

**УДАРНЫЕ АДИАБАТЫ МЕТАЛЛОВ.  
НОВЫЕ ДАННЫЕ, СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ  
И ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ**

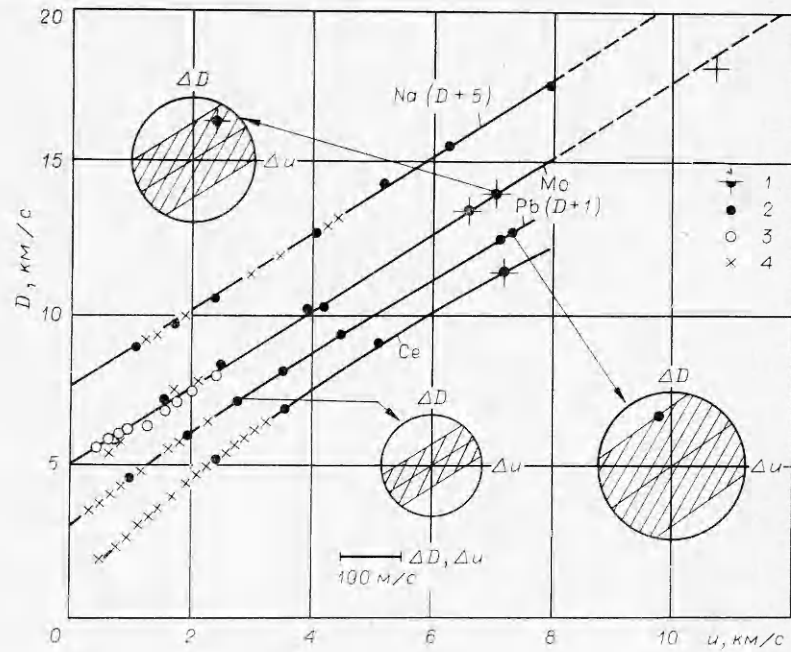
Л. В. Альтшулер, А. А. Баканова, И. П. Дудолодов,  
Е. А. Дынин, Р. Ф. Трунин, Б. С. Чекин  
(Москва)

1. Экспериментальная информация и классификация адиабат Гюгонио. Основанные на регистрации кинематических параметров волны (скорости  $D$  движения ее фронта и скорости вещества  $u$ ) ударно-волновые методы [1—3] однозначно определяют термодинамические характеристики веществ при давлениях в десятки и сотни гигапаскалей (1 ГПа = 10 кбар). Получаемые таким образом уравнения адиабат Гюгонио, известные сейчас с разной степенью точности и в разных диапазонах почти для всех металлических элементов, широко используются для построения полуэмпирических уравнений состояния [1—4]. Лаконично представленные  $D - u$ -соотношениями, они превращают вместе с тем каждое изученное вещество в тензомер динамических и статических [5] давлений мегабарного диапазона. Эффективность применения во всех этих целях результатов динамических исследований определяется объемом исходной экспериментальной информации и размерами изученной области на фазовой плоскости.

Авторами приводятся ниже новые данные, характеризующие динамическую сжимаемость 26 элементов. Для 6 металлов (Ti, Ta, Mo, Ce, Gd, Fe) термодинамические параметры (давление  $p = \rho_0 u D$  и степень сжатия  $\delta = \rho/\rho_0$ ), представленные вместе со значениями  $D$ ,  $u$  в табл. 1, зафиксированы при максимальных давлениях лабораторного эксперимента. Эти результаты были получены при столкновениях с мишенями железных ударников, разогнанных продуктами детонации до скоростей, близких к 15 км/с (для железа скорость превосходила 19 км/с). Проведенные измерения расширили экспериментальный интервал давлений для Fe в 1,5 раза, т. е. до 1340 ГПа, и для Ti, Mo, Ce, Gd примерно в 2 раза. Приведенные данные определили положения адиабат на новом уровне давлений и, кроме того, уточнили наклоны кривых сжатия на границах ранее изученных интервалов. Новые точки показаны цифрой 1 на  $D - u$ -диаграммах фиг. 1—3 и в логарифмической шкале изменения давлений и деформаций

Т а б л и ц а 1

Элемент	$\rho_0$ , г/см <sup>3</sup>	$u$ , км/с	$D$ , км/с	$p$ , ГПа	$\delta$
Ce	6,75	7,26	11,39	558	2,758
Gd	7,93	7,02	10,73	597	2,892
Ti	4,50	9,26	15,14	631	2,575
Ta	16,38	5,86	11,00	1055	2,140
Mo	10,20	6,59	13,55	940	1,947
Mo	10,20	7,05	14,06	1011	2,006
Fe	7,85	9,70	17,74	1350	2,206

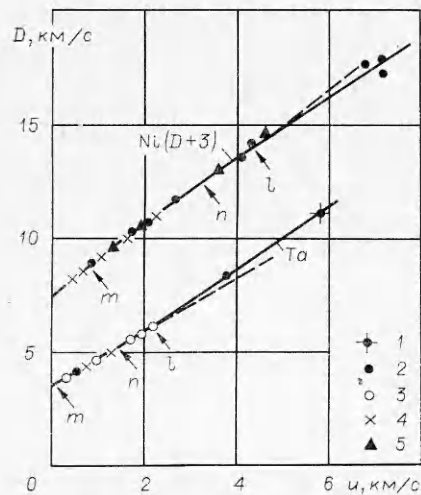


Ф и г. 1

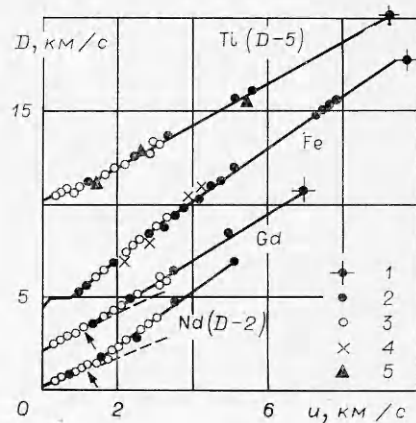
$z = 1 - \delta^{-1} = u/D$  для Mo, Fe, Pb на фиг. 4. Имеется удовлетворительное соответствие точек Mo при 1000 ГПа и состояний за фронтом ударной волны сильного подземного взрыва при вдвое больших давлениях [6] (показаны с учетом экспериментальных погрешностей на фиг. 1 и 4 значком +).

В табл. 2 для 8 элементов приведены величины  $D$  и  $u$ , полученные при скоростях ударников до 9 км/с (для Sn до 14 км/с), и в табл. 3 — экспериментальные результаты для 10 элементов в том же диапазоне скоростей ударников, ранее представленные в [7] только графически. В эту же таблицу внесены данные по Ag и Au, уточненные по сравнению с первоначальным источником [8] и дополненные новыми точками по Ag.

Для вычисления уравнений адиабат металлических элементов и реалистической оценки погрешностей статистической обработке были под-



Ф и г. 2



Ф и г. 3

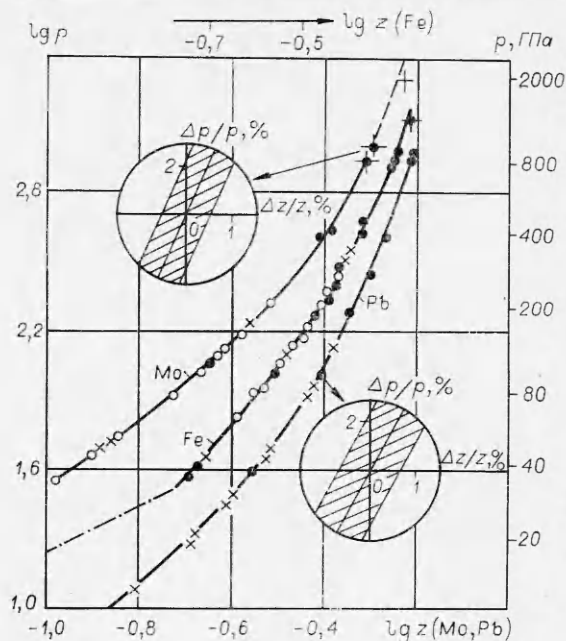
вергнуты результаты волновых измерений металлов, осуществленные в СССР и за рубежом до 1977 г. По методическим признакам вся исходная информация о динамической сжимаемости разделена на три группы:

а) Данные ударно-волновых измерений [8—19] и табл. 1—3, полученные в Советском Союзе по наиболее строгому методу торможения [9, 1], когда массовая скорость  $u$  находится по скорости движения ударника перед его соударением с мишенью из изучаемого вещества. Выполненные при существенно разных амплитудах ударных волн эти опыты зафиксировали состояния ударного сжатия 44 металлов до давлений в 400—1300 ГПа. Отметим, что в дальнейшей обработке характеристики сжимаемости, опубликованные в [8, 9], непосредственно не использовались, так как скорректированные данные этих работ содержатся: для Fe, Pb, Cu — в [10], Zn, Cd, Sn — в [11], Au, Ag — в табл. 3 настоящей работы. Для Al, Cu, Fe, Pb прежние (за исключением [13]) эксперименты обобщены и дополнены в [20]. Во всех работах группы «а» каждая  $D$  —  $u$ -точка получена усреднением 4—6 опытов.

б) Результаты единичных измерений по методу торможения, выполненные на пневматических установках для Au и W [21], Pt [22], Be, Ti, Ni, Cu, Al [23], и с помощью разгоняемых взрывов ударников [24] для 2 металлов-стандартов (Cu, Fe) и 16 других элементов. К группе «б» отнесены также данные [25—27] по изучению редкоземельных металлов, где в качестве «экранов» в методе импедансов (метод отражения) применены металлы, ранее независимо изученные в [24].

в) Работы, в которых значения  $D$ ,  $u$  каждой точки на адиабатах Гюгонио получены в единичных измерениях и где в основу положены менее строгие определения массовых скоростей по скоростям движения свободной поверхности образца или вещества стандарта. В эту группу работ входят исследования сжимаемости 27 металлов до 50 ГПа [28], 19 металлов до 150—200 ГПа [29], щелочных металлов до 40 ГПа [30] и не содержащие систематических отклонений от основных публикаций отчеты, приведенные в [31] для ряда металлов в диапазоне от 40 до 150 ГПа, сюда включены также данные [32], определенные по методу торможения, но обладающие большим экспериментальным разбросом и включенные в обработку только для Mg и Fe.

Свойства металлов при высоких давлениях интерпретированы авторами в рамках гидродинамической модели, строго применимой выше давлений ударного плавления. Однако в соответствии с экспериментами, выполненными на вольфраме [33], меди и алюминии [34], полагается, что уже при давлениях 10 ГПа и более металл, сохраняя упругопластические свойства, за фронтом ударного разрыва находится в срелаксированном, квазигидростатическом состоянии. При таком подходе необходимая для



Ф и г. 4

Таблица 2

$u$ , км/с	$D$ , км/с	$u$ , км/с	$D$ , км/с	$u$ , км/с	$D$ , км/с
Al, $\rho_0=2,71 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$		Cu, $\rho_0=8,93 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$		0,52	5,08
0,86	6,52	0,175	4,15	0,71	5,22
1,24	7,08	0,350	4,39	Zn, $\rho_0=7,14 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	
1,38	7,28	0,430	4,53	3,01	7,90
2,03	8,05	0,590	4,73	3,29	8,07
2,72	8,99	0,735	5,09	3,78	8,85
3,27	9,67	0,845	5,17	Cd, $\rho_0=8,64 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	
3,30	9,88	1,27	5,80	3,15	7,15
3,72	10,30	1,75	6,52	3,63	8,13
Mg, $\rho_0=1,74 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$		Ni, $\rho_0=8,87 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$		3,71	8,21
1,41	6,28	0,91	5,91	Sn, $\rho_0=7,28 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	
1,85	6,77	1,98	7,61	3,34	7,59
3,27	8,51	4,07	10,60	3,86	8,23
3,99	9,37	Nb, $\rho_0=8,58 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$		3,93	8,28
4,99	10,10	0,40	4,94	7,71	12,57

построения «гидродинамических» адиабат ударно-волновая информация должна быть дополнена сведениями об объемной сжимаемости металлов при нормальных условиях.

г) Образующие четвертую группу исходных данных сведения об изэнтропической скорости звука  $c_0$  при нормальных условиях получены различными методами: из аналитических формул, описывающих ход кривых изотермического сжатия [35—39], по значениям упругих модулей поликристаллических образцов при нормальных условиях [35], рассчитаны по скоростям ультразвуковых волн вдоль разных направлений монокристалла [40, 41] и по скоростям продольных и поперечных волн в поликристаллах [22, 24, 26, 27, 39].

Основные типы адиабат, различающиеся способом аппроксимации, представлены на  $D-u$ -диаграммах фиг. 1—3 на примерах металлов табл. 1, а также Na, Pb, Ni и Nd гладкими или кусочно-гладкими кривыми постоянного или слабо меняющегося наклона. Эксперименты, принадлежащие к группам «а» — «в», отмечены здесь точками 2—4 соответственно. Результаты группы «б», полученные на быстроходных пневматических системах [21—23], выделены точками 5, а данные табл. 1 — точками 1 (те же обозначения даны на фиг. 4 и 7).

Уже в первых исследованиях [8, 9, 28] для многих металлов обнаружена линейная связь скорости ударной волны и массовой скорости веще-

Т а б л и ц а 3

$u$ , км/с	$D$ , км/с	$u$ , км/с	$D$ , км/с	$u$ , км/с	$D$ , км/с
Ga, $\rho_0=5,91 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$		Co, $\rho_0=8,30 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$		Ho, $\rho_0=8,73 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	
0,635	3,46	1,77	7,07	0,57	2,84
1,305	4,63	2,93	8,92	1,24	3,44
2,38	6,15	4,32	11,13	2,25	4,60
5,10	10,46	Rh, $\rho_0=12,4 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$		3,30	6,10
In, $\rho_0=7,29 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$		0,31	5,01	4,82	8,34
0,56	3,50	0,74	5,71	Au, $\rho_0=19,3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	
1,19	4,36	1,45	6,90	0,71	4,27
2,18	5,90	3,80	10,55	1,72	5,74
4,87	7,75	Ir, $\rho_0=22,65 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$		3,25	8,16
Tl, $\rho_0=11,86 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$		0,23	4,26	Ag, $\rho_0=10,49 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	
4,32	8,26	0,54	4,84	0,93	4,69
Cr, $\rho_0=7,18 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$		1,10	5,67	1,75	6,10
4,62	11,42	3,09	8,82	2,13	6,76
Re, $\rho_0=21,03 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$		Pr, $\rho_0=6,81 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$		2,63	7,56
0,23	4,41	0,68	2,63	3,98	9,48
0,57	4,77	1,42	3,36	4,32	9,73
1,15	5,68	2,48	4,95		
3,26	8,55	5,12	9,08		

ства. Для нижних участков адиабат, охватывающих у малосжимаемых металлов давления в несколько сот гигапаскалей, такая зависимость, определяемая в основном «холодным» взаимодействием атомов, является преобладающей. Строгого обоснования линейности  $D-u$  соотношений не существует. В известной мере она подтверждается расчетами с модельными потенциалами, выполненными в [42, 43] для Na, KI, CsI.

