятия рыночных решений конкретными людьми в конкретных ситуациях, планирования их рыночных намерений и стратегий.

Здесь важно отдавать себе отчет, что в отличие, скажем, от неоклассической экономики, ВЭ строится не на основе намерений или планов действий рыночных агентов, а, скорее, на основе реальных рыночных решений и реальных действиях этих агентов на рынках. В этом принципиальном моменте, кстати, ВЭ смыкается с австрийской экономикой, особенно в интерпретации Л. фон Мизеса [3, с. 244].

Главной парадигмой ВЭ является для нас следующее утверждение: все рынки состоят из людей, покупателей некоторых товаров и одновременно продавцов других товаров. Все, что делает рынок, делают эти люди, и именно действие всех этих людей на рынке определяет все результаты работы этого рынка [3]. Аналогичное утверждение было сделано в свое время Р. Фейнманом относительно физических многоатомных систем [5]. Именно это обстоятельство позволяет нам установить аналогию между многоагентными рыночными экономическими системами и многоатомными физическими системами и перенести физические подходы и язык в экономическую теорию. На базе этой главной парадигмы ВЭ и с тщательным учетом всех основных особенностей человеческой деятельности, детально исследованных в [3], мы сформулировали пять принципов ВЭ.

**1. Агентный принцип.** Это наиболее важная концепция, касающаяся рынков. Она заключается в следующем: каждый рынок состоит из ры-

ночных агентов, покупателей и продавцов, достаточно сильно взаимодействующих друг с другом, причем склонных не только к конкуренции друг с другом, но и к взаимовыгодной социальной кооперации. Нет на рынках никаких других рыночных сил, кроме сил взаимодействия рыночных агентов между собой. Все, что происходит на рынках, делают взаимодействующие рыночные агенты, и поэтому только агентные модели (*agent-based models*) могут обеспечить разумную и надежную основу для любой современной экономической теории.

2. *Институциональный и средовой принцип.* Рынки никогда не бывают полностью закрытыми и свободными. Все рыночные агенты находятся под непрерывным влиянием со стороны многочисленных как внутренних, так и внешних сил и факторов. Наиболее важными из них являются, конечно, институции различного рода, такие как, например, государство, профсоюзы, законы, инновации и т.д. Не меньшую роль могут играть и такие силы и факторы внешней среды, как другие рынки и экономики, включая иностранные, а также природные и техногенные процессы и т.д. Влияние, оказываемое каждой из этих сил и факторов на структуру рыночных цен и на поведение рынка, может быть сопоставимо с эффектом от взаимодействия рыночных агентов друг с другом. Таким образом, влияние институциональных и средовых факторов должно быть адекватно принято к рассмотрению в моделях одновременно со взаимодействием между рыночными агентами.

3. *Динамический и эволюционный принцип.* Современные рынки – это сложные нелинейные неравновесные динамические системы, так как все рыночные агенты находятся в постоянном движении в поиске выгодных связей друг с другом для покупки или продажи товаров и услуг. Покупатели стремятся купить так дешево, насколько это возможно, а продавцы хотят получить наибольшую возможную цену. Математически мы можем описать этот зависящий от времени динамический и эволюционный рыночный процесс как движение в некотором формальном экономическом пространстве рыночных агентов, действующих согласно объективным экономическим законам. Поэтому это движение имеет в некоторой степени детерминированный характер, а само рыночное движение или эволюция рыночной системы во времени может быть приближенно описано с помощью уравнений движения, аналогичных уравнениям движения в физике, например, уравнениям Лагранжа или Шредингера.

4. *Принцип максимизации торговли.* На относительно свободных рынках покупатели и продавцы сознательно и намеренно вступают в торговые сделки друг с другом, так как они заключают сделки только на таких условиях, по которым они получают некоторую выгоду, которая устраивает каждого из них. Совсем не обязательно, что они будут стремиться максимизировать свою прибыль в каждой заключаемой сделке, так как они понимают, что сделки могут быть только взаимовыгодными. Но они пытаются обычно увеличить свою финансовую выгоду с помощью заключения максимально возможного числа таких взаимовыгодных сделок. Таким образом, можно утверждать, что рынок в целом стремится к заключению максимально возможного объема сделок за определенный период времени, причем максимального объема сделок или торговли в денежном выражении, так как агенты, естественно, стремятся увеличить именно свою прибыль

в деньгах. Следовательно, рыночная динамика может быть приближенно описана (и даже могут быть получены приближенные уравнения движения для рыночных агентов) с помощью применения принципа максимизации торговли к рыночной системе в целом.

5. *Принцип неопределенности и вероятности.* Неопределенность и вероятность – существенные части человеческой деятельности на рынках. Это обусловлено самой природой человеческих рассуждений, а также фундаментальной человеческой неспособностью точно предсказывать будущее состояние рынков. Более того, состояние рынка и итоги его работы согласно агентному принципу есть результат непрерывных действий многочисленных агентов, и, кроме того, согласно институциональному и средовому принципу рынки постоянно находятся под действием различных институтов и факторов внешней среды. По этим причинам все рыночные агентные решения и действия, а, следовательно, и все рыночные процессы и явления по своей природе являются вероятностными, поэтому они могут быть адекватно описаны только путем применения вероятностных математических методов и моделей.

Мы полагаем, что на базе этих пяти принципов принципиально возможно достаточно полно и адекватно описывать основные структурные и динамические свойства рыночных экономических систем и рыночных процессов в них.

#### 4. КЛАССИЧЕСКИЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

**4.1. Двухагентная нестационарная экономика.** Ниже при построении ФЭМ будем последовательно вводить в них концепции и принципы ВЭ, на базе которых будем строить каркасы моделей, которые, в свою очередь, будем шаг за шагом наполнять новым конкретным содержанием. Начнем с построения простейших ФЭМ с помощью аналогий и формальных методов классической механики. Такие классико-механические модели мы будем для краткости ниже называть классическими экономиками. Естественно, в построении будут использоваться только первые четыре принципа, так как только они имеют аналоги в классической механике.

