

УДК 532.54; 532.68
DOI: 10.15372/PMTF202215190

ОСЦИЛЛЯЦИОННАЯ ДИНАМИКА ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТЕЙ В РАДИАЛЬНОЙ ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ

И. Э. Карпунин, В. Г. Козлов

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь, Россия
E-mails: karpunin_ie@pspu.ru, kozlov@pspu.ru

Экспериментально изучается динамика границы раздела несмешивающихся жидкостей с большой разностью вязкостей при варьировании значений частоты и амплитуды осцилляций, относительного начального положения жидкостей, толщины рабочего слоя жидкости. Показано, что при увеличении амплитуды колебаний границы раздела на ее поверхности пороговым образом проявляется пальчиковая неустойчивость, имеющая локальный характер. Обнаруженная неустойчивость осциллирующей границы аналогична неустойчивости Саффмана — Тейлора, развивающейся при равномерном вытеснении вязкой жидкости из щелевого канала (пористой среды).

Ключевые слова: радиальная ячейка Хеле-Шоу, граница раздела жидкостей, большая разность вязкостей жидкостей, осцилляции, пальчиковая неустойчивость

Введение. Исследование динамики жидкости, в частности границы раздела жидкостей в пористых средах, состоящих из твердого скелета и пронизывающих его пустот, представляет большой теоретический и прикладной интерес. Пористые среды и течения в них распространены в природе и применяются во многих технологических процессах и сферах деятельности. Наибольший интерес представляют задачи, связанные с добычей жидких и газообразных полезных ископаемых.

Актуальность настоящей работы определяется необходимостью исследования фундаментальных проблем осцилляционного воздействия на межфазную границу двух жидкостей с целью подавления неустойчивости, развивающейся на этой границе при вытеснении вязкой жидкости из пористой среды или щелевых каналов (ячеек Хеле-Шоу) менее вязкой жидкостью. В классической постановке, как правило, экспериментально изучается вытеснение вязкой жидкости маловязкой в радиальной ячейке Хеле-Шоу [1, 2], поскольку такая постановка моделирует движение жидкостей в насыщенном вязкой жидкостью пласте пористой среды [3]. Маловязкая жидкость обычно располагается с внутренней стороны границы раздела и вытесняет более вязкую жидкость в радиальном направлении. Помимо ячейки Хеле-Шоу с радиальной конфигурацией экспериментальные и теоретические исследования выполняются в прямых щелевых каналах [4, 5], имеющих такую геометрию, в которой этот тип неустойчивости был впервые обнаружен, экспериментально исследован и теоретически описан в работе [6].

Работа выполнена при финансовой поддержке правительства Пермского края и Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-41-596011).

© Карпунин И. Э., Козлов В. Г., 2023

Одним из методов воздействия на границу раздела жидкостей в пористых средах является волновое (вибрационное) воздействие. Теоретическое описание влияния осцилляций на границу раздела жидкостей [7–9] имеет большое значение, поскольку результаты экспериментов свидетельствуют об изменении режима вытеснения вязкой жидкости в результате волнового воздействия. Кроме того, в некоторых патентах и технологиях [10, 11] волновое воздействие на нефтесодержащие пористые слои используется с целью увеличения нефтеотдачи. Тем не менее механизм влияния вибраций на межфазные границы и развитую неустойчивость изучен недостаточно.

Экспериментальное исследование динамики границы раздела двух жидкостей с большим контрастом вязкостей, совершающей осцилляции в узком щелевом зазоре, было начато в радиальной ячейке Хеле-Шоу [12] и продолжено в прямом щелевом канале [13]. Межфазная поверхность совершала колебания в нормальном к границе направлении, при этом в силу большой разности вязкостей одна из жидкостей совершала колебания при наличии сил вязкого трения, а другая (маловязкая) — в их отсутствие. Стационарное вытеснение вязкой жидкости в рассмотренном случае отсутствовало. В радиальной ячейке жидкости располагались стандартным образом: маловязкая жидкость — с внутренней стороны круговой межфазной границы. Установлено, что в ходе осцилляций маловязкая жидкость совершает колебания в виде “языка”, периодически проникающего в вязкую жидкость, при этом линия контакта жидкостей с границами ячейки в ходе колебаний практически не смещалась. В экспериментах был обнаружен новый вид морфологической неустойчивости осесимметричной межфазной границы. Эта неустойчивость проявляется в распаде плоского осесимметричного “языка” маловязкой жидкости на азимутально-периодическую пальчиковую структуру в фазе максимального вытеснения более вязкой жидкости. Показано, что порог возникновения пальчиковой неустойчивости определяется относительным размахом колебаний “языка” маловязкой жидкости.