С увеличением амплитуды ударных волн тепловые составляющие в общей энергии и общем давлении ударного сжатия металлов прогрессивно возрастают [1—3]. Предельное значение производной  $D'_u$  при больших амплитудах находится по теории Томаса — Ферми и дается величиной  $D'_{u\infty} \approx 1,25$  [44]. Конфигурации адиабат, не имеющих особенностей, в первом приближении определяются соотношением начальных  $D'_{u0}$  и асимптотических  $D'_{u\infty}$  производных. При  $D'_{u0} > 1,5$  характерны выпуклые адиабаты с заметным при больших  $u$  уменьшением наклона. Для

$D'_{u_0} \approx 1,0 - 1,3$  имеет место сохранение линейности или отклонение кривой вверх. Последняя форма характерна для ряда переходных металлов с большой плотностью электронных состояний и аномально большими электронными коэффициентами Грюнайзена [45].

У обширной группы элементов, включающей часть щелочных, щелочно-земельных, переходных и все редкоземельные металлы, в Советском Союзе [16—19] и за рубежом [25—27] были обнаружены своеобразные адиабаты с изломами, отделяющими сильно сжимаемые состояния от малосжимаемых, возникающих из-за переселения внешних электронов на свободные внутренние орбиты. Особую группу адиабат составляют  $D - u$ -зависимости ступенчатой формы, отражающие [1—3] существование при разных уровнях давлений различных кристаллических форм.

В свете изложенного в принятой схеме систематизации адиабаты разделены на пять основных типов.

Адиабаты типа 1, примером которых является адиабата Mo (см. фиг. 1), допускающие на основании статистических критериев для всех известных значений параметров аппроксимацию линейными соотношениями вида

$$(1.1) \quad D = a_0 + a_1 u, \quad a_0, a_1 > 0.$$

Параболические адиабаты типа 2, задаваемые уравнениями

$$(1.2) \quad D = a_0 + a_1 u + a_2 u^2, \quad a_0, a_1 > 0, \quad a_2 < 0,$$

представленные кривыми сжатия Pb и Ce (см. фиг. 1).

Адиабаты типа 3, отвечающие уравнению (1.2), но с коэффициентом  $a_2 > 0$ , например Na на фиг. 1.

У ряда металлов типов 2 и 3 внутри значительной части исследованного диапазона статистически более оправдано использовать альтернативную линейную аппроксимацию. Такие адиабаты, принадлежащие к типам 2\* или 3\*, показаны на фиг. 2 на примерах Ni и Ta. Внутри линейного интервала при  $u \leq u_1$  аппроксимирующие прямые практически совпадают с параболой, пересекая их в точках  $m, n$ . При  $u > u_1$ , где прямые даны штриховыми линиями, отличие становится заметным и линейное описание неприменимо.

Адиабаты типа 4, имеющие изломы (показаны стрелкой на фиг. 3 для Gd и Nd), вызванные образованием под давлением малосжимаемых электронных конфигураций. Нижние ветви здесь всегда прямолинейны, а верхние участки задаются уравнениями (1.1) или (1.2) с положительными или отрицательными коэффициентами  $a_2$ .

Соотношения  $D - u$  ступенчатой формы (тип 5), возникающие при полиморфных переходах первого рода или аномальном плавлении. Такой тип имеют, в частности,  $D - u$ -диаграммы Fe и Ti (фиг. 3). В принятой систематике для аппроксимации верхних ветвей здесь могут быть использованы уравнения (1.1) или (1.2). Более точная, адекватно отражающая специфику фазового перехода аналитическая форма  $D - u$ -кривых выявлена в [46] на примере железа (показано ниже).

Гладкость аппроксимирующих кривых не позволяет сделать вывод об отсутствии у вещества электронных или фазовых переходов. Такие переходы могут происходить при давлениях, более низких, чем в динамических экспериментах, или же сопровождаться малым изменением плотности и сжимаемости. Соответствующие адиабаты (в зависимости от их конфигурации) естественно «приписать» к какому-либо из типов 1—3, но вопрос о включении в аппроксимируемый массив значений  $c_0$  требовал специального анализа.

С этой целью проводились тестовые расчеты без учета величин  $c_0$ . Если полученные таким образом номинальные значения  $a_0$  существенно по сравнению с характерными погрешностями отличались в меньшую сторону



ну от  $c_0$ , это служило независимым от статистических исследований доказательством наличия перехода. У большинства веществ для более точного описания гидродинамических адиабат при малых  $u$  оказалось возможным включить в окончательный вариант обработки по излагаемой ниже методике экспериментальные  $c_0$  (данные группы «г»).

В целом в своей совокупности имеющийся обширный экспериментальный материал позволяет найти наиболее достоверные аналитические зависимости адиабат металлов и на основе статистического анализа определить меру точности их положений в поле кинематических и термодинамических переменных.

Совместная обработка ударно-волновых измерений из различных источников осуществлялась и ранее, например, в [23], [29] в терминах  $D - u$ -переменных, в [4] в  $p - z$ -переменных, не являющихся объектом прямых измерений, а также в [13] и многих других работах при построении уравнения состояния. Помимо привлечения новой информации и расширения диапазонов, разработанный подход отличается использованием статистических критериев и расчетом точности характеристик, в том числе точности локализации мест изломов.

Отметим, что приводимые в [29] «ошибки» в значениях  $D$  показывают, насколько близко номинальные кривые подходят к экспериментальным точкам и не имеют статистического смысла по отношению к неизвестным истинным зависимостям  $D(u)$ . В то же время определяемые здесь «доверительные интервалы» [47, 48] дают вероятную оценку степени близости номинальных и истинных адиабат.

С целью иллюстрации применения развитых ниже методов на фиг. 1 для адиабат Mo и Pb на вставках в увеличенном масштабе даны отмеченные штриховкой доверительные интервалы. В отличие от величин  $a_k$ ,  $D(u)$  для их функций —  $p$ ,  $z$  и т. д. — используемая методика не позволяет строго рассчитать вид функций распределения и доверительные интервалы, но необходимые для практики оценки погрешностей получаются по теории «переноса ошибок» [49]. На вставках фиг. 4 при 23-кратном увеличении для Mo при 1000 ГПа и Pb при 100 ГПа заштрихованы элементы полосы неопределенности кривых динамического сжатия в переменных  $\lg p - \lg z$ .

**2. Принципы статистической обработки  $D$ - $u$ -зависимости 32 элементов.** Целью статистического анализа экспериментальных данных, относящихся к гладким  $D - u$ -зависимостям типов 1, 2, 3, 2\* и 3\*, является выявление «номинальных», т. е. наиболее достоверных,  $D - u$ -уравнений адиабат и получение вероятностных оценок отклонений номинальных волновых скоростей и регрессионных коэффициентов в уравнениях (1.1), (1.2) от их истинных значений. Возможные погрешности номинальных величин вызваны индивидуальными ошибками измерений обоих кинематических параметров  $D$  и  $u$ .

Однако в применяемой ниже методике регрессий фигурирует только одна «приведенная» погрешность  $\sigma_i$ , отвечающая отклонению  $D$  при фиксированном  $u$ . Если результаты измерений  $D_i$  и  $u_i$  независимы, не содержат систематических ошибок и характеризуются своими погрешностями  $\Delta_i D$  и  $\Delta_i u$ , то

$$(2.1) \quad \sigma_i \approx [(\Delta_i D)^2 + (D' \Delta_i u)^2]^{1/2} = D_i \left[ \left( \frac{\Delta_i D}{D} \right)^2 + \left( z D' \frac{\Delta_i u}{u} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Удобно считать, что включаемые в обработку значения  $D_i$ ,  $u_i$  соответствуют  $i$ -му опыту, в котором  $u_i$  зафиксировано, а величина  $D_i$  распределена по нормальному закону с дисперсией  $\sigma_i$ . Подобное упрощающее предположение позволяет использовать метод наименьших квадратов [47—

49], если конкретизировать отношение величин  $\sigma_i$  для различных экспериментов.

Полагаем, что  $\sigma_i/(D_i\sqrt{g_i}) = \text{const}$ , где  $g_i$  — коэффициент, зависящий от методики исследования и, кроме того, пропорциональный числу опытов в серии [47], если в качестве пары  $D, u$  выступает результат усреднения серии опытов. Таким образом, для источников группы «а» было выбрано  $g = 4$ , для группы «б», учитывая точность методики, выбирали  $g = 2$ , для группы «в» —  $g = 1$ . Данные группы «г» рассматривались как значения  $D_i(0)$ , и, когда они включались в расчет, для них считалось  $g = 1$ .

Согласно принятой формуле, при одинаковом  $g$   $\sigma_i/D = \text{const}$ , т. е. приведенные относительные погрешности измерения волновых скоростей полагались постоянными. Однотипные величины  $D$  и  $u$  обычно измеряются с близкими относительными погрешностями ( $\Delta_i D/D \approx \Delta_i u/u$  и  $(zD'_u)^2 \leq 1$ ). Если, учитывая эти обстоятельства, пренебречь вторым слагаемым в правой части (2.1), условие  $\sigma_i \sim D_i$  эквивалентно постоянству относительной ошибки регистрации времени движения волны  $T_i$ , так как  $D_i = L_i/T_i$ , а базовая длина  $L_i$  определяется с большой точностью.

Для дальнейшего анализа введем понятие доверительного интервала  $\Delta_A(q)$  статистически распределенной величины  $A$  для уровня вероятности  $q$ . Считается, что величина  $A$  симметрично распределена вокруг своего среднего значения  $A^*$  и  $\Delta_A(q)$  определяется на основе того, что с указанной вероятностью выполняется неравенство  $|A - A^*(q)| < \Delta_A(q)$ . Например, в случае нормального распределения с вероятностью 0,68 отклонение от среднего не превышает дисперсии, т. е. доверительный интервал, обозначаемый для  $q = 0,68$  через  $\Delta_A^0$ , совпадает с дисперсией.

Входящие в (1.1), (1.2) параметры  $a_k$  и функция  $D(u)$  при фиксированном  $u$  определяются по случайным значениям  $u_i, D_i$  и поэтому тоже являются случайными величинами, подчиняющимися, однако, более сложным, чем нормальный, законам распределения. Тем не менее по аналогии естественно придавать смысл погрешностей величинам  $\Delta_{a_k}^0$  и  $\Delta_D^0$ , представляющим собой соответствующие доверительные интервалы при  $q = 0,68$ .

Общая схема сглаживания измерений посредством многочлена описана в литературе [47—49], поэтому итоговые формулы приводятся лишь для простейшего варианта линейной регрессии (1.1). В общем случае форма

$$(2.2) \quad M(a_k) = \sum_{i=1}^n W_i [D_i - D(u_i)]^2 / \sum_{i=1}^n W_i$$

достигает минимума при наиболее вероятных значениях  $a_k$ , обозначаемых через  $a_k^*$ , причем число  $n$  включенных в расчет точек должно существенно превосходить число параметров функции  $D(u)$ , а статистический вес  $W_i \sim \sigma_i^{-2}$ .

Вводя для любой функции  $X$  от наблюдаемых величин обозначение  $\langle X \rangle = \sum_{i=1}^n W_i X_i / \sum_{i=1}^n W_i$ , представим номинальные коэффициенты и доверительные интервалы для адиабат типа 1 выражениями

$$(2.3) \quad a_1^* = \frac{\langle Du \rangle - \langle D \rangle \langle u \rangle}{\langle u^2 \rangle - \langle u \rangle^2}, \quad a_0^* = \langle D \rangle - a_1^* \langle u \rangle;$$

$$(2.4) \quad \Delta_{a_1}(q) = \frac{M(a_0^*, a_1^*) t_{n-2}(q)}{\sqrt{(n-2)(\langle u^2 \rangle - \langle u \rangle^2)}};$$

$$(2.5) \quad \Delta_D(q) = \Delta_{a_1}(q) [2F_{2, n-2}(q)(u^2 - 2u \langle u \rangle + \langle u^2 \rangle)]^{1/2} t_{n-2}^{-1}(q).$$



Функции  $t_{n-2}(q)$  и  $F_{2,n-2}(q)$  — определенные, согласно [47], табулированные коэффициенты распределения Стьюдента и Фишера соответственно, отвечающие вероятности  $q$ . Для достаточно больших  $n$  распределение Стьюдента становится близко к нормальному, и так как  $t_{n-2}(q) \approx 1$ , то коэффициент при  $t_{n-2}(q)$  в правой части (2.4) является дисперсией величины  $a_1$ . Значения  $\Delta_{a_0}(q)$  вычисляются из (2.5):

$$\Delta_{a_0}(q) = \Delta_D(q)|_{u=0}.$$

В  $D-u$ -плоскости линия границы доверительных интервалов при различных  $u$  и фиксированном  $q$  представляет собой огибающую пучка прямых. На всех этих прямых форма  $M$  принимает одно и то же значение, а при меньших  $M$  прямые целиком лежат внутри доверительной области. При увеличении  $q$  от 0,68 до 0,95 в случае нормального распределения  $\Delta(q)$  удваивается, а в расчете по (2.5) возрастает немного менее чем вдвое (пропорционально  $|\ln(1-q)|$ ).

Отмеченные свойства схематически иллюстрируются фиг. 5, где 1 — номинальная адиабата  $D(u)$ , прямые 2 и 3 — асимптоты, касающиеся при  $u \rightarrow \pm \infty$  границы доверительных интервалов с  $q = 0,68$  (штриховые линии), а штрихпунктирные линии ограничивают область с полушириной  $\Delta_D(q = 0,95)$ . Для веществ с линейной  $D-u$ -зависимостью значения  $\Delta_D^0$  имеют минимум  $\Delta_{D\min}^0$  при  $u = \langle u \rangle$  и для любых  $u$  рассчитываются по формуле

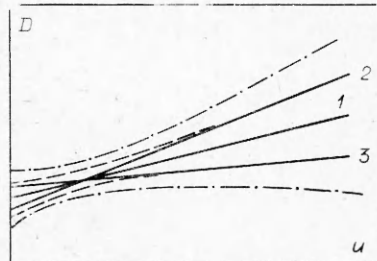
$$\Delta_D^0 = \{[(\Delta_{D\max}^0)^2 - (\Delta_{D\min}^0)^2](u - \langle u \rangle)^2 (u_{\max} - \langle u \rangle)^{-2} + (\Delta_{D\min}^0)^2\}^{1/2},$$

где величины  $u_{\max}$  и  $\Delta_{D\max}^0$  — наибольшее практически реализованное значение  $u$  и  $\Delta_D^0$  для этой точки.

Гипотеза о применимости (1.1) проверялась стандартным образом [47—49] с помощью критерия Фишера. При уровне значимости  $\alpha < 10\%$  эта гипотеза отвергалась и для функции  $D(u)$  принимался квадратичный закон (1.2), при котором выражения для доверительных интервалов существенно более громоздки [47], чем (2.3) — (2.5). Для зависимости  $\Delta_D^0$  от  $u$  по-прежнему характерен минимум внутри экспериментальной области, но становится возможным и изменение знака кривизны кривой и появление второго минимума.