Итак, на рис. 1 изображена типичная условная графическая ФЭМ экономической системы. Основной структурный элемент ФЭМ – это экономическая подсистема, или, проще говоря, рынок, состоящий из определенного количества взаимодействующих между собой покупателей и продавцов. Этот рынок не является замкнутой или закрытой системой, поскольку он находится также непременно под непрерывным воздействием его институциональной и внешней окружающей среды. Для краткости такие открытые ФЭМ будем называть просто экономикой. Далее с целью получения возможности математически описывать динамику экономики, по аналогии с физикой поместим экономику в некие специальным образом сконструированные искусственные, или формальные, экономические пространства «цены-количества» ( $PQ$ -пространства), соответствующие двум наборам независимых переменных, цен  $P$  и количеств  $Q$  для всех торгуемых на рынке товаров (рис. 1). Для ясности, названия независимых переменных и соответствующих им осей координат обозначим большими буквами. Несмотря

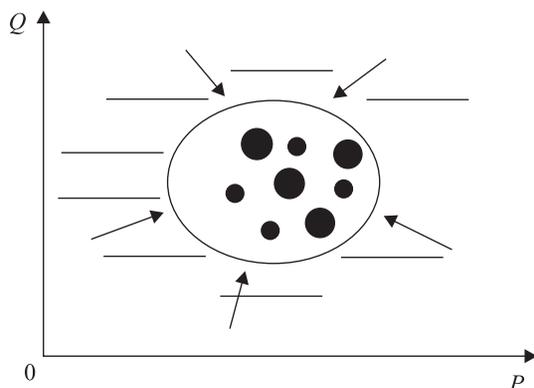


Рис. 1. Графическая модель многоагентной рыночной экономики в экономическом многомерном пространстве «цена–количество». Оно схематично изображено в обычной прямоугольной многомерной координатной системе  $[P, Q]$ , где  $P$  и  $Q$  на координатных осях обозначают цену и количество для всех товаров. Наша модель экономики состоит из рынка и институциональной и внешней среды. Рынок состоит из покупателей (маленькие точки) и продавцов (большие точки), покрытых условной сферой. Очень много людей, институтов, естественных других факторов могут представлять внешнюю среду (заштрихованная область за сферой) рынка, которая оказывает влияние на рыночных агентов (это влияние отмечено стрелками, направленными из внешней среды вовнутрь сферы)

на свою кажущуюся простоту введенная нами концепция многомерного экономического  $PQ$ -пространства имеет большое значение в ВЭ, так как она дает принципиальную возможность описывать динамику экономических систем на математическом и графическом языках так, как это давно принято делать в физике.

Давайте опишем такой подход к изучению динамики или эволюции экономики в рамках ВЭ на примере простейшей ФЭМ, а именно однотоварной двухагентной экономики, т.е. экономики с одним покупателем и одним продавцом, торгующим одним товаром, например, зерном. Пусть функции  $p^D(t)$  и  $q^D(t)$  обозначают цену и количество товара для покупателя, желаемые или выставяемые им во время переговоров с продавцом о купле-продаже в определенный момент времени  $t$ . Аналогично функции  $p^S(t)$  и  $q^S(t)$  будут обозначать цену и количество товара, предлагаемые или выставяемые продавцом во время переговоров с покупателем на рынке. По своему смыслу введенные выше значения цен и количеств есть основное содержание агентных заявок на покупку или продажу товара. Для краткости будем называть эти желаемые или предлагаемые значения цен и количеств просто котировками покупателя и продавца. А такую линию поведения агентов на рынке будем называть точечной стратегией, поскольку в каждый момент времени  $t$  эти котировки представляются одной точкой в двумерном  $PQ$ -пространстве, например, точкой с координатами  $p^D(t)$ ,  $q^D(t)$  для покупателя и т.д. Эти котировки выставяются, конечно, с учетом всех обстоятельств, влияющих на работу рынка: институтов и т.п. При этом они могут быть, а могут и не быть публично заявлены покупателем и продавцом, в зависимости от установленных правил работы на рынке. На наш взгляд, выставления этих котировок рыночными агентами – суть наиболее