Целью настоящей работы является исследование влияния на неустойчивость рассмотренной моды ширины щелевого канала, разности вязкостей, а также взаимного расположения жидкостей, совершающих радиальные колебания в круглой ячейке Хеле-Шоу.

Экспериментальная установка и методика. Экспериментальная кювета (рис. 1,а) представляет собой осесимметричный плоский слой толщиной h , образованный двумя стеклянными, вклеенными в алюминиевые обоймы дисками толщиной 7,9 мм и радиусом $R = 75$ мм. По периметру слоя в обойме расположен широкий осесимметричный обводной канал с площадью сечения $2,9 \text{ см}^2$, обеспечивающий выравнивание давления на внешней границе слоя. На оси кюветы в одном из стекол имеется отверстие, через которое жидкость может поступать в щелевой зазор. Осциллирующее радиальное движение жидкости в осесимметричном щелевом зазоре создается путем гармонического изменения перепада давления между центральным отверстием и обводным каналом. Подробное описание кюветы, конструктивных особенностей экспериментальной установки, а также принцип работы ее элементов приведены в [12].

Сначала слой заполняется одной рабочей жидкостью (ρ_1, ν_1) , затем через центральное отверстие медленно подается вытесняющая жидкость (ρ_2, ν_2) , при этом формируется начальная осесимметричная граница раздела жидкостей с радиусом R_0 . Рабочие жидкости подбираются таким образом, чтобы их вязкости различались на несколько порядков, а плотности были близкими. С учетом малой толщины зазора это позволяет исключить действие силы тяжести (опыты выполняются в кювете, расположенной горизонтально). Физико-химические характеристики (плотность, вязкость, коэффициент межфазного натяжения) рабочих пар жидкостей приведены в таблице. Толщина рабочего слоя в экспериментах задается с погрешностью 0,05 мм с помощью калиброванных по толщине вставок,