Была осуществлена также проверка предположения об отсутствии систематических погрешностей для включенных в расчет точек. Нарушение этого предположения для точек из какого-либо источника должно вызвать их заметное смещение по одну сторону аппроксимационной кривой, построенной по большинству более достоверных данных. Подобная ситуация, как показал анализ, имеет место для ряда работ, компилированных в [31], и при обработке эти результаты не учитывались. Кроме того, использован критерий отбрасывания резко выделяющихся единичных наблюдений [48] (критерий Шовене), модифицированный на случай различия статистических весов. Данные разных авторов подвергались совместной обработке, если начальные плотности используемых ими образцов отличались от нормальной не более чем на 1%. Поэтому экспериментальные результаты, полученные для сплавов на основе Al и Mg [23—24], не были включены в аппроксимируемые массивы.

Для  $D-u$ -уравнений вида (1.1) или (1.2) давление может быть выражено как явная функция деформации  $z = 1 - \rho_0/\rho =$



Ф и г. 5

$= u/D$ . Для (1.1)—это известное выражение  $p = \rho_0 a_0^2 z (1 - a_1 z)^{-2}$ , допускающее переход к безразмерным переменным [50—52]. Для (1.2), если  $a_1 z < 1$  и  $\varepsilon \ll 1$ , где

$$\varepsilon = \left[ \frac{a_0 a_2 z^2}{(1 - a_1 z)^2 - 2a_0 a_2 z^2} \right]^2,$$

справедливо простое уравнение [50]

$$(2.6) \quad p = \frac{\rho_0 a_0^2 z (1 + \varepsilon)}{(1 - a_1 z)^2 - 2a_0 a_2 z^2}.$$

Оказалось, что при полученных значениях коэффициентов формула (2.6) применима в изученных диапазонах для всех металлов с адиабатами типов 2 и 3, причем при  $z < 0,4$  допустимо в (2.6) пренебрежение величиной  $\varepsilon$ .

Всего для 32 элементов статистической обработке, за вычетом выпадающих регистраций, не удовлетворяющих критерию Шовене, было подвергнуто 950 различных состояний ударного сжатия. Из этого числа 175 точек, полученных в Советском Союзе (группа «а»), и 56 — на быстроходных пневматических системах, фиксируют положение адиабат на всем их протяжении. Остальная информация сосредоточена на нижних интервалах изученных диапазонов. В среднем на каждый металл приходится около 30 ударно-волновых измерений. Однако внимание исследователей различные металлы привлекали в разной степени. Так, если у Ве аппроксимируемый массив содержит 68 ударно-волновых точек, у Си — 61, у Mg — 105, то у Re и Cs только по 9 точек. Кроме ударно-волновых измерений, почти для всех металлов в расчеты включались 4—6 определений начальных скоростей звука, часть которых также отбрасывалась в процессе счета согласно запрограммированному критерию.

Параметры адиабат и доверительные интервалы, полученные в результате статистической обработки, приведены в табл. 4—7, где всюду рядом с символом элемента дан диапазон давлений, охваченный аппроксимацией. В последних столбцах указаны источники информации (символ  $\dagger$  — данные табл. 1—3). При этом номера 7—20 отвечают источникам группы «а», 21—24 — группе «б», 25—32 — группе «в».

Табл. 4 включает 12 элементов с линейными  $D - u$ -соотношениями (тип 1). В нее внесены уровни значимости  $\alpha$  гипотезы о линейности, числа  $n_y$  статистически обработанных ударно-волновых точек и относительные погрешности

$$(2.7) \quad v = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n \frac{g_i}{D_i} [D_i - D(u_i)]^2}{\sum_{i=1}^n \frac{g_i}{D_i}} \right\}^{1/2},$$

качественно характеризующие усредненный экспериментальный разброс исходной информации. Здесь  $D(u_i)$  вычисляется по (1.1),  $n$  — полное число точек, включенных в расчет, и  $g_i$  — коэффициент точности используемых данных. Табл. 4 содержит параметры  $a_0, a_1$  соотношений (1.1) с их доверительными интервалами  $\Delta_{a_0}^0, \Delta_{a_1}^0$ , доверительные отклонения  $\Delta_D^0$  и относительные доверительные погрешности (ОДП) ( $\Delta_D^0/D$ ) для двух характерных точек — «центра тяжести» экспериментальных данных  $\langle u \rangle$  и  $u_{\max}$ . Величины  $a_0, \langle u \rangle, u_{\max}$  здесь и далее даны в километрах в секунду,  $\Delta_{a_0}^0, \Delta_D^0$  — в метрах в секунду, давления — в гигапаскалях,  $a_1, \Delta_{a_1}^0$  безразмерны.

Первые 8 металлов табл. 4 имеют величины  $a_1$ , близкие к асимптотическому значению 1,25, и у них линейность  $D - u$ -функций сохраняется

Таблица 4

Элемент $p_{\max}$	$\alpha$ , %	$n_y$ $v$ , %	$a_0$ $a_1$	$\frac{\Delta a_0}{\Delta a_1} \cdot 10^2$	$\langle u \rangle$ $u_{\max}$	$\Delta_D^0$	$\frac{\Delta_D^0}{D}$ , %	Источник
Li 71	71	27 1,33	4,760 1,065	48 0,8	3,0 9,2	32 80	0,40 0,55	[15, 30, 31]
K 87	39	22 0,75	1,991 1,17	16 0,4	1,7 8,5	11 45	0,28 0,38	[15, 30]
Be 92	23	68 0,83	7,993 1,132	29 0,9	1,8 4,0	15 35	0,15 0,28	[24, 28, 31]
Mg 176	53	105 1,15	4,540 1,238	22 0,6	2,0 7,4	12 54	0,17 0,30	[19, 24, 31, 32] [+]
Al 207	32	14 0,85	5,333 1,356	36 1,2	1,6 5,8	23 80	0,31 0,62	[+, 10, 20]
W 540	100	37 0,8	4,015 1,252	15 0,8	0,8 3,4	10 35	0,20 0,24	[12, 21, 29, 24]
Mo 1020	17	46 0,82	5,100 1,266	17 0,6	1,2 7,1	12 57	0,18 0,40	[+, 14, 24, 28, 29]
Re 625	77	9 1,06	4,068 1,347	31 2,2	0,6 3,4	24 97	0,48 1,12	[+, 24]
Ir 661	33	10 1,52	3,93 1,536	51 3,3	0,8 3,2	37 131	0,71 1,47	[+, 24]
Au 550	36	13 0,49	3,063 1,563	14 0,6	1,0 3,4	10 26	0,22 0,31	[+, 21, 28, 29]
Ba 217		4	1,108 1,369		6,0			[19]
Ga 326		4	2,501 1,560		5,1			[+]

при сильном изменении их физических параметров в больших диапазонах  $u$ . Для Mo, например, прямолинейная аппроксимация по коэффициентам табл. 4 пересекает (см. фиг. 1) интервал вероятных волновых скоростей, зарегистрированных при  $u = 10,7$  км/с и  $p \sim 2000$  ГПа. Вероятно, до тех же давлений линейная форма будет справедлива и у W. Для Ir и Au со значениями  $a_1 > 1,50$  линейность связана с преобладающим вкладом в изученных пока диапазонах холодных составляющих давлений. Поведение Al и Be при давлениях, превышающих 200 ГПа, определено неоднозначно [13, 23, 32].

Для бария и галлия статистическая обработка в полном объеме из-за малого числа экспериментальных точек не была реализована. При этом Ba при 7 ГПа испытывает фазовый переход [53], а Ga в самом начале кривой сжатия при  $\sim 0,2$  ГПа — аномальное плавление [54]. О нарушении плавного хода их сжимаемости свидетельствует сильное несоответствие коэффициентов  $a_0$  и термодинамических скоростей звука  $c_0$ . Отклонения  $a_0$  от  $c_0$  в меньшую сторону у Ba — 0,6 и Ga — 0,7 км/с. У остальных элементов отличия  $a_0$  от наиболее достоверных  $c_0$  близко к одному проценту.

Табл. 5 описывает сжимаемость 14 элементов с параболическими  $D$  —  $u$ -соотношениями и отрицательными (тип 2) коэффициентами  $a_2$ ,

Т а б л и ц а 5

Элемент $p_{\max}$	$n_{\nu}$ $\nu, \%$ $\alpha, \%$	$a_0$ $a_1$ $-a_2 \cdot 10^2$	$\Delta_{a_0}^0$ $\Delta_{a_1}^0 \cdot 10^2$ $\Delta_{a_2}^0 \cdot 10^2$	$u_1$ $u_2$ $u_{\max}$	$\Delta_D^0$	$\frac{\Delta_D^0}{D}, \%$	Источник
Cr *	28	5,153	83	1,0	30	0,45	[+, 24, 28, 29]
400	1,2	1,557	8,2	3,0	64	0,73	
	1	4,23	1,2	4,8	170	1,46	
Ni *	26	4,501	69	1,0	44	0,72	[+, 11, 13, 23, 28, 29]
995	1,39	1,627	5,2	4,6	84	0,73	
	0	2,64	0,5	7,4	200	1,32	
Cu *	61	3,899	24	0,8	14	0,27	[+, 10, 11, 13, 20] [23, 24, 28, 29]
976	0,93	1,520	2,2	3,2	30	0,34	
	2	0,71	0,3	7,4	93	0,63	
Ag *	17	3,178	50	0,6	36	0,86	[+, 28, 29]
461	1,20	1,733	5,9	2,2	53	0,78	
	1	4,27	1,0	4,4	149	1,49	
Zn *	25	3,031	30	1,0	20	0,43	[+, 11, 28, 29, 31]
826	0,93	1,608	2,4	3,6	38	0,44	
	0	2,24	0,28	8,0	168	1,16	
Cd*	24	2,434	37	0,8	28	0,73	[+, 11, 28, 29]
860	1,4	1,759	3,2	2,8	43	0,61	
	0	4,73	0,42	7,6	2,36	1,80	
Pd	29	3,955	28	0,6	16	0,32	[24, 28, 29, 31]
221	0,66	1,701	4,9	1,4	19	0,31	
	0	6,24	1,43	2,4	46	0,60	
Pt	61	3,605	34	0,6	20	0,46	[22, 24, 28, 31]
687	1,17	1,560	4,6	1,6	28	0,42	
	1	2,63	0,89	3,6	54	0,61	
In	15	2,430	34	0,5	27	0,84	[+, 28, 31]
350	1,43	1,603	4,3	2,2	49	0,84	
	3,5	2,07	0,80	4,9	168	1,72	
Tl	14	1,809	16	0,5	13	0,50	[+, 28, 29]
435	0,70	1,597	2,3	2	24	0,49	
	1	2,47	0,4	4,4	68	0,81	
Sn	19	2,437	51	1,8	21	0,39	[+, 11, 28, 29]
723	0,65	1,688	2,9	4,4	38	0,92	
	0	4,70	0,24	7,8	91	0,71	
Pb	20	1,981	22	0,7	16	0,52	[10, 11, 20, 28, 29]
967	0,93	1,603	2,2	3,2	35	0,53	
	1	3,78	0,20	7,3	106	0,91	
Cs	9	0,363	110	1,6	11	0,40	[30]
43	0,36	1,583	7,8	3,2	22	0,44	
	7	4,66	0,99	4,0	40	0,67	
Ce	33	0,934	42	1,4	14	0,48	[+, 19, 26, 27]
566	1,05	1,944	2,9	4,0	35	0,46	
	0	6,95	0,31	7,3	129	1,13	

Т а б л и ц а 6

Элемент $p_{\max}$	$n_y$ v, % $\alpha$ , %	$a_0$ $a_1$ $a_2 \cdot 10^2$	$\Delta_{a_0}^0$ $\Delta_{a_1}^0 \cdot 10^2$ $\Delta_{a_2}^0 \cdot 10^2$	$u_1$ $u_2$ $u_{\max}$	$\Delta_D^0$	$\frac{\Delta_D^0}{D}$ , %	Источник
Na 100	24 0,73 0	2,624 1,188 0,88	27 1,8 0,18	1,2 4,0 8,0	16 27 100	0,34 0,36 0,79	[15, 30]
V * 344	34 0,82 1	5,071 1,185 1,67	32 3,2 0,52	0,8 2,2 5,0	16 29 110	0,76 0,37 0,96	[19, 24, 29]
Nb 408	36 0,83 0	4,472 1,114 3,8	32 3,8 0,60	0,8 2,0 4,6	16 26 110	0,30 0,38 1,05	[+, 19, 24, 28, 31]
Ta* 1097	26 1,05 0	3,431 1,159 2,48	29 3,0 0,40	0,7 1,5 5,9	19 26 142	0,40 0,50 1,27	[+, 14, 24, 28, 31]
Co 438	19 1,18 2	4,743 1,227 5,8	62 6,3 1,10	0,8 2,0 4,4	41 48 158	0,71 0,65 1,40	[+, 28, 29]
Rh * 542	19 1,20 3	4,775 1,331 4,70	73 8,9 1,70	0,8 1,8 3,80	37 57 211	0,63 0,78 1,94	[+, 24, 28]

абсолютные значения которых и доверительные интервалы даны в единицах  $10^2$  с/км.

Все металлы табл. 5 имеют начальные величины  $D'_u$ , существенно превышающие  $D'_{u\infty} \approx 1,25$ . Это обстоятельство объясняет тенденцию адиабат к уменьшению наклонов по мере роста  $u$ . Сложная конфигурация кривых доверительных интервалов  $\Delta_D^0$  для формы (1.2) зафиксирована в табл. 5 в 4 точках — при  $u = 0$  по величине  $\Delta_{a_0}^0$ , в минимуме кривой при  $u = u_1$ , при  $u_2$ , близком ко второму минимуму или изменению знака кривизны, и при  $u = u_{\max}$ . Большое отличие  $a_0$  от  $c_0$  имеется здесь у Cr и Sn, где оно вызвано [53, 39] фазовым превращением, а также у Ce и Cs, испытывающих при ударном сжатии, как это видно из фазовых диаграмм [54], целую последовательность переходов. Элементы Ba, Ga, Cr, Sn, Ce, Cs исчерпывают список металлов, для которых, согласно используемой методике, значения  $c_0$  не включались в обработку. Результаты, относящиеся к остальным 26 металлам, рассматриваемым в данном пункте, получены при включении 4–6 величин  $c_0$  в аппроксимируемый массив.

Данные для Na, V, Nb, Ta, Co, Rh со значениями  $a_2 > 0$  (тип 3) приведены в табл. 6, подобной табл. 5. У 5 элементов значения  $a_1$  заключены в пределах от 1,11 до 1,23, у Rh  $a_1 = 1,33$ . Кроме Na, остальные металлы являются переходными элементами с незаполненными внутренними оболочками. Как показывают квантово-механические расчеты [45], уменьшение сжимаемости связано у V и Nb с электронной перестройкой их энергетических спектров и аномально большими коэффициентами Грюнайзена электронов. Те же эффекты, по-видимому, имеют место у Ta, Co и Rh. Кривизна  $D - u$ -соотношения Na очень невелика. Однако она сохраняется и при сокращении интервала аппроксимации до 4 км/с и, согласно [43], вызвана особенностями потенциального взаимодействия атомов Na.