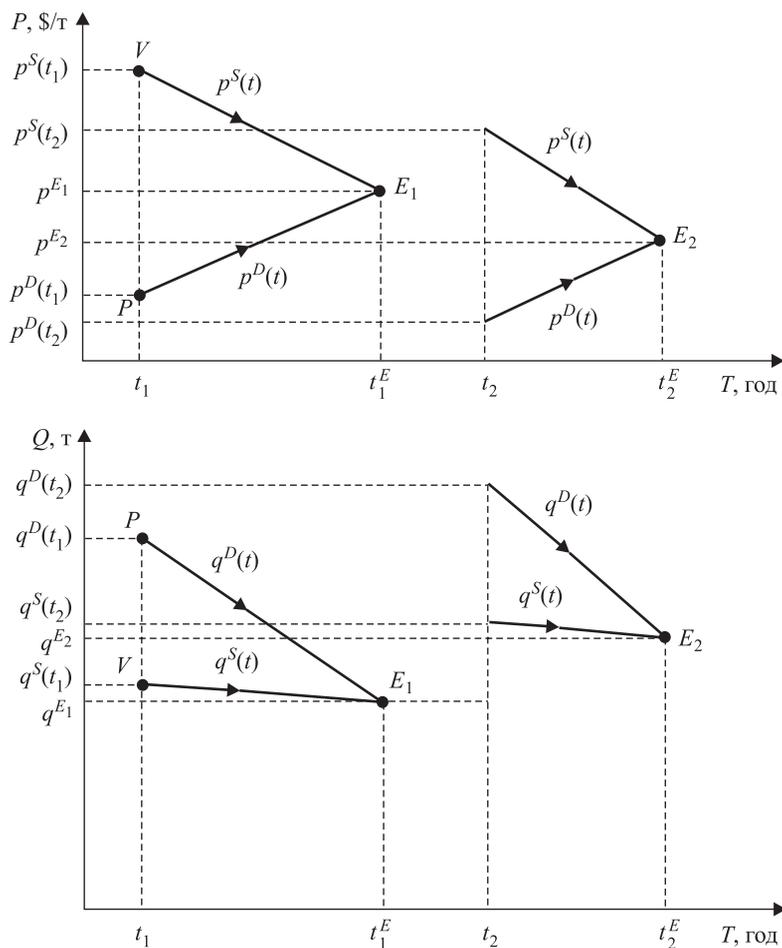


Рис. 2. Диаграмма траекторий движения покупателя и продавца изображает динамику классической двухагентной рыночной экономики в экономическом пространстве цены (сверху) и экономическом пространстве количества (снизу). В совокупности обе части представляют эволюцию экономики во времени в двумерном  $PQ$ -пространстве. Размерность времени  $T$  – год, размерность переменной цены  $P$  – \$/т (долл. за т), размерность переменной количества  $Q$  – т

главного рыночного феномена в реальной жизни рыночной, а именно рыночного процесса [3, с. 313], приводящего в конечном итоге к конкретным актам выборов и действий рыночных агентов, которые реализуются покупателями и продавцами путем заключения между собой сделок купли-продажи. Графически изобразим эти котировки как траектории движения агентов в  $PQ$ -пространстве. В реальной рыночной жизни эти котировки являются дискретными функциями от времени, но для простоты изобразим их графически (так же как и функции  $S&D$ ) как непрерывные прямые линии. Такое приближение не приводит в данном случае к потере общности, поскольку эти функции призваны здесь только иллюстрировать самые общие детали механизма работы рынка (рис. 2).

Будем говорить для краткости об этом совокупном движении агентов как о поведении рынка, а иногда как об эволюции экономики во времени.

Все эти термины являются, по сути, синонимами в данном контексте обсуждения. Таким образом, выставляя желаемые цены и количества, покупатели и продавцы принимают участие в рыночном процессе и действуют как люди, участвующие в торговых переговорах (*homo negotians*), стремящиеся выторговать для себя наилучшие условия при заключении сделки и достичь осуществления своих рыночных целей, отражением которых являются их рыночные котировки. Пусть  $t_1^E$  – первый момент времени, в который пересекаются графики функций  $p^D(t)$  и  $p^S(t)$ ,  $q^D(t)$  и  $q^S(t)$ . Тогда цена

$$p^{E_1} = p^D(t_1^E) = p^S(t_1^E)$$

называется первой рыночной равновесной ценой. Аналогично количество

$$q^{E_1} = q^D(t_1^E) = q^S(t_1^E)$$

называется первым рыночным равновесным количеством. Таким образом, в момент времени  $t_1^E$  интересы покупателя и продавца оптимально удовлетворены и, следовательно, заключается сделка. При этом агентами, естественно, в ходе рыночного процесса (переговоров и изменения котировок) неявным образом принималось во внимание влияние внешней окружающей среды и институциональных факторов на этом и других рынках, т.е. во всей экономике в целом. Здесь можно заметить схожесть в движении многоагентной экономической системы в экономическом пространстве (описываемом с помощью траекторий покупателя  $p^D(t)$ ,  $q^D(t)$  и траекторий продавца  $p^S(t)$ ,  $q^S(t)$ ) и в движении соответствующей многоатомной физической системы в физическом пространстве (описываемом траекториями частиц  $x(t)$ ), которые также являются объектом определенного физического принципа максимизации, а именно принципа наименьшего действия. На рис. 2 дается графическое представление этих траекторий движения агентов в зависимости от времени с помощью подходящих систем координат время–цена ( $T, P$ ) и время–количество ( $T, Q$ ), аналогично тому, как происходит построение траекторий частиц в классической механике. Заметим, что на рис. 2 отражается определенная стандартная ситуация на рынке, в которой покупатель и продавец намеренно встречаются в момент времени  $t_1$  и начинают обсуждать потенциальную сделку путем взаимного изменения информации об их условиях, прежде всего желаемых цен и желаемого количества товаров. Во время переговоров они непрерывно меняют свои котировки до тех пор, пока не соглашаются на окончательные условия по цене  $p^{E_1}$  и количеству  $q^{E_1}$  в момент времени  $t_1^E$ . Такая простейшая «переговорная» рыночная модель применима, например, для экономики вымышленного острова, на котором, скажем для определенности, раз в году путем переговоров происходит торговля зерном между фермером и охотником. Для определенности будем считать, что для расчетов используется американский доллар.

На рис. 2, как и на последующих, используются стрелки для отражения направления движения агентов во время рыночного процесса.

Итак, в нашей переговорной ФЭМ вплоть до момента  $t_1$  рынок находится в простейшем состоянии покоя, здесь нет торговли вообще. В момент

времени  $t_1$  на рынке появляются покупатель и продавец зерна, которые устанавливают свои начальные желаемые цены и количество зерна  $p^D(t_1)$ ,  $p^S(t_1)$  и  $q^D(t_1)$ ,  $q^S(t_1)$ . Точки  $P$  и  $V$  на графике показывают положение покупателя и продавца в начальный момент времени  $t_1$ , когда начинаются торговые переговоры. Естественно, пожелания покупателя и продавца сразу не совпадают, покупатель хочет низкую цену, но продавец борется за более высокую. Однако оба желают заключения сделки, в противном случае фермер и охотник будут иметь трудный следующий год. Переговорный процесс продолжается, рыночный процесс изменения агентами их котировок отражает его ход. Как результат позиции рыночных агентов сходятся и они совпадают в момент времени  $t_1^E$ , который соответствует точке пересечения траекторий  $E_1$  на графиках.