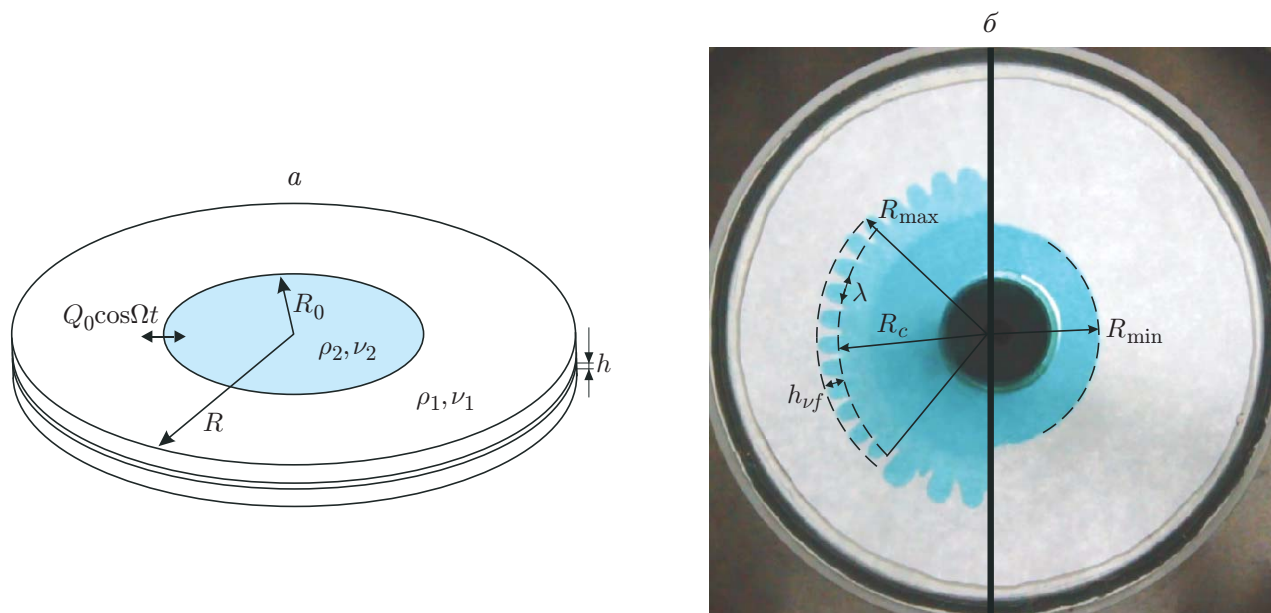


Рис. 1. Схема плоского радиального слоя (а) и фотографии границы раздела жидкостей (вид снизу) для пары подкрашенная вода (внутри) — ПМС-1000 (снаружи) при толщине слоя $h = 1,90$ мм, частоте колебаний $f_{vib} = 3,5$ Гц (б): слева — фаза максимального растяжения, справа — фаза максимального сжатия

Характеристики рабочих жидкостей

Пары жидкостей	ρ_1 , г/см ³	ν_1 , м ² /с	ρ_2 , г/см ³	ν_2 , м ² /с	σ , Н/м
Силиконовое масло ПМС-1000 — подкрашенная вода	0,96	10^{-3}	1,00	10^{-6}	$38,8 \cdot 10^{-3}$
Силиконовое масло ПМС-1000 — подкрашенный 50 %-й водоглицериновый раствор	0,96	10^{-3}	1,21	$4,3 \cdot 10^{-6}$	$22,5 \cdot 10^{-3}$
Подкрашенная вода — силиконовое масло ПМС-1000 (инвертированный случай)	1,00	10^{-6}	0,96	10^{-3}	$38,8 \cdot 10^{-3}$

устанавливаемых между стеклами в момент сборки. Толщина рабочего слоя в экспериментах варьируется и равна $h = 0,99; 1,70; 1,90$ мм. Также в экспериментах варьируется положение жидкостей относительно границы раздела: более вязкая жидкость располагается либо с внутренней, либо с внешней стороны границы. Наблюдение за динамикой границы раздела жидкостей, фото- и видеорегистрация проводятся со стороны стеклянных дисков, образующих слой, при проходящем освещении.

Колебания границы раздела жидкостей задаются с помощью гидравлического насоса, управляемого электронным генератором. Расход прокачиваемой через кювету жидкости определяется по закону $Q = Q_0 \cos \Omega t$, где Q_0 — амплитуда расхода прокачиваемой жидкости; параметр Ω определяется из выражения для частоты заданных вибраций $f_{vib} = \Omega/(2\pi)$. Частота колебаний варьируется в интервале $f_{vib} = 2 \div 5$ Гц, расход — в интервале $Q_0 = 0 \div 7$ мл/с.

В процессе колебаний расхода межфазная граница совершает радиальное перемещение. Определение формы границы в различных фазах колебаний проводится по фото- и видеозаписям, полученным с помощью специализированной программы ImageJ. Находится

координата геометрического центра границы раздела жидкостей, относительно которого определяется радиальный размер границы в фазах максимального растяжения и сжатия. В фазе максимального радиального смещения межфазной границы (см. рис. 1,б) определяется радиус $R_{\max}$, в фазе максимального сжатия — $R_{\min}$. При некотором пороговом значении размаха колебаний границы раздела ее поверхность теряет устойчивость [12], в определенных фазах колебаний на границе возникают “пальчики” маловязкой жидкости. При возникновении пальчиковой неустойчивости определяются параметры, характеризующие величину возмущения границы: высота пальчиковой структуры h_{vf} и пространственный азимутальный период λ . Высота “пальцев” h_{vf} определяется как разность значений максимального смещения $R_{\max}$ и расстояния R_c до основания “пальцев”: $h_{vf} = R_{\max} - R_c$. Важной характеристикой является размах колебаний $\Delta_R = R_{\max} - R_{\min}$ — максимальное смещение межфазной границы при переходе из одного крайнего положения в другое.