Таблица 7

Элемент $p_{\max}$	$\alpha, \%$	$n_y$ $v, \%$	$a_0$ $a_1$	$\frac{\Delta a_0}{\Delta a_1} \cdot 10^2$	$\langle u \rangle$ $u_l$	$\Delta_D^0$	$\frac{\Delta_D^0}{D}, \%$	Источник
Cr 149	10	27 1,03	5,205 1,451	46 2,5	1,0 2,4	22 54	0,33 0,62	[24, 28, 29]
Ni 441	90	23 1,00	4,575 1,517	32 1,1	1,4 4,4	21 54	0,32 0,48	[+, 11, 23, 28, 29]
Cu 413	14	51 0,81	3,915 1,495	14 0,6	1,2 4,4	9 32	0,16 0,31	[+, 10, 11, 23, 24, 28, 29]
Ag 230	100	14 1,02	3,170 1,657	29 1,5	1,0 2,2	19 33	0,40 0,48	[+, 28, 29]
Zn 202	21	21 1,08	3,054 1,541	23 1,1	0,8 3,4	16 45	0,37 0,54	[11, 28, 29, 31]
Cd 100	26	12 1,75	2,437 1,686	32 2,3	0,6 2,0	25 55	0,73 0,95	[11, 28, 29]
V 168	41	34 0,81	5,068 1,207	23 1,2	1,0 2,6	13 32	0,21 0,39	[24, 28]
Ta 223	74	22 0,71	3,429 1,198	14 0,9	0,8 2,2	9 20	0,23 0,33	[14, 24, 31]
Rh 218	26	17 1,18	4,753 1,416	47 2,9	0,8 2,2	26 6,3	0,44 0,80	[+, 24, 28]

Адиабаты V и Nb в работе [19] были отнесены к типу 4. Данное здесь «гладкое» их описание основано на обширной, полученной в [24] информации, статистически обработанной с учетом сжимаемости в исходном состоянии и при самых высоких давлениях, зафиксированных в [19].

9 элементов, отмеченных в табл. 5 и 6 звездочками, принадлежат к типам 2\* и 3\*, т. е. допускают на основании статистических критериев в ограниченных, но достаточно обширных интервалах  $0 < u < u_l$  линейное описание. Уравнения адиабат и их статистические характеристики для линейных участков приведены в табл. 7, подобной табл. 4, а их сравнение с квадратичными адиабатами тех же металлов — в табл. 8. Здесь указаны абсциссы (в километрах в секунду) точек  $m$  и  $n$  пересечения (см. фиг. 2) прямых и парабол и относительные (в процентах) отклонения адиабат друг от друга при  $u = 0$  для  $u_c = (u_m + u_n)/2$  и для крайней точки  $u_l$  линейной аппроксимации. Различие для всех элементов, кроме Ni, меньше 1% и за несколькими исключениями не превышает ОДП табл. 7.

Таким образом, в зависимости от рассматриваемого уровня давлений и поставленных целей у 9 металлов, имеющих адиабаты типа 2\* и 3\*, могут быть использованы как «сплошные» параболические (табл. 5, 6), так и ограниченно-линейные представления (табл. 7). Этот вывод не вполне применим только к Ni, у которого  $a_0$  квадратической формы отличается на 1,7% в меньшую сторону как от «линейного»  $a_0$ , так и от наиболее вероятной термодинамической скорости звука  $c_0 = 4,58$  км/с при нормальных условиях. Для прецизионного охвата всей полноты данных здесь целесообразнее кусочно-гладкая аппроксимация формулами табл. 5, 7 с точкой сопряжения при  $u = 3,32$  км/с.

В большинстве прежних публикаций для других 11 элементов табл. 5, 6, относящихся к типам 2 и 3, для различных по величине интервалов



Таблица 8

Элемент	$u_m$	$u_n$	$\left(\frac{\Delta}{D}\right)_0, \%$	$\left(\frac{\Delta}{D}\right)_c, \%$	$\left(\frac{\Delta}{D}\right)_l, \%$
Cr	0,67	1,84	-0,95	0,20	-0,59
Ni	0,84	3,32	-1,64	0,50	-0,93
Cu	0,84	2,68	-0,41	0,09	-0,43
Ag	0,10	1,88	-0,25	0,85	-0,48
Zn	0,40	2,59	-0,76	0,52	-0,65
Cd	0,04	0,87	-0,12	0,61	-0,77
V	0,15	1,16	0,06	-0,13	0,73
Ta	0,05	1,52	0,06	-0,30	0,60
Rh	0,31	1,50	0,47	-0,25	0,51

$D(u)$ -уравнения давались в форме линейных двучленов (1.1). Найдем допустимые границы такого удобного для многих применений приближения. Легко показать, что для каждого выбранного интервала линейности  $(0, u_L)$  может быть найдена секущая, отходящая от параболы при  $u = 0$ ,  $u_L/2$  и  $u_L$  на равные по абсолютной величине значения  $\Delta = |a_2| u_L^2/8$ . Коэффициентами такой секущей будут

$$a_{0L} = a_0 - a_2 u_L^2/8, \quad a_{1L} = a_1 + a_2 u_L.$$

Для весьма малых различий ( $\Delta = 10^{-2} a_0$ ) интервалы приближенного линейного описания составляют: для Cs, Se около 1 км/с, Pd, Sn, Pb, Co и Tl  $\sim 2$  км/с, Nb, In, Pt немного более 3 км/с, Na 5,5 км/с.

Рассчитанные таким образом характеристики начальных участков адиабат этих металлов так же, как линейные аппроксимации табл. 1, 4, близки по номинальным значениям коэффициентов к выражениям, приведенным для тех же элементов в [28, 15, 19, 7, 24]. Для 20 металлов расширенные диапазоны параметров описаны в данной работе без потери точности квадратичными трехчленами табл. 5, 6.

Основной полученной статистической характеристикой являются доверительные интервалы, определяющие погрешности в положениях ударных адиабат металлов. Для выделенных значений  $u$  величины  $\Delta_D^0$  приведены в табл. 4—7. На фиг. 6, а изображены зависимости функций  $\Delta_D^0(u)$  для Mo (тип 1), Pb (тип 2) и Co (тип 3). Аналогичные кривые показаны на фиг. 6, б для Cu, Ni (тип 2\*) и V (тип 3\*). Причем для Cu, Ni даны зависимости для полного параболического (сплошная линия), а у Cu и для ограниченно-линейного (штриховая линия) описания. Как показывают графики и таблицы, общим для всех кривых является наличие глубокого минимума при  $\sim 1$  км/с. Наибольшей величины  $\Delta_D^0$  достигают на правой границе изученных интервалов и несколько меньшей на левой (при  $u = 0$ ). Значения  $\Delta_D^0$  зависят от числа и статистического веса точек, их экспериментального разброса, а также от аналитической формы, использованной при аппроксимации. При линейном законе возрастания  $D$  значения  $\Delta_D^0$  меньше, чем при квадратичном, содержащем в  $D - u$ -соотношениях больше требующих определения регрессионных коэффициентов.

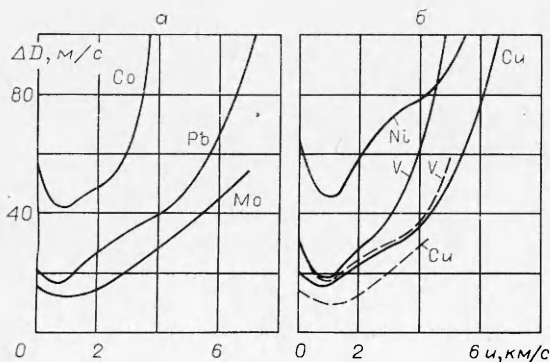
На примерах V, Pb, Cu, Cr, Mo, Li и Be было проверено влияние на  $\Delta_D^0$  и получаемые уравнения адиабат выбора статистического веса  $W_i$  в виде  $W_i = g_i D_i^{-2}$  или  $W_i = g_i$ , т. е. при минимизации формы  $M$  по от-

носительным или абсолютным отклонениям. В частности, для V и Pb во втором случае получены формулы

$$(2.8) \quad \begin{aligned} V : D &= 5,072 + 1,174u + 1,99 \cdot 10^{-2} u^2, \\ Pb : D &= 2,004 + 1,571u - 3,3 \cdot 10^{-2} u^2, \end{aligned}$$

практически тождественные с соотношениями, данными выше: вычисленные по (2.8) и коэффициентам табл. 5, 6 волновые скорости различаются на доли процента. Напротив, при переходе от  $W_i = g_i D_i^{-2}$  к  $W_i = g_i$  значения  $\Delta_D^0$  при больших  $u$  уменьшаются. Двум вариантам выбора веса для V отвечают сплошные и штриховые кривые соответственно на фиг. 6, б. Нереалистически малые значения доверительных интервалов при больших  $u$ , получаемых при  $W_i = g_i$ , подтвердили целесообразность осуществленных в настоящей работе аппроксимаций по относительным отклонениям экспериментальных данных.

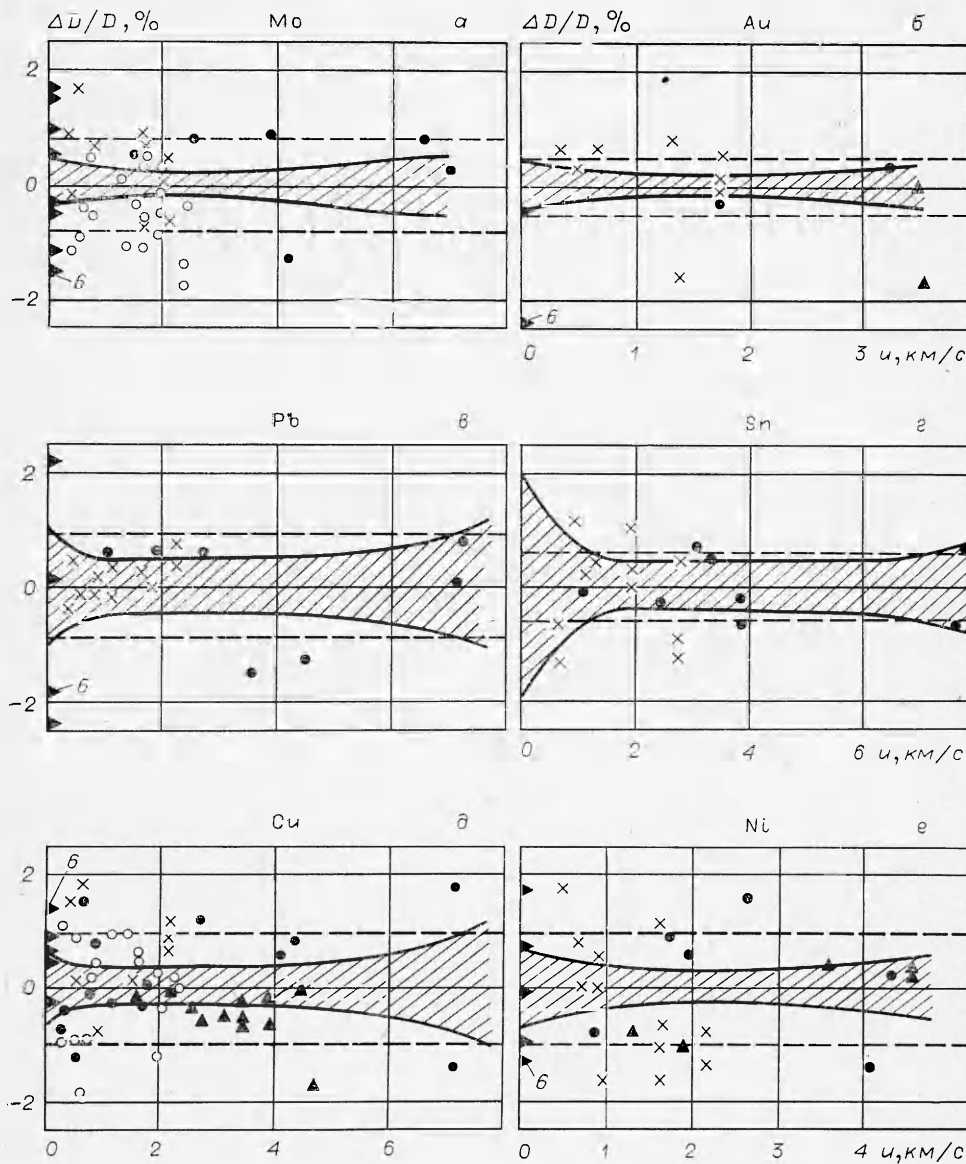
Для решения многих задач существенно значения относительных доверительных отклонений. Для нескольких металлов на фиг. 7 диаграммы ( $\Delta_D^0/D$ ) —  $u$  даны на фоне относительных отклонений обработанных экспериментальных данных. Значения  $c_0$  отмечены на оси ординат диаграмм точками б, а другие обозначения здесь те же, что и на фиг. 1—3. В отличие от  $\Delta_D^0$  контуры ОДП очерчивают полосы в средней зоне примерно постоянной ширины, расширяющиеся только к краям изученных интервалов. Штриховыми линиями на диаграммах фиг. 7 показаны значения  $\pm v$ , вычисленные по (2.7) и характеризующие так называемую «кажущуюся погрешность» эксперимента [47]. Почти на всем протяжении границы ОДП находятся внутри полосы  $\pm v$ . Различие между ОДП и  $v$  особенно велико у Mo и других линейно-аппроксимированных металлов. Диаграммы фиг. 7 иллюстрируют и характерное распределение динамической информации по амплитудным диапазонам, данным в нижних шкалах значениями массовых скоростей. Точки, полученные на взрывных системах за рубежом и принадлежащие к группам «б» и «в», доминируют в интервалах первых 2—2,5 км/с и давлений в 1,5—2 Мбар. (Эти пределы относятся к элементам фиг. 7 со средними и большими атомными номерами. Для легких металлов они, естественно, смещаются по  $u$  в большую и по  $p$  в меньшую стороны.) Здесь находятся «центры тяжести» экспериментальных измерений и наиболее узкие участки  $\Delta_D^0$  и ОДП. Давления порядка 2—5 Мбар изучены главным образом на взрывных системах группы «а» (кроме Be и Pt), а также на пневматических установках (Mg, Cu, Ni, Pt, W, Au, Be). Как показывает сравнение на диаграммах фиг. 7 (Au, Cu, Ni), нет систематических различий между данными этих двух методов, обозначенными здесь, как и ранее, точками 2, 5. Характеристики сжимаемости



Ф и г. 6

до 8—9 Мбар для 9 статистически проанализированных здесь металлов (Ni, Cu, Pb, Sn, Zn, Cd, Mo, Ce) получены только в исследованиях первой группы, определивших в этой области конфигурации адиабат и их положения в  $D - u$ -плоскости с максимальными значениями ОДП  $\sim 1\%$ .