На взаимовыгодных условиях в момент времени  $t_1^E$  осуществляется добровольная сделка. Далее рынок снова погружается в состояние покоя до следующего урожая и выставления его на продажу в следующем году в момент времени  $t_2$ . Урожай в новом сезоне вырос, поэтому  $q^S(t_2) > q^S(t_1)$ . В этом случае продавец, очевидно, вынужден сразу установить стартовую цену ниже,  $p^S(t_2) < p^S(t_1)$ , пока покупатель, воспользовавшись возможностью, также понижает свою цену и увеличивает свое количество зерна:  $p^D(t_2) < p^D(t_1)$  и  $q^D(t_2) > q^D(t_1)$ . В этом случае естественно ожидать, что траектории покупателя и продавца будут немного отличаться, и соглашение между покупателем и продавцом будет достигаться с другими параметрами, чем в предыдущий раунд торгов.

Условно будем описывать ситуацию на рынке в каждый момент времени с помощью множества реальных рыночных цен и количеств реальных сделок, которые действительно происходят на рынке. Как видим на рис. 2, в нашей модели пока реальные сделки происходят на рынке только в моменты  $t_1^E$  и  $t_2^E$ , когда справедливы следующие условия рыночного равновесия (точки  $E_i$ ):

$$p^D(t_i^E) = p^S(t_i^E) = p^{E_i}, \quad q^D(t_i^E) = q^S(t_i^E) = q^{E_i},$$

$$D^0(t_i^E) = S^0(t_i^E) = MTV(t_i^E), \quad i = 1, 2.$$

В этих формулах используются несколько новых понятий и определений, смысл которых требует объяснения. Дадим их довольно подробно, поскольку это важно для понимания последующего изложения ВЭ. Во-первых, в современной экономической теории концепция  $S&D$  играет одну из центральных ролей. Интуитивно, на качественном описательном уровне все экономисты понимают, что означает эта концепция. Сложности и расхождения появляются только на практике при попытках дать математическое толкование этим понятиям и развить адекватный метод их вычисления и измерения. Для этой цели были развиты различные теории, содержащие различные математические модели  $S&D$ . В этих теориях различные функции  $S&D$  используются для формального определения и количественного описания  $S&D$ .

В этой работе будем также неоднократно давать различные математические представления этой концепции в рамках ВЭ, дополняющих друг

друга. Например, в рамках нашей двухагентной классической экономики определяем полные функции  $S&D$  следующим образом:

$$D^0(t) = p^D(t) \times q^D(t), \quad S^0(t) = p^S(t) \times q^S(t). \quad (1)$$

В (1) определили в каждый момент времени  $t$  полную функцию спроса покупателя,  $D^0(t)$ , и полную функцию предложения продавца,  $S^0(t)$ , как произведение их котировок цены и количества. Эти функции легко могут быть изображены в системе координат времени и  $S&D$ , а именно  $[T, S&D]$ , как это сделано на рис. 3, где показана диаграмма полных функций  $S&D$ .

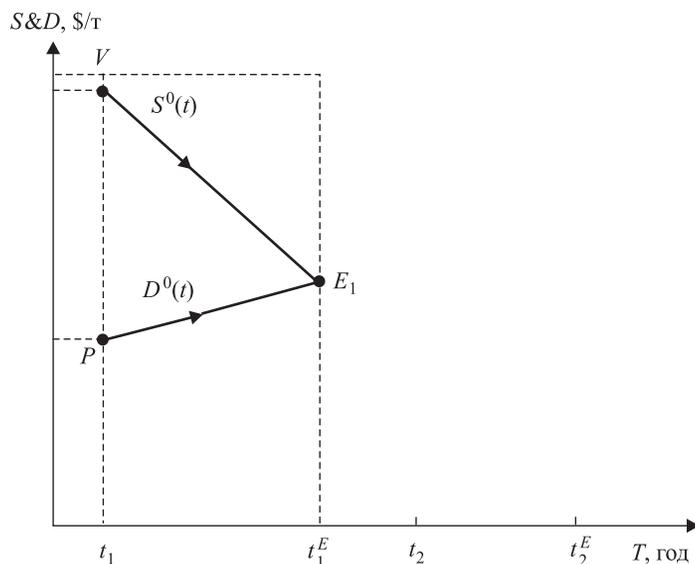


Рис. 3. Диаграмма полных функций  $S&D$ , отражающая динамику классической двухагентной рыночной экономики в системе координат  $[T, S&D]$  в первом временном интервале  $[t_1, t_1^E]$

Как и ожидалось, полные функции  $S&D$  тоже пересекаются в равновесной точке  $E_1$ . Более строго, равновесная точка по своему определению – это именно такая точка на диаграмме, где котировки цены и количества покупателя и продавца равны. То, что полные функции  $S&D$  тоже равны в этой точке, является простым следствием определения их и равенства цен и количеств в ней.

Последнее замечание здесь касается формулы для оценки объема торговли на рынке,  $MTV(t_i^E)$ , между покупателем и продавцом, где они приходят к взаимному пониманию и заключению сделки в равновесной точке  $E_i$ . Ясно, что для получения торгового оборота (общего объема всех сделок в этом случае) можно просто перемножить равновесные значения цены и количества, что следует из вышеприведенной формулы. Размерность торгового оборота является результатом произведения размерностей цены и количества; в этом примере это \$. То же справедливо и для размерностей полных функций  $S&D$ , а именно  $D^0(t)$  и  $S^0(t)$ . Из рис. 3 можно сделать очевидный вывод, что именно в точке равновесия объем продаж достигает максимального значения. Этот самоочевидный и тривиальный в данном

случае результат имеет, на наш взгляд, довольно общий и принципиальный характер: из него можно вывести предположение, что рынки стремятся к достижению равновесия, в котором достигается максимальный объем продаж в денежном выражении. Можно сформулировать это утверждение по-другому, в виде следующей гипотезы: рынки стремятся к максимальному объему продаж, которое достигается в условиях равновесия, что согласуется с принципом максимизации торговли.

Далее также по аналогии с классической механикой можем рассматривать эти цены и количества котировок как траектории движения рыночных агентов в двумерном экономическом  $PQ$ -пространстве с использованием системы координат  $[P, Q]$  так, как это показано на рис. 4.