Экспериментальные результаты. Рассмотрим результаты экспериментального исследования колебаний межфазной границы.

Инвертированное и традиционное расположение жидкостей. В традиционной постановке (при стационарном вытеснении вязкой жидкости маловязкой) маловязкая жидкость расположена в центре радиальной ячейки Хеле-Шоу и вытесняет более вязкую жидкость в радиальном направлении. При экспериментальном изучении осцилляционной динамики межфазной границы в [12] рассматривалось такое же расположение жидкостей. Представляет интерес исследование осцилляционной динамики такой системы в инвертированном случае, когда в центре радиального слоя располагается более вязкая жидкость. В обоих случаях начальная форма границы раздела является осесимметричной.

В случае когда более вязкая жидкость (ПМС-1000) окружена менее вязкой жидкостью (подкрашенной водой), при малых амплитудах колебаний межфазная граница совершает радиальные колебания, при этом колеблющийся фронт маловязкой жидкости имеет осесимметричную форму. В фазах максимального сжатия и расширения в ходе радиальных колебаний границы раздела сохраняется ее круговая форма. Маловязкая жидкость ровным фронтом в виде осесимметричного “языка” проникает в заполненный высоковязкой жидкостью зазор. О том, что толщина “языка” меньше толщины слоя, свидетельствует разность оптических плотностей. В процессе колебаний линия контакта остается практически неподвижной. Подобное поведение наблюдается также в случае, когда маловязкая жидкость расположена в центре слоя. С увеличением амплитуды колебаний границы раздела в фазе максимального удлинения “языка” маловязкой жидкости на части его границы начинает формироваться неустойчивость в виде “пальцев” маловязкой жидкости (рис. 2,а). На обратном ходе, в фазе максимального втягивания “языка” маловязкой жидкости, восстанавливается ровная круговая форма. Следует отметить, что неустойчивость формируется в первую очередь на том участке границы раздела, который расположен ближе к центру полости, где амплитуда колебаний “языка” максимальна. С увеличением амплитуды колебаний участок межфазной границы, где развивается неустойчивость, расширяется, однако возможно существование участков, где амплитуда не достигает значения, достаточного для формирования неустойчивости. В случае больших амплитуд колебаний, т. е. при большой надкритичности, наблюдается удвоение пространственного периода структур, проявляющееся в чередовании длинных и коротких “пальцев” маловязкой жидкости. Неустойчивость в инвертированном случае аналогична неустойчивости в случае, когда масло ПМС-1000 окружает маловязкую жидкость (рис. 2,б). В обоих случаях на границе раздела несмешивающихся жидкостей формируется пальчиковая неустойчивость: двумерный осесимметричный “язык” маловязкой жидкости, проникающий внутрь более вязкой жидкости, в течение доли периода колебаний распадается на “пальцы”.



Рис. 2. Формы границы раздела в случае больших амплитуд колебаний для пары подкрашенная вода — ПМС-1000 при $h = 1,70$ мм, $f_{vib} = 2$ Гц:
 а — инвертированный случай, б — традиционная постановка