Проведенный анализ позволяет оценить фактическую точность, присущую ударным адиабатам при пе-



Ф и г. 7

переходе от функции  $D(u)$  к иным переменным. Привлекая для этого теорию переноса ошибок, имеем

$$(2.9) \quad \left( \frac{\Delta_u^0}{u} \right)_D = \frac{1}{zD'_u} \left( \frac{\Delta_D^0}{D} \right)_u.$$

Используя, кроме того, соотношения на разрыве, можно перейти к термодинамическим параметрам, что дает

$$(2.10) \quad \left( \frac{\Delta_p^0}{p} \right)_z \approx \frac{2}{1 - zD'_u} \left( \frac{\Delta_D^0}{D} \right)_u;$$

$$(2.11) \quad \left( \frac{\Delta_z^0}{z} \right)_p \approx \frac{2}{1 + zD'_u} \left( \frac{\Delta_D^0}{D} \right)_u.$$

2\*

Таблица 9

$p$ , ГПа	Элемент	$\left(\frac{\Delta_p^0}{p}\right)_z$ , %	$\left(\frac{\Delta_z^0}{z}\right)_p$ , %	$(\Delta_\delta^0)_p \cdot 10^2$	Элемент	$\left(\frac{\Delta_p^0}{p}\right)_z$ , %	$\left(\frac{\Delta_z^0}{z}\right)_p$ , %	$(\Delta_\delta^0)_p \cdot 10^2$
50	РЬ (табл. 5)	1,87	0,67	0,44	Cu (табл. 5)	0,74	0,44	0,12
100		2,45	0,68	0,70		0,92	0,45	0,23
200		2,96	0,66	1,04		1,09	0,48	0,38
400		2,7	0,61	1,16		1,23	0,55	0,69
800		4,41	0,88	2,21		1,98	1,11	2,03
1000		5,3	1,22	5,73		2,36	1,46	2,92
50	Mo (табл. 4)	0,33	0,23	0,04	Ni (табл. 7)	0,96	0,58	0,14
100		0,48	0,28	0,09		0,92	0,45	0,18
200		0,63	0,29	0,17		1,27	0,46	0,29
400		1,10	0,38	0,40		2,34	0,58	0,64
800		1,88	0,47	0,81				
1000		2,20	0,49	0,94				

Здесь нижний индекс после скобок в (2.2) — (2.4) отвечает постоянству соответствующей величины при расчете случайного отклонения функции. Так, на вертикалях и горизонталях вставок фиг. 4 контуры заштрихованных полос отсекают показанные в процентах величины  $\pm (\Delta_p^0/p)_z$ ,  $\pm (\Delta_z^0/z)_p$ .

Более полно степень определенности наших представлений о динамической сжимаемости металлов характеризуют на примерах РЬ, Мо, Си и Ni данные табл. 9, рассчитанные по (2.10), (2.11), в таблице даны также погрешности для степени сжатия  $\delta = \rho/\rho_0$ , вычисленные по формуле  $\Delta_\delta^0 = \delta(\delta - 1) \Delta z/z$ . Для разных металлов динамические давления при заданной объемной деформации на уровне 10 Мбар известны сейчас с точностью от  $\pm 2$  до  $\pm 6\%$ . При 4 Мбар доверительная погрешность уменьшается до 1—3%, а при 1 Мбар до 0,5—2%.

Найденные в данной работе погрешности  $\Delta_{a_i}^0$  характеризуют вероятные отклонения коэффициентов  $D(u)$ -уравнений от их истинных значений. В среднем отклонения  $\Delta_{a_0}^0/a_0$  составляют для адиабат типов 1, 2\*, 3\* (табл. 4,7) 0,3% и для квадратичных аппроксимаций 0,5%. С такой точностью найдены коэффициенты  $a_0$ , представляющие наиболее достоверные значения скоростей звука  $c_0$  при нормальных условиях. Действительно, при их отыскании, помимо экспериментальных  $c_0$ , найденных разными методами, из которых в процессе счета отбрасывались выпадающие значения, с большим эффективным весом входили ударно-волновые измерения, определявшие в  $D-u$ -плоскости положение начального участка адиабаты. Для изэнтропических модулей объемного сжатия  $K_{s_0} = \rho_0 c_0^2$  возможные погрешности равны 0,6—1,0%. Коэффициенты  $a_1$  в уравнениях (1.1), (1.2) связаны с производной модуля объемного сжатия при  $p = 0$  известным [53] соотношением:  $4a_1 = (\partial K_s / \partial p)_{s_0} + 1$ . Отсюда, если речь идет об уравнении типа Мурнагана,  $\rho c_0^2 p = \frac{\rho_0 c_0^2}{B} [(\rho/\rho_0)^k - 1]$ ,  $4a_1 = B + 1$  и  $\Delta_{a_1}^0 = 4\Delta_{a_1}^0$ . Для металлов табл. 4, 7 в среднем  $\Delta_{a_1}^0 = 0,05$ , а при квадратичных аппроксимациях других металлов — 0,14. Эти точности существенно превышают возможности ультразвуковых определений коэффициентов Мурнагана. Третий параметр в уравнении (1.2) (коэффициент  $a_2$ ) найден со средней относительной погрешностью 10%.

Оценим возможности, которые открывают использование экспериментально изученных металлов в качестве динамических тензомеров. Динамические давления при известной с той или иной точностью адиабате могут

определяться измерениями в образцах только одного параметра — массовой или волновой скорости. Результирующая ошибка связана с двумя источниками погрешностей: неопределенностью имеющихся представлений о положении ударной адиабаты, т. е. значениями ОДП, и неточностью экспериментальных измерений, т. е. величинами  $(\Delta^3 u/u)$  или  $(\Delta^3 D/D)$ . Считая ошибки независимыми и используя (2.9) и соотношения на разрыве, получаем следующие оценки для точности регистрации давлений по измерениям  $u$  и  $D$  соответственно:

$$(2.12) \quad \frac{\Delta_p^0}{p} = \left[ \left( \frac{\Delta^3 u}{u} \right)^2 (1 + zD'_u)^2 + \left( \frac{\Delta_D^0}{D} \right)^2 \right]^{1/2};$$

$$(2.13) \quad \frac{\Delta_p^0}{p} = \frac{1}{zD'_u} \left[ (1 + zD'_u)^2 \left( \frac{\Delta^3 D}{D} \right)^2 + \left( \frac{\Delta_D^0}{D} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Как видно из структуры формул и приближенного равенства  $(\Delta^3 u/u) \approx (\Delta^3 D/D)$ , за счет присутствия в (2.13) множителя  $(zD'_u)^{-1}$  преимущество, особенно большое при малых  $z$  ( $p < 50$  ГПа), имеет определение давлений по величине массовой скорости.

Для идеализированных «абсолютно точных» регистраций погрешность  $(\Delta_p^0/p) \approx (\Delta_D^0/D)$  меняется в пределах от десятых долей до одного процента. Практически при использовании полученных выше высокоточных  $D$  —  $u$ -соотношений основной вклад в ошибки нахождения  $p$  вносит экспериментальная неточность конкретного единичного измерения  $(\Delta^3 u/u)$  или  $(\Delta^3 D/D)$ , как правило, превышающая значения ОДП.

**3. Негладкие адиабаты 22 элементов. Общие закономерности.** Негладкие адиабаты Гюгонио (фиг. 8, 9, *a*), отнесенные к типу 4, характерны для 17 элементов, находящихся в левой части периодической таблицы [7]. Они были обнаружены у Rb [30], Ca и Sr [17, 19] и, согласно [19, 26, 27], у Sc, Y и у всех изученных редкоземельных элементов (РЗЭ) VI периода. Такие адиабаты содержат критические точки или узкие области, отделяющие более пологие нижние участки кривых, в дальнейшем обозначаемые индексом  $n$ , от более крутых верхних (индекс  $v$ ). Традиционно оба отрезка описываются в кинематических переменных волновая скорость  $D$  — массовая скорость  $u$  линейными соотношениями. Ниже авторами используется более общая форма

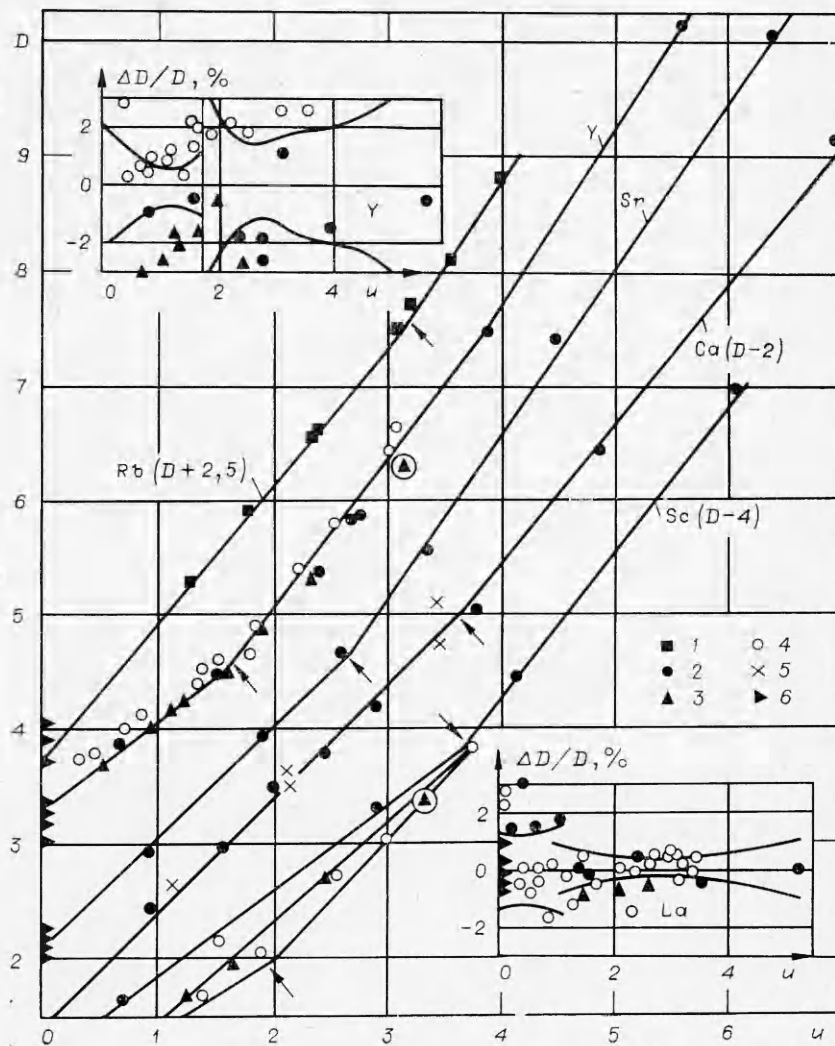
$$(3.1) \quad D_n = a_{0n} + a_{1n}u, \quad D_v = a_{0v} + a_{1v}u + a_{2v}u^2,$$

где коэффициент  $a_{2v}$  может быть отрицательным, положительным или равным нулю.

Возникновение изломов на кривых сжатия вызвано [45, 7] перемещением внешних электронов на внутренние орбитали и образованием компактных малосжимаемых электронных конфигураций.

По оценкам [27], зафиксированные в экспериментах особенности адиабат расположены вблизи кривых плавления. Поскольку [55] прерывное изменение упругости несвойственно жидкому состоянию металла, для более полного понимания физической природы происходящих процессов принципиальное значение имеет выяснение возможной ширины переходной зоны и точности ее локализации по шкале давлений и температур. Как и для других металлов, целью последующего анализа является, кроме того, отыскание наиболее достоверных  $D(u)$ -функций и доверительных интервалов для входящих в них коэффициентов и для волновых скоростей. Эти же задачи решаются и для ступенчатых  $D(u)$ -зависимостей (фиг. 9, *e*) типа 5, образующихся при фазовых переходах первого рода.

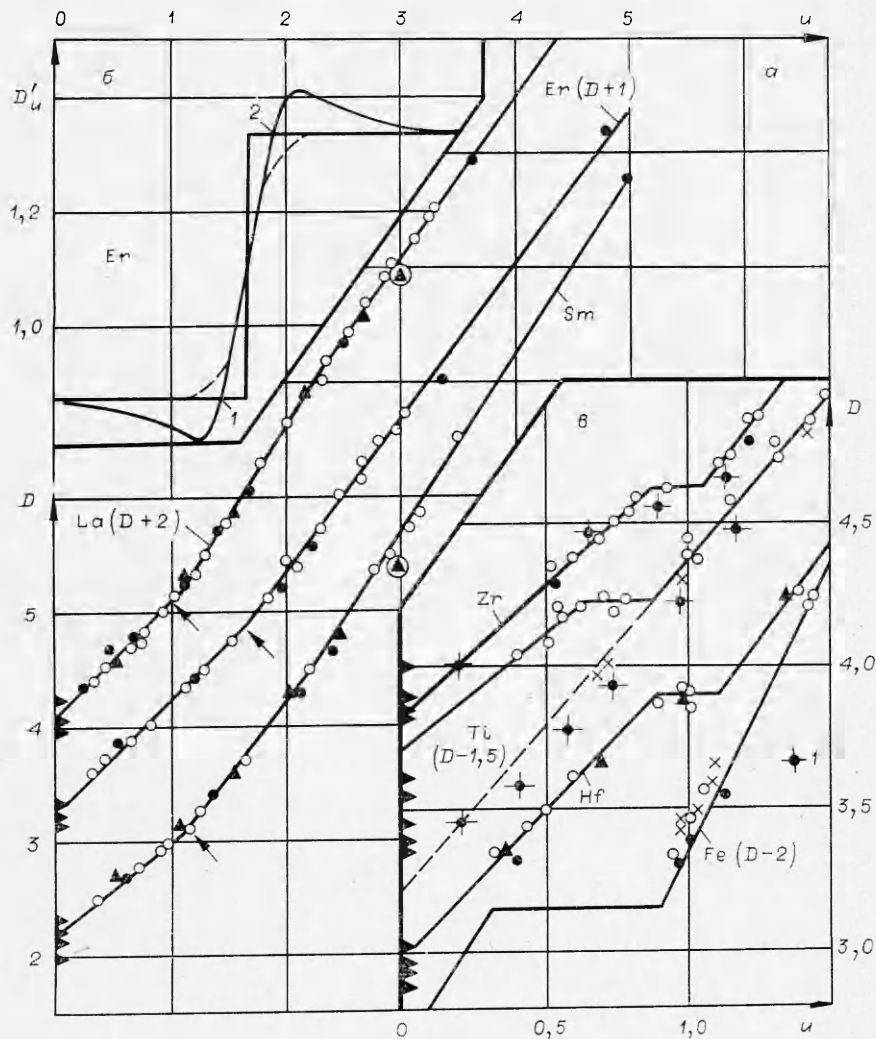
Обратимся к адиабатам 4 типа, изображенным на фиг. 8, 9, *a*, где звуковые данные — точки *b*, ударные — *l*—5, у Rb (точки *l*) большин-



Фиг. 8

ство точек расположено на нижней ветви, а две верхние — на луче, проходящем через начало координат. По [30] адиабату Rb описывают уравнения:  $D_H = 1,232 + 1,184u$ ,  $D_B = 1,567u$  (здесь и далее скорости  $D$  и  $u$  в километрах в секунду). У Sr четкий угол излома образован [19] прямыми  $D_H = 2,10 + 0,94u$ ,  $D_B = 0,58 + 1,5u$ . Оба металла из-за малого числа регистраций, приходящихся на верхние ветви, статистически не анализируются. Для Sc совместная обработка всей информации нецелесообразна из-за большого расхождения между данными [19, 26, 27], обозначенными на фиг. 8, 9, а точками 2—4 соответственно. С известной определенностью здесь можно судить только о наклонах  $a_{1H} = 0,64 - 0,74$ ,  $a_{1B} = 1,0 - 1,3$ . Систематические различия в измерениях разных исследователей имеются и у Y. Как видно из «диаграммы отклонений», приведенной на верхней вставке фиг. 8, экспериментальные точки работ [19, 26] расположены у Y с нижней стороны аппроксимационной кривой, а работы [27] — с верхней. То же распределение данных, но с меньшей амплитудой разброса наблюдается и у Dy. У большой группы других РЗЭ имеет место удовлетворительное совпадение результатов, полученных разными авто-





Фиг. 9

рами. Типичной для них является ситуация La, показанная на нижней вставке фиг. 8. Сама  $D - u$ -диаграмма La и характерные зависимости еще двух редкоземельных элементов (Er и Sm) изображены на фиг. 9, а.