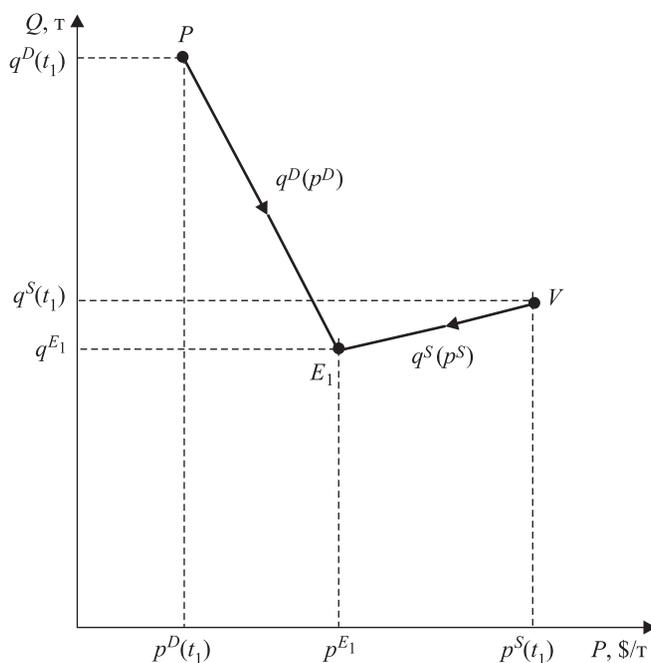


Рис. 4. Динамика классической двухагентной рыночной экономики в двумерном экономическом пространстве «цены–количества» в первом временном интервале  $[t_1, t_1^E]$

Уточним, что время  $t$  в этом параметрическом представлении функций  $S&D$  является неявным параметром. В принципе, это параметрическое представление не дает ничего нового по сравнению с рис. 2 и 3. Тем не менее здесь есть один интересный нюанс – сходство этой диаграммы с традиционной картиной в неоклассической модели  $S&D$ , а именно с крестом Маршалла. Коснемся этого вопроса подробно в других работах. А сейчас разберем некоторые особенности на рис. 4. Во-первых, как это показывают стрелки, покупатель и продавец движутся в направлении друг друга относительно цены, продавец ее снижает, а покупатель, наоборот, повышает. Таким образом, отражаются нормальные рыночные переговорные процессы. Во-вторых, обычно во время переговоров котировки количества снижаются обоими, и покупателем, и продавцом. Ясно, что все агенты хотят купить или

продать меньшее количество товаров по компромиссной рыночной цене, чем по желаемым ценам, заявленным ими в начале торговли. Эти факторы в совокупности определяют то, что наклон кривой спроса  $q^D(p^D)$  отрицательный, а наклон кривой предложения  $q^S(p^S)$  положительный, как и «положено» функциям  $S&D$  в неоклассической модели.

Перейдем от простейшей экономики к более развитой экономике, в которой фермер и охотник постепенно переходят от дискретной торговой системы (одна сделка в год) к непрерывной торговой системе на рынке. Вообще говоря, переговоры в такой экономике по определению ведутся непрерывно и сделки заключаются непрерывно, в зависимости от нужд покупателя и продавца. Это может продолжаться много лет. Принимая во внимание этот новый долгосрочный взгляд, целесообразно изменить кое-что в методе описания работы рынка. Под котировками количества товаров сейчас более удобно представлять количество товаров в конкретный приемлемый период времени, например, год, если исследования связаны с работой рынка за очень длительный период. В этом случае размерность количества представляется как т/год.

На рис. 5, 6 показано, как графически возможно представить работу рынка за длительный промежуток времени. Ранее мы видели, что установление равновесия происходило в точке  $E$ ; конечно, заключались сделки и

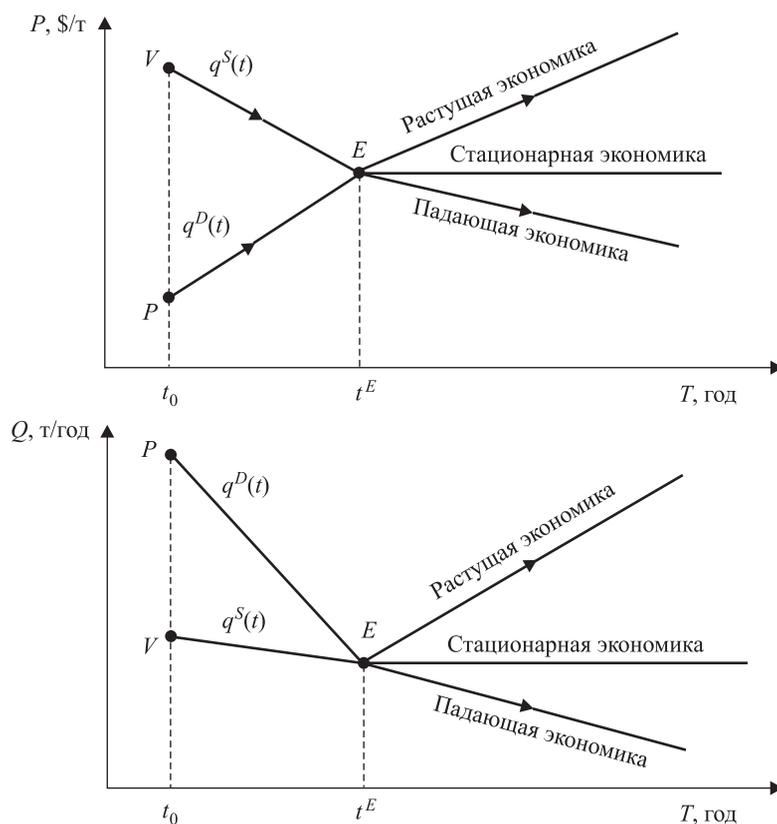


Рис. 5. Классические стационарная и нестационарные двухагентные рыночные экономики в координатных системах  $[T, P]$  и  $[T, Q]$  в системе координат  $[P, Q]$ .