Следует отметить, что в инвертированном случае амплитуда колебаний по азимуту существенно отличается, при этом неустойчивость имеет “локальный” характер и развивается на участке периметра, где локальный размах колебаний границы раздела Δ_R достигает критического значения [14]. При рассмотрении различных по азимуту сечений можно оценить, при каком пороговом значении локального размаха (смещения) границы раздела происходит развитие пальчиковых структур. Измерив смещение Δ_R границы раздела жидкостей и значения радиусов R_c , R_{min} , R_{max} , можно определить зависимость высоты рельефа от размаха колебаний. Динамика границы в шести радиальных сечениях (зависимость высоты образующихся пальчиковых структур от локального размаха колебаний границы) при частоте вибраций $f_{vib} = 2$ Гц показана на рис. 3. Динамика границы раздела в рассмотренных сечениях кюветы аналогична. Высота развивающихся структур зависит от размаха колебаний границы, который, в свою очередь, определяется расстоянием от центра полости. Результаты измерения высоты рельефа при различных значениях Δ_R и в различных сечениях согласуются между собой. Заметим, что в рассмотренном случае в сечении 2 (см. рис. 3) неустойчивость не развивается, поскольку Δ_R не превышает порогового значения.

Независимо от расположения жидкостей неустойчивость всегда формируется в виде “пальцев” маловязкой жидкости, проникающих в более вязкую. Относительное расположение жидкостей влияет на то, на какой доле периода колебаний формируется неустойчивость. В случае когда маловязкая жидкость находится в центре радиального слоя, а более вязкая снаружи, образование “пальцев” происходит в фазе максимального расширения межфазной границы. В инвертированном случае образование “пальцев” происходит в фазе максимального сжатия. В случае когда маловязкая жидкость расположена в центре слоя, пальчиковые структуры при достаточных значениях амплитуды колебаний границы раздела развиваются на всей границе раздела. В инвертированном случае неустойчивость развивается в первую очередь на том участке границы раздела, который расположен ближе к центру. Это обусловлено тем, что в радиальной ячейке Хеле-Шоу амплитуда колебаний границы возрастает с уменьшением радиуса. На рис. 3 экспериментальные данные для одной частоты вибраций $f_{vib} = 2$ Гц в инвертированном и традиционном случаях приведены

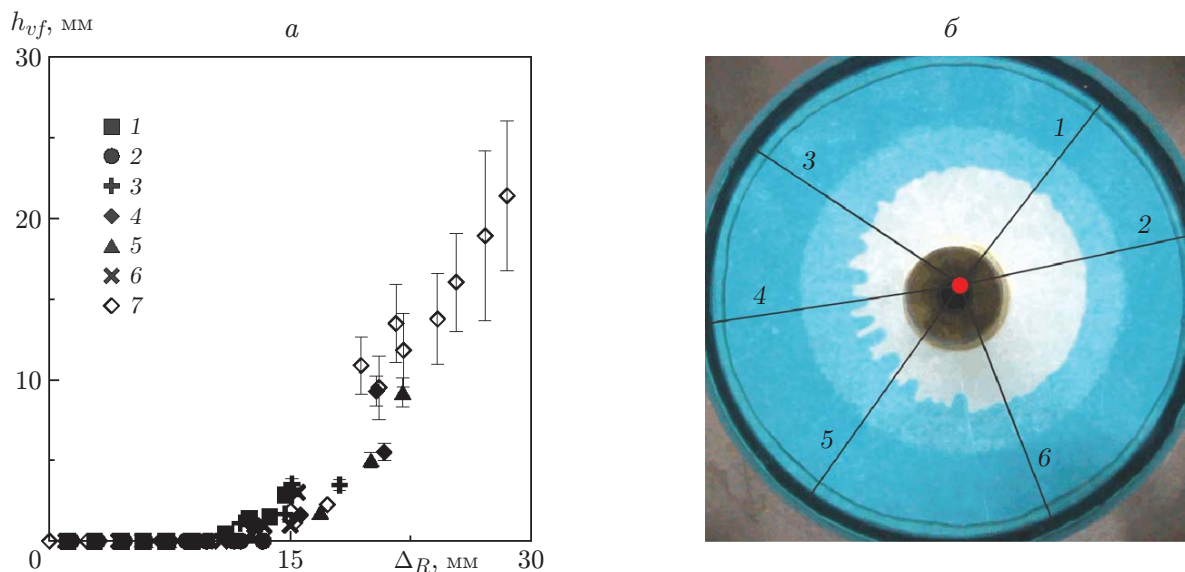


Рис. 3. Зависимость высоты пальчиковых структур от локального размаха колебаний границы при $f_{vib} = 2$ Гц в инвертированном (1–6) и традиционном (7) случаях (а), а также сечения кюветы, в которых определяется Δ_R в инвертированном случае (б):