Поскольку причины систематических расхождений неизвестны, ударно-волновые данные разных авторов для РЗЭ учитывались с одинаковым коэффициентом значимости  $g = 1$ . С тем же весом принимались при обработке значения изэнтропических скоростей звука, полученные различными методами: по скоростям продольных и поперечных волн в поликристаллах [26, 27], рассчитанные по скоростям ультразвуковых волн вдоль разных направлений монокристалла [41], из аналитических формул, описывающих ход кривых изотермического сжатия [35, 36—39], по значениям упругих модулей поликристаллических образцов при нормальных условиях [35].

Для выяснения согласующихся с экспериментом возможных размеров переходных зон опишем обе ветви кривой динамического сжатия типа 4 непрерывной аналитической функцией, существенно отличающейся от

функции вида (3.1) только в области шириной  $2l$ . Такими свойствами при  $a_{2в} = 0$  обладает, в частности, функция

$$(3.2) \quad D_l(u) = D_K + (1/2)(u - u_K)[a_{1в} + a_{1н} + (a_{1в} - a_{1н})\text{th} [(u - u_K)/l]]$$

при  $l$ , стремящемся к нулю, переходящая в эквивалентное (3.2) уравнение асимптот

$$(3.3) \quad D_A(u) = D_K + (1/2)(u - u_K)[a_{1в} + a_{1н} + (a_{1в} - a_{1н})\text{sign}(u - u_K)].$$

При любом конечном  $l$  кривая (3.2) касается точки  $u_K, D_K$  пересечения прямых, отклоняясь вниз, при  $u_1 = u_K - 0,63l$  и  $u_2 = u_K + 0,63l$  на максимальную величину

$$(3.4) \quad \delta D = D_l - D_A = -0,14(a_{1в} - a_{1н})l.$$

Характер изменения производной  $D'_l(u)$  на примере Ег для  $2l = 600$  м/с показан на фиг. 9, б. Расстояние в  $1,26l = 380$  м/с между точками 1, 2 представляет здесь эффективный интервал сглаживания, на протяжении которого производная почти линейно возрастает от величины  $a_{1н} = 0,87$  до  $a_{1в} = 1,33$ . Образование протяженной переходной зоны в 25 ГПа достигается за счет незначительных вариаций волновых скоростей, не превышающих согласно (3.4) 20 м/с. Близкий результат имеет место при монотонном (штриховая линия) возрастании производной в пределах того же интервала в 380 м/с, когда максимальное расхождение с линейно-прерывным описанием при  $u = u_K$  равно 27 м/с. Таким образом, при любой структуре переходной зоны существующая точность ударно-волновых измерений не позволяет различить две разные физические ситуации: скачкообразное возникновение малосжимаемых состояний при критических параметрах перехода и постепенное увеличение упругости металла в широком интервале давлений до 20 ГПа и более. Этот негативный результат приводит одновременно к важному выводу о допустимости и практической целесообразности введения для целей аппроксимации эффективных точек излома и сегментного описания кривых динамического сжатия уравнениями (3.1). Вопрос же о физической реальности изломов пока остается открытым. Он может быть решен с помощью экспериментальных регистраций производных кривых сжатия по значениям скоростей звука за фронтом ударных волн различной амплитуды, например, по методике боковой разгрузки [56].

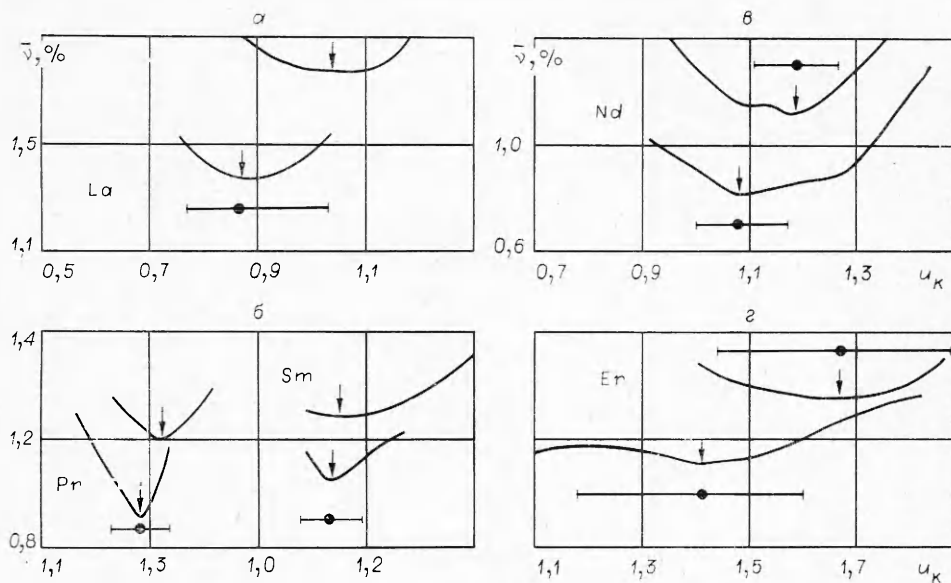
Статистическая обработка результатов с использованием многих регрессионных параметров уравнения (3.2) представляет трудно разрешимую задачу. Приближенный способ заключается в предварительном разбиении всего экспериментального массива из  $N$  точек на «нижнюю» и «верхнюю» совокупности и независимом статистическом анализе каждой из них по имеющимся для уравнений типа (3.1) алгоритмам.

По определению оптимальное распределение данных между нижним и верхним участками адиабат приводит к наиболее точной аппроксимации, когда параметр

$$(3.5) \quad \bar{v} = \left[ \sum_{i=1}^{n_H} (D_H - D_i)^2 W_i + \sum_{i=n_H+1}^N (D_B - D_i)^2 W_i \right]^{1/2} / N^{1/2},$$

усредняющий отклонения по нижней  $n_H$  и верхней  $n_B$  совокупностям ( $n_H + n_B = N$ ), приобретает минимальное значение.

Новый метод был разработан для количественного определения возможных погрешностей в величине  $u_K$ , но только для линейных вариан-



Ф и г. 10

тов (3.1). В этом случае пересечение двух частных  $m$ ,  $l$  описаний оптимального разбиения происходит при

$$(3.6) \quad u_{\kappa}^{m,l} = \frac{a_{\text{OH}}^m - a_{\text{OB}}^l}{a_{\text{IB}}^l - a_{\text{IH}}^m}.$$

Множество  $u_{\kappa}^{m,l}$  образует новую совокупность, выводимую из вероятностных характеристик коэффициентов правой части (3.6). Подсчет числа  $m$ ,  $l$  вариантов выделяет на оси массовых скоростей около номинальной точки  $u_{\kappa}$  доверительные интервалы  $2\Delta_{u_{\kappa}}^0 = u_2 - u_1$ , в которых с заданной вероятностью  $q$ , в частности с  $q = 0,68$ , находится место излома. Из структуры формулы (3.6) следует, что величина  $u_2 - u_1$  обратно пропорциональна разности  $a_{\text{IB}}^l - a_{\text{IH}}^m$  номинальных наклонов  $D(u)$ -зависимостей.

Примеры вычисления  $\bar{v}(u_{\kappa})$  по (3.5) для различных способов разделения данных между «фазами» высокого и низкого давления даны на фиг. 10 для пяти РЗЭ. Верхние кривые получены при обработке всех динамических данных и значений скоростей звука при  $p = 0$ . Нижние, с меньшим экспериментальным разбросом, — только по ударно-волновым измерениям [27]. При вычислениях принималось  $W_i = D_i^{-2}$ . Горизонтальными отрезками на графиках отмечены вычисленные по алгоритмам доверительные интервалы  $\Delta_{u_{\kappa}}^0$  для изломов. Достигнутая сейчас степень их локализации для разных металлов различна. Для Pr и Sm неопределенность положения составляет около 100 м/с. Для La и Nd около 200 м/с, для Er  $\sim 500$  м/с. Ясно заметно смещение изломов в сторону больших  $u_{\kappa}$ , полученное при совместной обработке всей информации. Поэтому для получения номинальных параметров изломов и анализа их корреляции с плавлением металла предпочтительнее ограничиться обработкой измерений [27]. Достаточно многочисленные, они получены по единообразной методике и не содержат точек, относящихся к особо высоким давлениям. Для РЗМ результаты обработки даны в табл. 10. Здесь приведены для двух ветвей уровни значимости  $\alpha$  линейной гипотезы, номинальные коэффициенты уравнений (3.1) для линейных вариантов, критические значения давлений  $p_{\kappa}$  (рядом с символом элемента), волновых скоростей  $D_{\kappa}$  и массовых скоростей  $u_{\kappa}$ .

Т а б л и ц а 10

Элемент $p_K$	$\alpha$ , %	$a_{0H}$ $a_{0B}$	$a_{1H}$ $a_{1B}$	$D_K$	$u_K$	Пределы $u_K$
Y 35,90	6 34	3,424 2,391	0,733 1,346	4,65	1,68	1,50—1,85
La 15,67	76 47	2,082 1,586	0,938 1,504	2,90	0,88	0,78—1,03
Pr 27,10	17 35	2,101 0,936	0,781 1,685	3,10	1,29	1,24—1,34
Nd 23,00	12 9	2,188 1,531	0,794 1,401	3,05	1,08	0,99—1,17
Sm 26,20	67 28	2,55 1,580	0,746 1,341	3,10	1,14	1,08—1,19
Gd 30,00	53 62	2,195 1,793	0,927 1,272	3,27	1,16	0,96—1,33
Tb 35,10	62 62	2,176 1,748	0,949 1,287	3,38	1,27	1,10—1,42
Dy 30,40	88 64	2,28 1,907	0,887 1,223	3,26	1,11	1,01—1,22
Ho 42,80	48 50	2,272 1,925	0,959 1,213	3,58	1,37	0,88—1,63
Er 45,50	11 49	2,345 1,692	0,870 1,334	3,57	1,41	1,18—1,63
Tm 40,70	36 97	2,259 1,889	0,907 1,197	3,42	1,28	0,94—1,63
Yb 15,65	90 83	1,451 0,875	0,836 1,422	2,16	0,98	0,93—1,04

и в последнем столбце пределы  $u_K$  для отрезка, внутри которого с вероятностью  $q = 0,68$  заключены изломы адиабат \*. Статистический анализ выполнен при минимизации функционалов  $M$  по относительным отклонениям, т. е. при  $W_i = D_i^{-2}$ . Номинальные коэффициенты аппроксимаций близки к прежним [27]. Точно так же для всех элементов, кроме La, в новой обработке точки сопряжения ветвей отличаются от [27] по массовым скоростям не более чем на 60 м/с.

Существенно новая информация содержится в оценках точности локализации изломов. На фиг. 11 для элементов табл. 10 штриховкой даны пересчитанные на давления данные последнего столбца таблицы для доверительных интервалов критических состояний. Горизонтальные отрезки диаграммы отмечают уровни ударных давлений, при которых, по оценкам авторов [27], происходит плавление металла, а у Gd — полиморфный переход. Как видно из диаграммы, предполагаемые давления фазовых превращений у большинства металлов находятся вне доверительных интервалов или на их границе, на дистанции в 3—6 ГПа от номинальных  $p_K$ . Для некоторых из них (La, Nd, Gd, Tb) полученные в [27] близкие совпа-

\* Скорости и коэффициенты  $a_0$  в таблицах даны в километрах в секунду, давления — в гигапаскалях.

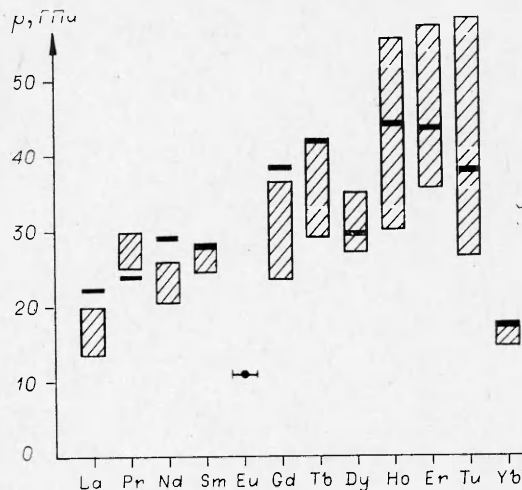
дения основаны на ошибочных значениях давлений изломов. (Приведенные в таблице и на графиках этой работы данные противоречат значениям, рассчитанным по коэффициентам  $D(u)$ -функций, имеющимся в той же статье.) У Dy, Er, Ho и Tu параметры плавления лежат внутри интервалов, близко от номинальных  $p_{\kappa}$ . Однако такое совпадение несет мало физической информации, так как абсолютные размеры доверительных интервалов Dy, Er, Ho и Tu чрезвычайно велики (от 8 до 30 ГПа).

Вместе с тем данные по Eu, имеющему адиабату типа 5, и общий вид диаграммы указыва-

ют на известную корреляцию, существующую между плавлением и электронными переходами. Существует ли физическая взаимосвязь между этими процессами или оба они являются результатом лантанидного сжатия [57], сейчас неизвестно. Решение этой проблемы требует применения методов, позволяющих экспериментально регистрировать плавление и упругость металла за фронтом ударных волн по скорости распространения малых возмущений [56].

Совместная обработка данных [19, 26, 18, 27] и табл. 3 позволяет проследить ход адиабат типа 4 до давлений, превышающих 300 ГПа и у Gd до 600 ГПа, и найти, как и для других металлов, точности их определений. Полученные результаты внесены в табл. 11\*. Первые 7 столбцов ее содержат ту же информацию, что и табл. 10. В ее правой части вместо пределов  $u_{\kappa}$  даны статистические характеристики адиабат: значения  $\Delta_D^0$  для нижней и верхней ветви при  $u_{\kappa}$  и для верхней ветви при  $\langle u \rangle$  и  $u_{\max}$ , где  $\Delta_D^0$  минимально и максимально. Для La, Pr, Nd, Sm, Gd, Er, Yb совместная обработка хорошо воспроизводит аппроксимации табл. 10, хотя и приводит у La, Nd и Er к существенным смещениям точек изломов. Из-за большого экспериментального разброса и систематических расхождений измерений худшее совпадение аппроксимаций и большие доверительные интервалы получены у Y, Dy и Ho. Для Lu из-за недостаточного числа регистраций [19] в табл. 11 даны только номинальные значения коэффициентов. У Ca из-за малого различия в наклонах  $a_{1н}$  и  $a_{1в}$  (см. фиг. 8) анализ данных [19, 31] (точки 2 и 5) выявил большую неопределенность в месте излома. С равными основаниями адиабата Ca может быть описана единой параболической  $D(u)$ -зависимостью. Существование электронных переходов и различных по сжимаемости состояний металла, однако, подтверждено для Ca квантово-механическими расчетами и измерениями электросопротивления [58].