до этого положения, но это не приносило максимального удовлетворения участникам рынка. Это побуждало агентов продолжать искать долгосрочные компромиссы в ценах и количествах. После достижения равновесия объем торговли достигает максимума и поэтому участники рынка пытаются и дальше поддерживать это равновесие.

Здесь в теории появляется следующее разветвление (рис. 6, 7).

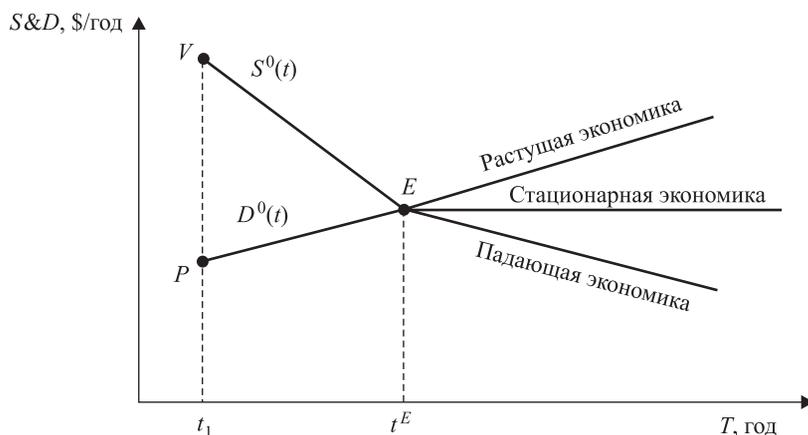


Рис. 6. Классические стационарная и нестационарные двухагентные рыночные экономики в координатной системе  $[T, S\&D]$

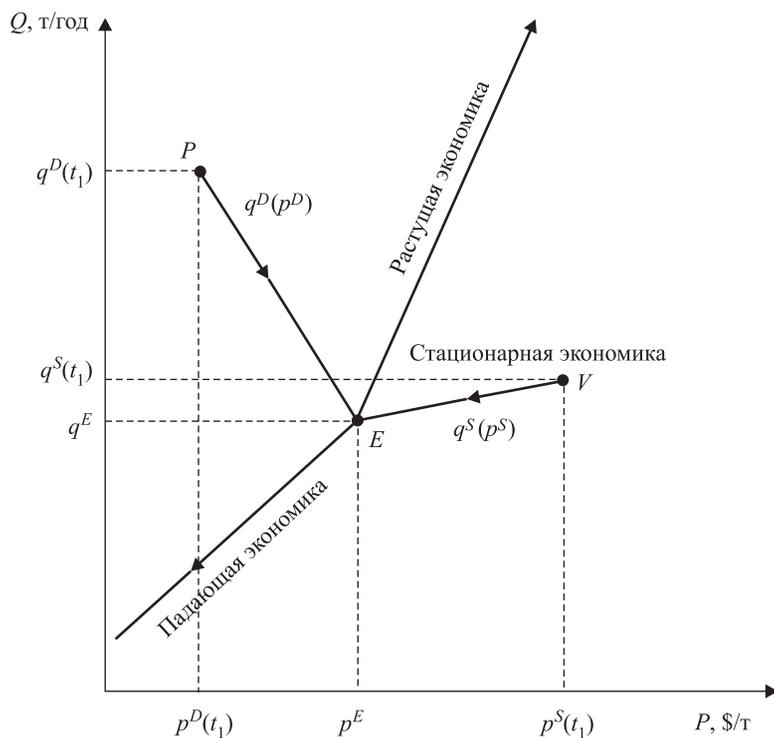


Рис. 7. Классические стационарная и нестационарные двухагентные рыночные экономики в экономическом пространстве «цена-количества»

Если котировки прекращают меняться, то экономика переходит в стационарное состояние, в котором как бы совсем исчезает зависимость от времени. Это особенно заметно на рис. 7, где этот вид стационарного состояния описывается одной точкой  $E$ . Будем называть экономику в стационарном состоянии просто стационарной экономикой.

Но в том случае, если в экономике котировки меняются со временем, то такую экономику будем называть зависящей от времени или нестационарной экономикой. Именно такие классические нестационарные экономики изучали до сих пор в этой статье. На рис. 6, 7 такая экономика представлена двумя линиями, исходящими из равновесной точки  $E$ , в зависимости от ее поведения. Если равновесное количество растет, то экономика – растущая, а если убывает, то экономика – падающая (рис. 6). Как правило, в этих случаях, полные  $S&D$  ведут себя одинаково (рис. 6). Отметим, что в данной слегка измененной модели размерности полных  $S&D$  также изменились на \$/год.

**4.2. Многоагентная одотоварная экономика.** Несколько усложним модель классической экономики путем включения в нее нескольких покупателей и продавцов. Понятно, что каждый рыночный агент будет иметь свою траекторию в  $PQ$ -пространстве. В принципе, они могут существенно отличаться. Тем не менее есть основания считать, что поведение всех покупателей в целом будет очень похожим. Конечно, это справедливо и для продавцов. Причина этого явления в следующем: существует интенсивный информационный обмен на рынке, посредством которого достигается координация действий между покупателями, между продавцами, а также между покупателями и продавцами. Эта координация направлена на то, чтобы помочь рынку достичь максимального объема торговли, поскольку именно во время процесса торговли ставится последняя точка в длительном процессе предварительных бизнес-операций: производства, финансирования, логистики и т.д. Это в точности то, о чем упоминалось ранее, как социальное сотрудничество рыночных агентов. Например, естественно ожидать, что все покупатели ведут себя на рынке примерно одинаково, так как все они руководствуются в своем поведении на рынке одним и тем же принципом: купить как можно дешевле столько, сколько нужно или чуть больше. То же самое справедливо и для продавцов, для которых основной принцип: продать как можно дороже весь товар.