1–6 — номера сечений; вертикальные отрезки — доверительные интервалы

на одной плоскости $h_{vf}(\Delta_R)$. Видно, что развитие пальчиковой неустойчивости происходит при $\Delta_R \approx 17$ мм, при этом результаты, полученные при различном взаимном расположении жидкостей, хорошо согласуются. Заметим, что порогу пальчиковой неустойчивости предшествует возникновение ряби на границе раздела при $\Delta_R \approx 13$ мм. Таким образом, инверсия положения не оказывает влияния на формирование неустойчивости, однако влияет на ее развитие; в инвертированном случае, когда маловязкая жидкость окружает высоковязкую, развитие пальчиковой неустойчивости имеет выраженный локальный характер. Результаты наблюдений свидетельствуют о том, что в случае, когда маловязкая жидкость расположена в центре слоя, при увеличении размаха колебаний периодическая система невязких “пальцев” на границе раздела сначала возникает лишь на части окружности, а на остальной части границы раздела наблюдается только непериодическая рябь. При дальнейшем увеличении размаха неустойчивость охватывает всю границу раздела. Это свидетельствует о том, что достигнуто пороговое значение размаха колебаний Δ_R , достаточное для развития неустойчивости на всей границе раздела.

Рассмотрим особенность развития “пальцев”, отмеченную в работе [12]. Во всех экспериментах с парой подкрашенная вода — ПМС-1000 независимо от их взаимного расположения в надкритической области расположение “пальцев” и впадин между ними меняется через период. Это обусловлено деформацией межфазной границы в фазе ее максимального смещения в направлении более вязкой жидкости; на месте маловязкого “пальца” на границе образуется выемка, которая на следующем периоде задает положение впадины между “пальцами”.

Влияние на неустойчивость толщины рабочего слоя. Анализ экспериментальных данных, полученных для слоев толщиной $h = 0,99; 1,90$ мм, а также данных [12] показывает, что толщина слоя оказывает влияние на порог и структуру пальчиковой неустойчивости. На рис. 4 видно, что с увеличением толщины слоя пространственный азимутальный период λ пропорционально возрастает.