Среди элементов-металлов, испытывающих фазовые переходы первого рода, фазы низкого и высокого давления в динамических экспериментах зарегистрированы у Ti, Zr, Hf, Eu и Fe. По принятой классификации адиабаты этих металлов принадлежат к типу 5, т. е. состоят из трех участков (фиг. 9, в): адиабаты однократного сжатия исходной модификации, гори-



Ф и г. 11

\* Акустические данные учитывались для всех элементов таблицы, кроме Y, Dy, Ho.

Таблица 11

Элемент $p_K$	$\alpha$ , %	$a_{0H}$ $a_{0B}$	$a_{1H}$ $a_{1B}$	$a_{2B} \cdot 10^2$	$D_K$	$u_K$	$\Delta_{D'}^0$ , м/с	$u^{(u)}$ $u_{max}$	$\Delta_{D'}^0$ , м/с
La 20,1	75 0	2,064 1,391	1,012 1,702	— -4,56	3,12	1,05	50 27	1,8 5,3	14 114
Pr 28	89 4	2,109 0,759	0,779 1,858	— -4,3	3,14	1,32	15 53	2,0 5,2	29 263
Nd 26,2	2 11	2,171 1,424	0,823 1,450	—	3,15	1,19	23 24	2,1 5,1	17 69
Sm 27,2	43 0	2,224 1,838	0,806 1,062	6,68	3,15	1,16	41 29	1,7 5,0	19 147
Gd 29,9	20 94	2,197 1,801	0,931 1,274	— —	3,27	1,16	22 28	2,1 7,1	18 107
Er 58,5	60 75	2,287 1,579	0,947 1,370	— —	3,87	1,67	41 48	2,5 4,8	27 117
Yb 15,4	94 94	1,435 0,866	0,865 1,419	— —	2,12	1,03	23 22	1,6 5,2	15 93
Y 34,6	14 18	3,381 2,795	0,725 0,982	— 6,00	4,58	1,65	52 178	2,4 5,6	77 436
Dy 45,10	83 22	2,252 1,844	0,926 1,157	— 3,09	3,62	1,48	32 61	2,0 4,9	41 247
Ho 36,6	87 19	2,291 2,150	0,934 0,986	— 5,26	3,44	1,22	12 48	1,6 4,8	28 240
Lu 74,7	— —	2,20 0,98	1,00 1,65	— —	4,08	1,88	— —	— —	— —
Ca 39,3	15 76	3,438 2,405	0,968 1,248	— —	7,01	3,69	85 270	4,6 7,00	196 445

горизонтального плато, когда стандартная техника измерений фиксирует постоянную скорость  $D_K$  опережающей ударной волны начала превращения, и адиабаты Гюгонио второй фазы после восстановления единой поверхности разрыва. Экспериментальные данные, относящиеся к двум фазам, интерпретировались как две независимые совокупности, описанные уравнениями (3.1). Более сложное четырехчленное выражение в [46], адекватно отражающее особенности фазовых переходов, использовано для железа, поскольку трансформация  $Fe_\alpha - Fe_\epsilon$  сопровождается большим изменением объема  $\Delta V$ .

Для 4 элементов с малыми  $\Delta V$  основные характеристики  $D(u)$ -зависимостей приведены в табл. 12, отличающейся от табл. 11 заменой  $u_K$  двумя значениями для границ плато —  $u_{KH}$  и  $u_{KB}$ . Рассмотрим результаты, полученные для каждого из металлов, обращаясь к фиг. 9,  $v^*$  и 3. В работах [28, 29, 14] Ti рассматривался как металл, имеющий гладкую адиабату. Небольшой разрыв в данных ниже 1 км/с, говорящий о наличии фазового перехода, был обнаружен в работе [24], а компоненты новой фазы в сохранных образцах — в [59]. Предложенное в [24] описание сжимае-

\* Обозначения точек на фиг. 9,  $v$  те же, что и на фиг. 1—3 и 7, кроме точек 1.



Т а б л и ц а 12

Элемент $p_K$	$\alpha, \%$	$a_{0H}$ $a_{0B}$	$a_{1H}$ $a_{1B}$	$D_K$	$u_{KH}$ $u_{KB}$	$\Delta D^0$ м/с	$\langle u \rangle$ $u_{max}$	$\Delta D^0$ м/с	Источник
Ti 16,7	— 86	5,22 4,722	0,767 1,130	5,72	0,65 0,88	— 29	2,0 9,4	20 130	[28, 29, 14] [24, 23, +]
Zr 26,5	5 25	3,83 3,236	0,914 1,301	4,63	0,88 1,07	18 16	1,8 5,2	13 50	[28, 31] [19, 24]
Hf 44,5	5 64	2,948 2,422	1,069 1,325	3,89	0,88 1,11	52 41	2,0 4,4	23 99	[18, 24] [26]
Eu 10,6	77 27	1,720 1,023	0,848 1,303	2,43	0,84 1,08	48 50	2,1 4,0	34 89	[18, 26] [27]

мости Ti не согласуется, однако, с измерениями (точки 4) [28] при  $u \approx 0,70$  км/с и значениями (точки 6) скорости звука в 4,85—4,95 км/с, полученными разными методами [35, 38, 41].

Ниже линии первой фазы располагаются и последующие (точки 1) проверочные ударно-волновые измерения авторов данной работы. Вопрос о начальном участке адиабаты Ti остается пока открытым. Приведенное в табл. 12 впервые уравнение ее второй ветви удовлетворительно описывает эксперименты от 0,9 до 9,4 км/с, включающие измерения на взрывных и пневматических [23] метательных системах. В отличие от Ti у Zr и Hf имеет место для всех диапазонов хорошее совпадение результатов разных авторов. Данные по Eu первоначально [18, 26] описывались, как и у других лантанидов, кривыми типа 4. В [27] в последовательности  $D$ ,  $u$  точек Eu было выявлено небольшое плато при давлениях, совпадающих по оценкам с давлениями ударного плавления (фиг. 11). При больших амплитудах ударных волн измерение [19, 26], с одной стороны, и [27], с другой — у Eu расходится так же, как у Y. Усредняющая аппроксимация уравнениями (3.1) здесь может быть удовлетворительно осуществлена только до  $u \leq 4$  км/с, хотя данные по сжимаемости Eu имеются [26] до  $u = 5,9$  км/с.

Особое значение имеет получение наиболее точной адиабаты железа, металла, выполняющего роль стандарта для измерений сжимаемости при наиболее высоких давлениях [8—20]. Из-за фазового перехода  $Fe_\alpha - Fe_\epsilon$ , происходящего при 12,8 ГПа [60],  $D(u)$ -зависимость Fe специфически нелинейна и, несмотря на обилие экспериментальных данных, известна «с точностью до производных». Для адекватного учета влияния фазового превращения в [46]  $D - u$ -диаграмма Fe при  $u > u_{KB}$  находилась по следующей процедуре: по известной методике [28] был проведен пересчет экспериментальных ударно-волновых данных для отрезка  $1 < u < 4$  км/с к метастабильной адиабате  $\epsilon$ -фазы, центрированной к плотности  $\rho_{0\epsilon} = 8,38$  г/см<sup>3</sup>. При этом полагалось, что для обеих фаз коэффициенты Грюнайзена  $\gamma = 2/\sqrt{\delta}$ , где  $\delta = \rho/\rho_0$ ,  $\rho_0 = 7,85$  г/см<sup>3</sup>. Вычисленные «экспериментальные» точки и результаты [61, 62] статических измерений сжимаемости  $\epsilon$ -фазы до 30 ГПа, пересчитанные на состояния ударного сжатия, были описаны по аналогии с Cr, Ni и Cu линейным  $D - u$ -соотношением. Найденная этим путем метастабильная адиабата

$$(3.7) \quad D_\epsilon = 4,853 + 1,434u$$

обратной перецентрировкой к исходному состоянию  $\alpha$ -фазы преобразовывалась в зависимость, содержащую гиперболический член

$$(3.8) \quad D_\alpha = -0,648u^{-1} + 4,547 + 1,462u.$$

Таблица 13

$u$	$D$	$p$	$\Delta_D^0$	$\left(\frac{\Delta_D^0}{D}\right)_u, \%$	$\left(\frac{\Delta_u^0}{u}\right)_p, \%$	$\left(\frac{\Delta_p^0}{p}\right)_\delta, \%$	$(\Delta_\delta^0)_p \cdot 10^2$
1,0	5,420	42,7	34	0,61	0,27	2,0	0,24
2,0	7,109	111,9	22	0,31	0,11	1,1	0,22
3,0	8,731	206,1	28	0,32	0,10	1,3	0,33
4,0	10,285	323,8	36	0,35	0,10	1,6	0,47
5,0	11,772	463,3	43	0,37	0,09	1,9	0,60
6,0	13,192	622,9	55	0,42	0,09	2,4	0,81
7,0	14,544	801,0	76	0,53	0,10	3,1	1,2
8,0	15,828	996,0	109	0,63	0,12	4,0	1,6
9,0	17,045	1207,0	154	0,90	0,16	6,0	2,5
10,0	18,194	1432	210	1,2	0,19	7,8	3,7

Согласно [63], уравнение фазы низкого давления имеет вид (3.9)

$$D_H = 4,63 + 1,33u.$$

Обе ветви адиабаты соединены горизонтальным участком при  $D_H = 5,060$  км/с. Левая граница плато ( $u_{KH} = 0,322$  км/с) отвечает [60] началу превращения при 12,8 ГПа, правая граница ( $u_{KB} = 0,860$  км/с) — исчезновению двухволновой конфигурации при 34,0 ГПа. В целом (3.7) — (3.9) характеризуют динамическую сжимаемость железа до давлений в 500 ГПа. Область фазового перехода и начальный участок верхней ветви с явно выраженной нелинейностью изображены нижней кривой фиг. 9, в.

Чтобы получить аналитическую форму всей верхней ветви адиабаты железа до 1400 ГПа вместе с ее статистическими характеристиками, была осуществлена новая квадратичная аппроксимация экспериментальных данных [28, 29, 32, 24, 20] и табл. 1. Результатом является

$$(3.10) \quad D_{Fe} = 3,664 \pm 0,065 + (1,79 \pm 0,036)u - (0,0337 \pm 0,00336)u^2.$$

В табл. 13 приведены до  $u \leq 10$  км/с отвечающие (3.10) значениям  $D$ ,  $p$  доверительные интервалы  $\Delta_D^0$ ,  $(\Delta_\delta^0)_p$  и относительные доверительные погрешности  $(\Delta_u^0/u)_p$ ,  $(\Delta_p^0/p)_\delta$ .

Данная работа обобщает результаты экспериментальных исследований динамической сжимаемости 54 элементов-металлов, полученные до 1977 г., а также опубликованные здесь впервые. Выполненные в разных диапазонах параметров, эти измерения подняли потолок изученных давлений для ряда элементов до 1000 ГПа, а для железа — до 1400 ГПа. На основании статистических критериев дана рациональная и физически обоснованная классификация ударных адиабат по их конфигурациям в  $D-u$ -плоскости. Наряду с двумя типами кривых с особенностями, вызванными электронными (тип 4) и фазовыми (тип 5) переходами, она включает три типа  $D-u$ -зависимостей гладких кривых с падающим (тип 2) и возрастающим (тип 3) при увеличении  $u$  наклоном, а также с феноменом линейности (тип 1), сохраняющимся до поразительно больших амплитуд ударных волн. Нетривиальной является сама возможность плавного описания простыми формулами совершенно различных состояний металла — при разных степенях сжатия твердой фазы, ударном плавлении и сильном разогреве до температур в десятки тысяч градусов.

На основе развитого статистического подхода, кроме номинальных кривых, в работе впервые получены статистические характеристики точности их локализации на  $D-u$ -,  $p-u$ - и  $p-\sigma$ -диаграммах. В частности, установлено, что с вероятностью 95% возможные погрешности в значе-

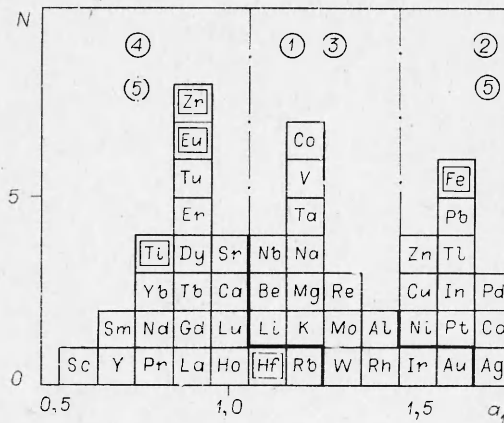
ниях давлений при фиксированной плотности не превосходят для Mo, Cu, Ni и многих других металлов 2,5% при 400 ГПа и 5% при 1000 ГПа. Эти цифры показывают, что уже на современном уровне наших знаний результаты динамических исследований представляют надежную основу метрологии высоких и сверхвысоких давлений.

Новые выводы получены при аппроксимации негладких кривых ударного сжатия путем поиска их оптимального разбиения на сегменты. Оцененные с помощью специально разрабо-

танного алгоритма доверительные интервалы для положений точек излома у ряда металлов оказались неожиданно большими. Для Ho, Er, Tu неопределенность в месте излома составляет сейчас более 20 ГПа, для Gd и Tb — около 15 ГПа. Само понятие об изломе имеет пока формально-аппроксимационный характер, и определение физической природы переходной зоны и ее фактической ширины требует применения нетрадиционных методик для регистрации производных кривых сжатия.

Существенными физическими характеристиками твердого тела являются аппроксимационные коэффициенты  $a_0$  и  $a_1$ . Найденные здесь путем совместной статистической обработки динамических и статических данных их величины определяют наиболее достоверные начальные значения модулей упругости  $K_s = \rho_0 a_0^2$  и их производных  $(\partial K_s / \partial p)_s = 4a_1$ . Параметр  $a_1$  закономерно зависит от места элементов в периодической таблице Менделеева. Отражая физическую природу процессов, происходящих в атомах металла при сжатии, этот параметр определяет принадлежность адиабаты к тому или иному типу. Гистограмма распределения элементов по величине  $a_1$  (фиг. 12) имеет в отличие от аналогичной гистограммы, впервые предложенной в [64], три максимума, относящиеся к ее трем секциям. Все элементы первой секции с максимумом при  $a_1 = 0,9$  расположены в первых четырех группах развернутой периодической таблицы и относятся к типам 4 и 5. Для адиабат типа 4 аномально малые значения  $a_1$  объясняются происходящими при сжатии перемещениями электронов на внутренние орбиты. В результате этого процесса почти постоянными сохраняются «граничная» плотность электронов, обусловленное ими давление и упругость металла. Те же процессы имеют место у Ti, Zr и Hf. В исходном состоянии эти металлы кристаллизуются в плотнейшей гексагональной упаковке. Образование у них и у Eu малосжимаемых состояний вызвано реконструкцией их энергетических спектров и электронных оболочек.