Следовательно, можно сделать важный вывод: траектории всех покупателей в  $P$ -пространстве будут близки друг к другу. Поэтому совокупность всех траекторий покупателей может быть графически представлена в виде относительно узкой «трубки», в которой будут построены траектории всех покупателей. Также возможно представить все траектории цен покупателей с помощью отдельной усредненной траектории,  $p^D(t)$ , что мы сделаем ниже. То же самое можно сделать и для продавцов; их отдельную усредненную траекторию обозначим как  $p^S(t)$ .

Совершенно другую ситуацию имеем с траекториями количеств, так как каждый рыночный агент может иметь очень разные величины количества, но при этом поведение кривых покупателей (продавцов) может быть относительно похожим друг на друга. Рассуждая таким образом, мо-

жем установить некоторые закономерности в поведении рынка в целом, руководствуясь здравым смыслом и логическим методом. Так как котировки количества реальны или действительны в классических моделях, можем сложить их для того, чтобы получить котировки количества всего рынка, т.е. для агрегированных  $S&D$  на рынке,  $q^D(t)$  и  $q^S(t)$ . Следует сделать это отдельно для покупателей и продавцов:

$$q^D(t) = \sum_{n=1}^N q_n^D(t), \quad q^S(t) = \sum_{m=1}^M q_m^S(t), \quad (2)$$

где суммирование котировок количества происходит формально для рынка, состоящего из  $N$  покупателей и  $M$  продавцов.

Из формулы (2) следует, что в момент времени  $t$  усредненные цены покупателей и продавцов, другими словами, средние цены агрегированного спроса и предложения на рынке, могут быть найдены следующим очевидным образом:

$$p^D(t) = \frac{D^0(t)}{q^D(t)} = \frac{\sum_{n=1}^N D_n^0(t)}{q^D(t)} = \frac{\sum_{n=1}^N q_n^D(t) p_n^D(t)}{q^D(t)},$$

$$p^S(t) = \frac{S^0(t)}{q^D(t)} = \frac{\sum_{m=1}^M S_m^0(t)}{q^D(t)} = \frac{\sum_{m=1}^M q_m^S(t) p_m^S(t)}{q^D(t)},$$

где  $D_n^0(t)$  и  $S_m^0(t)$  – полные функции  $S&D$  для  $n$ -го покупателя и  $m$ -го продавца соответственно, а  $D^0(t)$  и  $S^0(t)$  есть, по определению, полные функции  $S&D$  для всего рынка в целом, т.е. полные агрегированные функции  $S&D$ .

В данном приближении для многоагентного рынка можно, в принципе, начертить рисунки типа рис. 2–7, но они, конечно, выглядеть будут уже совсем по-другому, поскольку торговый процесс на многоагентном рынке значительно отличается от торгового процесса путем прямых переговоров на двухагентном рынке.

## 5. ВЕРОЯТНОСТНАЯ ЭКОНОМИКА

Наступил самый интригующий момент в изложении ВЭ – необходимо включить в теорию пятый принцип – принцип неопределенности и вероятности. Будем включать его в теорию таким образом, чтобы, во-первых, была хорошо видна аналогия с теоретической физикой (процедура квантового продолжения или перехода от классической механики к квантовой механике), и, во-вторых, чтобы не потерять ключевые аспекты описания экономического, т.е. осмысленного и рационального, поведения агентов на рынке. Последнее касается, прежде всего, процесса принятия решения агентов о стратегии поведения на рынке, а также метода математического представления их рыночных действий, реализующих эти решения агентов. Ограничимся в данной работе описанием только двухагентной однотоварной стационарной экономики в пространстве цены. Очевидно, что учет

принципа неопределенности и вероятности должен тем или иным способом привести нас от точечной стратегии агентов к некоторой непрерывной стратегии. Математически сделаем этот переход ровно так же, как в теоретической физике делается переход от временных траекторий частиц к распределениям вероятности нахождения частиц в пространстве. А именно перейдем от описания временных ценовых траекторий  $p(t)$  в классической экономике к рассмотрению непрерывных распределений вероятностей цен  $D(p)$  и т.д. Остановимся еще раз кратко на обосновании такого подхода в рамках ФЭ моделирования. Рыночные агенты, вынужденные постоянно работать на рынке в условиях непрерывно изменяющейся на ней ситуации, осознают, что заявленных ими в рамках точечной стратегии цен и количеств может не быть на рынке в данный период времени. На основе предыдущего опыта работы на рынке они прекрасно осведомлены о том, что им не может быть точно известна ситуация на рынке в данный момент времени, и тем более, они не могут точно знать о том, как сложится ситуация с ценами и количествами на рынке даже в ближайшем будущем. Они уже привыкли работать в условиях большой неопределенности на рынке, несущей с собой высокие риски и обусловленные ими потенциальные издержки. Как результат они осознают, что на рынке следует всегда рассматривать все свои решения и действия как возможные с определенной степенью вероятности. Это вероятностный аспект процесса принятия рыночных решений имеет огромное значение для понимания поведения агентов на рынке и всего рынка в целом [3, 10]. Рыночные агенты думают и действуют как *homo oscillans* (человек колеблющийся). Поэтому они выходят на рынок в реальности не с точечными, а с вероятностными стратегиями, которые могут быть представлены непрерывными распределениями вероятностей с определенными ширинами, коррелирующими с величиной неопределенности в рыночной ситуации в данный период времени. Схематически такие вероятностные функции  $S$  и  $D$  для некоторой двухагентной стационарной экономики представлены на рис. 8.