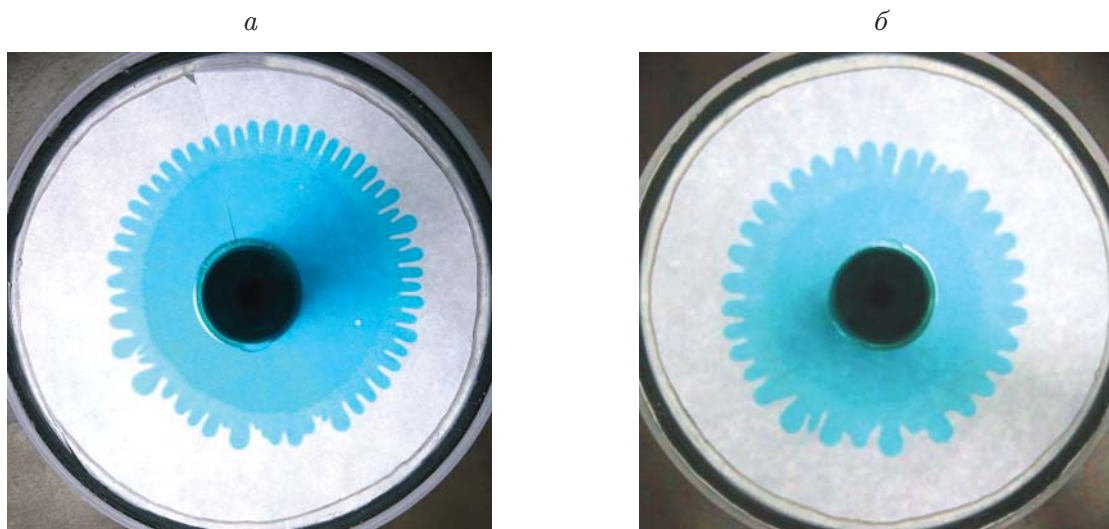


Рис. 4. Граница раздела пары жидкостей подкрашенная вода — ПМС-1000 при $f_{vib} = 3$ Гц для $h = 0,99$ мм (а), $h = 1,90$ мм (б)

Зависимости $h_{vf}(\Delta_R)$ при различных значениях частоты колебаний приведены на рис. 5. Точки с доверительными интервалами соответствуют состоянию, когда на границе раздела развиваются “пальцы”. Анализ кривых показывает, что при близких значениях толщины слоев и различных значениях частоты колебаний процесс развития пальчиковой неустойчивости имеет сходный характер. Структуры “пальцев” при близких Δ_R также сходны. С уменьшением толщины слоя амплитудные кривые $h_{vf}(\Delta_R)$ смещаются в область меньших значений Δ_R , в тонком слое неустойчивость развивается при меньших значениях размаха колебаний границы раздела. Однако увеличение высоты надкритических структур с увеличением Δ_R в слоях разной толщины происходит одинаково.

Влияние на неустойчивость вязкости маловязкой жидкости. Поскольку выявленная пальчиковая неустойчивость имеет такую же природу, как неустойчивость Саффмана — Тейлора, а следовательно, на процесс формирования пальчиковой неустойчивости влияет отношение вязкостей жидкостей, представляет интерес исследование поведения границы раздела при варьировании вязкости маловязкой жидкости. Заметим, что в рассматриваемых условиях более вязкая жидкость совершает абсолютно “вязкие” колебания в щелевом зазоре, толщина рабочего слоя много меньше толщины пограничных слоев Стокса. В то же время маловязкая жидкость совершает практически потенциальные колебания и толщина вязких слоев мала по сравнению с толщиной слоя. Рассматривались пары жидкостей ПМС-1000 — подкрашенная вода и ПМС-1000 — подкрашенный 50 %-й раствор глицерина в воде, вязкость которого в четыре раза больше вязкости воды, а коэффициент межфазного поверхностного натяжения σ для второй пары несколько меньше, чем для первой. Увеличение вязкости маловязкой жидкости приводит к появлению ряда эффектов. Возможно, в силу того что коэффициент σ меньше, а вязкость больше, межфазная граница жидкостей водоглицериновый раствор — ПМС-1000 менее устойчива и развивающиеся структуры появляются при малых значениях Δ_R (рис. 6) и являются менее упорядоченными, хотя их характер аналогичен характеру в случае вода — ПМС-1000. Высота структур сопоставима, однако волновые числа, а соответственно и λ , различаются. В случае когда маловязкая фаза представлена подкрашенным 50 %-м водоглицериновым раствором, “пальцы” маловязкой жидкости прорываются в слой более вязкой жидкости при малых смещениях границы раздела (светлые точки с горизонтальными и вертикальными доверительными