Около второго максимума при  $a_1 = 1,2$  группируются в основном элементы, не испытывающие электронных переходов — легкие щелочные и щелочно-земельные металлы и переходные элементы из пятой — восьмой групп периодической таблицы. Здесь тип адиабаты определяется, с одной стороны, близостью  $a_1$  к 1,25 — асимптотическому наклону  $D(u)$ -функций, с другой стороны, большими значениями электронных коэффициентов Грюнайзена, которые в определенных диапазонах могут иметь переходные металлы. Для элементов в средней части гистограммы характерны поэтому адиабаты типа 1, сохраняющие феномен линейности в широких диапазонах параметров, и адиабаты типа 3 у элементов, для кото-



Ф и г. 12

рых тепловое возбуждение электронов приводит к сильному возрастанию их упругости (Co, Ta, Nb, V, Rh).

Третий сектор гистограммы образован металлами, занимающими правую часть таблицы Менделеева. Третий максимум расположен при  $a_1 = 1,6$ , а значения  $a_1$  меняются здесь в узком интервале от 1,5 до 1,7. Эти значения существенно превышают предельные наклоны  $D-u$ -соотношений для сильных ударных волн. Поэтому тенденция к уменьшению производных  $dD/du$  при тех или иных уровнях давлений характерна для всех элементов этой секции, адиабаты которых, как оказалось, принадлежат к типу 2. С расширением экспериментально изученных диапазонов ту же конфигурацию, вероятно, приобретут кривые ударного сжатия Al, Ir и Au.

Авторы глубоко признательны Б. М. Степанову, по инициативе которого была предпринята эта работа. Авторы искренне благодарят А. В. Бушмана, А. Н. Дремина и В. Е. Фортова за содействие в систематизации исходной информации и А. Л. Великовича за участие в разработке статистических алгоритмов.

Поступила 10 III 1980

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Альтшулер Л. В. Применение ударных волн в физике высоких давлений.— УФН, 1965, т. 85, вып. 2.
2. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических давлений. М., Физматгиз, 1963.
3. Physics of high energy density. Ed. by P. Caldirola, H. Knoepfel. N. Y., Acad. Press, 1971. Рус. пер. Физика высоких плотностей энергии. М., Мир, 1974.
4. Жарков В. Н., Калинин В. А. Уравнения состояния твердых тел при высоких давлениях и температурах. М., Наука, 1968.
5. Mao H. K. et al. Specific volume measurements of Cu, Mo, Pd and Ag and calibration of the ruby fluorescence pressure gage from 0.06 to 1 Mbar.— J. Appl. Phys., 1978, vol. 49, N 6.
6. Ragan et al. Shock compression of molybdenum to 2.0 TPa by means of nuclear explosion.— J. Appl. Phys., 1977, vol. 48, N 7.
7. Альтшулер Л. В., Баканова А. А. Электронная структура и сжимаемость металлов при высоких давлениях.— УФН, 1968, т. 96, вып. 2.
8. Альтшулер Л. В., Крупников К. К., Бражник М. И. Динамическая сжимаемость металлов при давлениях от четырех тысяч до четырех миллионов атмосфер.— ЖЭТФ, 1958, т. 34, № 4.
9. Альтшулер Л. В. и др. Динамическая сжимаемость и уравнение состояния железа при высоких давлениях.— ЖЭТФ, 1958, т. 34, № 4.
10. Альтшулер Л. В. и др. Уравнения состояния алюминия, меди и свинца для области высоких давлений.— ЖЭТФ, 1960, т. 38, № 3.
11. Альтшулер Л. В., Баканова А. А., Трунин Р. Ф. Ударные адиабаты и нулевые изотермы семи металлов при высоких давлениях.— ЖЭТФ, 1962, т. 42, № 1.
12. Крупников К. К. и др. Ударное сжатие пористого вольфрама.— ЖЭТФ, 1962, т. 42, № 3.
13. Кормер С. Б. и др. Динамическое сжатие пористых металлов и уравнения состояния с переменной теплоемкостью при высоких температурах.— ЖЭТФ, 1962, т. 42, № 3.
14. Крупников К. К. и др. Исследование ударной сжимаемости титана, молибдена, тантала и железа.— ДАН СССР, 1963, т. 148, № 6.
15. Баканова А. А., Дудолов И. П., Трунин Р. Ф. Сжатие щелочных металлов сильными ударными волнами.— ФТТ, 1965, т. 7, № 6.
16. Альтшулер Л. В., Баканова А. А., Дудолов И. П. Особенности ударного сжатия лантанидов.— Письма ЖЭТФ, 1966, т. 3, № 12.
17. Баканова А. А., Дудолов И. П. Сжатие щелочно-земельных металлов сильными ударными волнами.— Письма ЖЭТФ, 1967, т. 5, № 9.
18. Баканова А. А., Дудолов И. П., Сутолов Ю. И. Электронные переходы в гафнии, европии и иттербии при высоких давлениях.— ФТТ, 1969, т. 11, № 7.
19. Альтшулер Л. В., Баканова А. А., Дудолов И. П. Влияние электронной структуры на сжимаемость металлов при высоких давлениях.— ЖЭТФ, 1967, т. 53, № 6.
20. Альтшулер Л. В., Чекин Б. С. Метрология импульсных давлений.— В сб.: Доклады I Всесоюзного симпозиума по импульсным давлениям. М., ВНИИФТРИ, 1974.
21. Jones A. H. et al. Measurement of the very-high pressure properties of materials using a light-gas gun.— J. of Appl. Phys., 1966, vol. 37, N 9.

22. Morgan J. A. The equation of state of platinum to 680 GPa.— High Temp.— High Pres., 1974, vol. 6, N 2.
23. Van Thiel M. Compendium of shock-wave data. Vol. 1. UCRL — 50108, 1977.
24. McQueen R. et al.— In: High-Velocity Impact Phenomena. Ed. by R. Kinslow. N. Y.— L., Acad. Press, 1970. Рус. пер. Высокоскоростные ударные явления. М., Мир, 1974.
25. Duff R. et al.— In: The Behavior of Dense Matter under High Dynamic Pressure. N. Y., Gordon and Breach, 1968.
26. Gust W. H., Royce. New electronic interaction in rare—earth metals in high pressure.— Phys. Rev., 1973, vol. B8, N 8.
27. Carter W. J. et al. Hugoniot equation of state of the lanthanides.— J. Phys. Chem. Sol., 1975, vol. 36, N 7/8.
28. Rice M. H., McQueen R. G., Walsh J. M.— In: Solid State Physics. Vol. 6. Ed. by F. Seitz, D. Turnbull. N. Y.— L., Acad. Press, 1958. Рус. пер. Динамические исследования твердых тел при высоких давлениях. М., Мир, 1965.
29. McQueen R. G., Marsh S. P. Equation of state for nineteen metallic elements.— J. Appl. Phys., 1960, vol. 31, N 7. Рус. пер. Динамические исследования твердых тел при высоких давлениях. М., Мир, 1965.
30. Rice M. H. Pressure-volume relations for the alkali metals from shock-wave measurements.— J. Phys. Chem. Sol., 1965, vol. 26, N 3.
31. Van Thiel M., Kusubov A. S. Compendium of Shock Wave Data. Vol. 1. Springfield, NBS, 1966.
32. Skidmore J. S., Morris E. Thermodynamics of nuclear materials. Vienna, 1962.
33. Dandekar D. P. Loss of shear strength in polycrystalline tungsten under shock compression.— J. Appl. Phys., 1976, vol. 47, N 10.
34. Дремин А. Н., Канель Г. И. Волны сжатия и разрежения в ударно-сжатых металлах.— ПМТФ, 1976, № 2.
35. Gshneidner K. A.— In: Solid State Physics. Vol. 16. Ed. by F. Seitz, D. Turnbull. N. Y.— L., Acad. Press, 1964.
36. Vaidya S. N., Kennedy G. C. Compressibility of 18 metals to 45 kbar.— J. Phys. Chem. Sol., 1970, vol. 31, N 10.
37. Vaidya S. N., Kennedy G. C. The compression of the alkali metals to 45 kbar.— J. Phys. Chem. Sol., 1971, vol. 32, N 11.
38. Vaidya S. N., Kennedy G. C. Compressibility of 22 elemental solids to 45 kbar.— J. Phys. Chem. Sol., 1972, vol. 33, N 7.
39. Ming L. C., Manghnani M. H. Isothermal compression of bcc transition metals to 100 kbar.— J. of Appl. Phys., 1978, vol. 49, N 1.
40. Anderson O. L.— In: Physical Acoustics. Vol. 3B. Ed. by W. R. Mason. N. Y.— L., Acad. Press, 1965. Рус. пер. Физическая акустика. Т. 3Б. М., Мир, 1968.
41. Guinan M. W., Stenberg D. J. Pressure and temperature derivatives of the isotropic polycrystalline shear modulus for 65 elements.— J. Phys. Chem. Sol., 1974, vol. 35, N 11.
42. Ruoff A. L. Linear shock-velocity-particle velocity relationship.— J. Appl. Phys., 1974, vol. 38, N 13.
43. Pastine D. J., Piacesi D. The existence and implications of curvature in the relation between shock and particle velocity for metals.— J. Phys. Chem. Sol., 1966, vol. 27, N 8.
44. Alder V.— In: Solids under Pressure. Ed. by W. Paul, D. Warchaur. N. Y., McGraw-Hill, 1963. Рус. пер. Твердые тела под высоким давлением. М., Мир, 1966.
45. Воропинов А. И., Гандельман Г. М., Подвальный В. Г. Электронные энергетические спектры и уравнения состояния твердых тел при высоких давлениях и температурах.— УФН, 1970, т. 100, вып. 2.
46. Альтшулер Л. В., Чекин Б. С. Релаксационные параметры металлов за фронтом ударных волн.— В сб.: Детонация. Критические явления. Физико-технические превращения в ударных волнах. Черноголовка, ОИХФ, 1978.
47. Тутубалин В. Н. Теория вероятности. М., Наука, 1972.
48. Клепиков Н. П., Соколов С. Н. Анализ и планирование экспериментов методом максимума правдоподобия. М., Наука, 1964.
49. Hudson D. J. Statistics. Geneva, 1964. Рус. пер. Худсон Д. Статистика для физиков. М., Мир, 1967.
50. Prieto F. E., Renero C. Equation of state of solids.— J. Phys. Chem. Sol., 1976, vol. 37, N 1.
51. Чекин Б. С. Безразмерные уравнения состояния и затухание ударных волн.— ПМТФ, 1978, № 2.
52. Prieto F. E., Renero C. Equation of shock adiabat.— J. of Appl. Phys., 1970, vol. 41, N 9.
53. Grover R. Comments on the comparison of dynamic and static compression data.— J. Phys. Chem. Sol., 1970, vol. 31, N 10.
54. Тонков Е. Ю. Фазовые диаграммы элементов при высоком давлении. М., Наука, 1979.

55. Grover R., Alder B. J. Absence of first order electronic transitions in liquid metals.— J. Phys. Chem. Sol., 1974, vol. 35, N 7.
56. Альтшулер Л. В. и др. Изэнтропическая сжимаемость алюминия, меди, свинца и железа при высоких давлениях.— ЖЭТФ, 1960, т. 38, № 4.
57. Савицкий Е. М. и др. Сплавы редкоземельных металлов.— М., Изд-во АН СССР, 1962.
58. McCaffrey, Joseph W. Band structure and pressure-induced electronic transitions in calcium.— Sol. State Commun., 1970, vol. 8, N 24.
59. Кутсар А. Р., Герман В. И. Изучение структуры титана после обработки ударными волнами.— В кн.: Титан. Металловедение и технология. М., ВИЛС, 1978.
60. Duvall G. E., Gracham R. A. Phase transformation under shock-wave loading.— Rev. Modern Phys., 1977, vol. 49, N 3.
61. Takahashi T. et al. Isothermal compression of the alloys of iron up to 300 kilobars at room temperature: iron — nickel alloys.— J. of Geophys. Res., 1968, vol. 73, N 14.
62. Giles P. M. et al. High-pressure  $\alpha \rightleftharpoons \epsilon$  martensite transformation in iron.— J. Appl. Phys., 1971, vol. 42, N 11.
63. Barcer L. M.  $\alpha$ -phase Hugoniot of iron.— J. Appl. Phys., 1975, vol. 46, N 6.
64. Анисичкин В. Ф. Обобщенные адиабаты элементов.— ПМТФ, 1978, № 3.

УДК 533,9(201)

### ПРОБЕГИ ЭЛЕКТРОНОВ МАЛЫХ ЭНЕРГИЙ ПРИ РАЗНЫХ УГЛАХ ВХОЖДЕНИЯ В МАССИВНЫЙ ГАЗОВЫЙ ПОГЛОТИТЕЛЬ

В. Е. Иванов, Н. К. Осипов

(Красноярск)

Вопрос о связи между первичными параметрами электронного пучка и его интегральной (эффективной) длиной пробега в поглощающей среде к настоящему времени довольно детально исследован как теоретически, так и экспериментально для электронов с энергиями  $E > 1$  кэВ [1—3]. Данные о пробегах для электронов с энергиями меньше 1 кэВ недостаточны и не настолько надежны, чтобы считать связь между энергией и пробегом для  $E < 1$  кэВ установленной [3—9]. При этом необходимо обратить внимание на тот факт, что полученные в [3—9] зависимости между длиной пробега и начальной энергией относятся только к электронным пучкам с векторами скоростей, перпендикулярными к поверхности поглотителя.

Цель данной работы — исследование влияния наклонного падения первичного электронного пучка на величину его интегрального пробега в газовой среде. Процесс переноса моделировался на основе метода статистических испытаний в рамках схемы «индивидуальных» столкновений в трехкомпонентной газовой смеси ( $O$ ,  $O_2$ ,  $N_2$ ) в присутствии дипольного магнитного поля  $\mathbf{B}$ . Детальное описание алгоритма переноса и модели среды было приведено в работе [10]. Поскольку движение электронов происходило в магнитном поле, углом входа пучка в поглотитель является питч-угол (угол между вектором скорости и направлением магнитного поля). При этом перпендикулярному падению электронного пучка соответствует питч-угол, равный нулю. Расчеты были проведены для электронных пучков с начальными питч-углами, лежащими в интервале  $0—70^\circ$ . Траектории моделировались на ЭВМ М-40—30 в количестве 6000, что обеспечило получение статистической погрешности не более 10% при доверительной вероятности 0,95.

Для нахождения длин пробегов были рассчитаны и проанализированы кривые прохождения, или, как их иногда называют, коэффициенты пропуска по числу частиц  $T_N$ :

$$T_N(E_0, \theta_0, z) = n(E_0, \theta_0, z)/N,$$