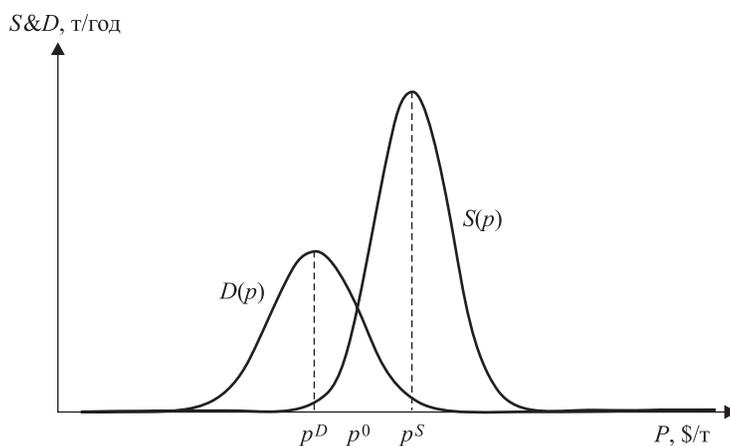


Рис. 8. Вероятностные функции спроса покупателя  $D(p)$  и предложения продавца  $S(p)$  для двухагентной стационарной экономики с одним торгуемым товаром

На рис. 8 изображены агентные вероятностные функции спроса  $D(p)$  и предложения  $S(p)$ , нормированные следующим очевидным образом:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} D(p)dp = D^0, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} S(p)dp = S^0,$$

где  $D^0$  и  $S^0$  – полный спрос и предложение покупателя и продавца соответственно:

$$D^0 = p^D \cdot q^D, \quad S^0 = p^S \cdot q^S.$$

Очевидно, что эти агентные вероятностные функции  $S$  &  $D$  непременно пересекутся в некоторой равновесной точке  $p^0$ , находящейся между наиболее вероятными ценами покупателя и продавца ( $P^D$  и  $P^S$  соответственно). Очевидно также, что в первом приближении эту равновесную цену  $p^0$  можно принять за рыночную цену в данный период времени. Более подробно вероятностные функции  $S$  &  $D$  будут исследованы и описаны нами в последующих работах.

### Литература

1. Вальтух К.К. О разработке вероятностной экономической теории // Вестник Российской академии наук. 2008. Т. 78. № 1. С. 28–41.
2. Менгер К. Избранные работы. Основания политической экономии. М.: Издательский дом «Территория будущего», 2005. 496 с.
3. Мизес Л. Человеческая деятельность: Трактат по экономической теории. Челябинск: Социум, 2005. 878 с.
4. Нейман Д., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970. 708 с.
5. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 1. М.: Мир, 1976. 440 с.
6. Чернавский Д.С., Старков Н.И., Щербаков А.В. О проблемах физической экономики // УФН. 2002. Т. 172. № 9. С. 1045–1066.
7. Ball P. Physical Modelling of Human Social Systems // Complexus. 2003. Vol. 1. P.190–206.
8. Farjoun E., Machover M. Laws of Chaos: a Probabilistic Approach to Political Economy. London: Verso Editions and NLB, 1983. 266 p.
9. Farmer J.D., Shubik M., Smith E. Is Economics the Next Physical Science? // Physics Today. 2005. Vol. 58. № 9. P.37–42.
10. Gilboa I., Postlewaite A.W., Schmeidler D. Probability and Uncertainty in Economic Modeling // Journal of Economic Perspectives. 2008. Vol. 22. № 3. P. 173–188.
11. Keynes J.M. A Treatise on Probability. London: Macmillan & Co, 1921. 466 p.
12. Kondratenko A.V. Physical Modeling of Economic Systems. Classical and Quantum Economies. Novosibirsk: Nauka, 2005. 27 p.
13. Kondratenko A.V. Probabilistic Economic Theory. Novosibirsk: Nauka, 2015. 305 с.
14. Mantegna R.N., Stanley H.E. An introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1999. 148 p.
15. Richmond P., Mimkes J., Hutzler S. Econophysics and Physical Economics. Oxford: Oxford University Press, 2013. 272 p.

### Bibliography

1. Val'tuh K.K. O razrabotke veroyatnostnoj jekonomicheskoy teorii // Vestnik Rossijskoj Akademii Nauk. 2008. Vol. 78. № 1. P. 28–41.
2. Menger K. Izbrannye raboty. Osnovaniya politicheskoy jekonomii. M.: Izdatel'skij dom «Territorija budushhego», 2005. 496 p.

3. *Mizes L.* Chelovecheskaja dejatel'nost': Traktat po jekonomicheskoj teorii. Cheljabinsk: Socium, 2005. 878 p.
4. *Nejman D., Morgenshtern O.* Teorija igr i jekonomicheskoe povedenie. M.: Nauka, 1970. 708 p.
5. *Fejnman R., Lejton R., Sjends M.* Fejnmanovskie lekicii po fizike. Vol. 1. M.: Mir, 1976. 440 p.
6. *Chernavskij D.S., Starkov N.I., Shherbakov A.V.* O problemah fizicheskoj jekonomiki // UFN. 2002. Vol. 172. № 9. P. 1045–1066.
7. *Ball P.* Physical Modelling of Human Social Systems // Complexus. 2003. Vol. 1. P. 190–206.
8. *Farjoun E., Machover M.* Laws of Chaos: a Probabilistic Approach to Political Economy. London: Verso Editions and NLB, 1983. 266 p.
9. *Farmer J.D., Shubik M., Smith E.* Is Economics the Next Physical Science? // Physics Today. 2005. Vol. 58. № 9. P. 37–42.
10. *Gilboa I., Postlewaite A.W., Schmeidler D.* Probability and Uncertainty in Economic Modeling // Journal of Economic Perspectives. 2008. Vol. 22. № 3. P. 173–188.
11. *Keynes J.M.* A Treatise on Probability. London: Macmillan & Co, 1921. 466 p.
12. *Kondratenko A.V.* Physical Modeling of Economic Systems. Classical and Quantum Economies. Novosibirsk: Nauka, 2005. 27 p.
13. *Kondratenko A.V.* Probabilistic Economic Theory. Novosibirsk: Nauka, 2015. 305 c.
14. *Mantegna R.N., Stanley H.E.* An introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1999. 148 p.
15. *Richmond P., Mimkes J., Hutzler S.* Econophysics and Physical Economics. Oxford: Oxford University Press, 2013. 272 p.