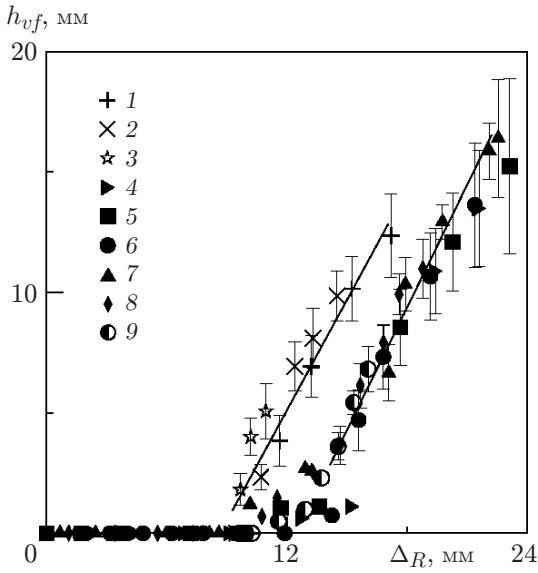


Рис. 5

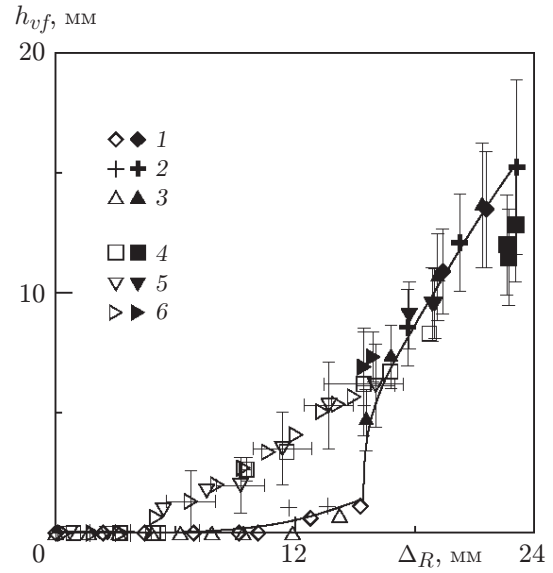


Рис. 6

Рис. 5. Зависимость высоты развивающихся на границе раздела структур (длины “пальцев”) от размаха колебаний при различных значениях толщины слоев и частоты колебаний:

1–3 — $h = 0,99$ мм, 4–6 — $h = 1,70$ мм, 7–9 — $h = 1,90$ мм; 1, 4, 7 — $f_{vib} = 2$ Гц, 2, 5, 8 — $f_{vib} = 3$ Гц, 3, 6, 9 — $f_{vib} = 4$ Гц

Рис. 6. Зависимость высоты структур (длины “пальцев”), развивающихся на границе раздела, от размаха колебаний при $h = 1,70$ мм для различных пар жидкостей:

1–3 — подкрашенная вода — ПМС-1000 ($\sigma = 38,8 \cdot 10^{-3}$ Н/м), 4–6 — подкрашенный 50 %-й водоглицериновый раствор — ПМС-1000 ($\sigma = 22,5 \cdot 10^{-3}$ Н/м); 1, 4 — $f_{vib} = 2$ Гц, 2, 5 — $f_{vib} = 3$ Гц, 3, 6 — $f_{vib} = 4$ Гц; светлые точки — структуры в допороговой области, темные — надкритические структуры, характеризующиеся сменой положения “пальцев”; отрезки — доверительные интервалы

интервалами на рис. 6), а их длина увеличивается с увеличением Δ_R . Качественное отличие в развитии “пальцев” в данном случае от случая вода — ПМС-1000 заключается в том, что их положение сохраняется из периода в период. В фазе максимального сжатия границы концентрическая форма восстанавливается, как и в случае пары подкрашенная вода — ПМС-1000. Такой сценарий развития пальчиковой неустойчивости обнаружен впервые. Можно предположить, что в этом случае неустойчивость имеет квазистационарную природу, местоположение “пальцев” и их развитие определяются некоторыми возмущающими факторами. При достижении некоторого порогового значения смещения границы раздела ($\Delta_R \approx 15$ мм) сценарий возникновения и исчезновения “пальцев” в процессе колебаний изменяется, квазистационарная неустойчивость меняется на описанную в [12, 13], для которой характерна смена положения “пальцев” маловязкой жидкости через период колебаний. Анализ зависимости $h_{vf}(\Delta_R)$ для точек, характеризующихся сменой положения “пальцев” через период (темные точки на рис. 6), показывает, что в рассмотренном диапазоне f_{vib} и Δ_R поведение системы вода — ПМС-1000 подобно поведению системы водоглицериновая смесь — ПМС-1000 и с увеличением Δ_R закон изменения высоты “пальцев” одинаков для различных пар жидкостей.

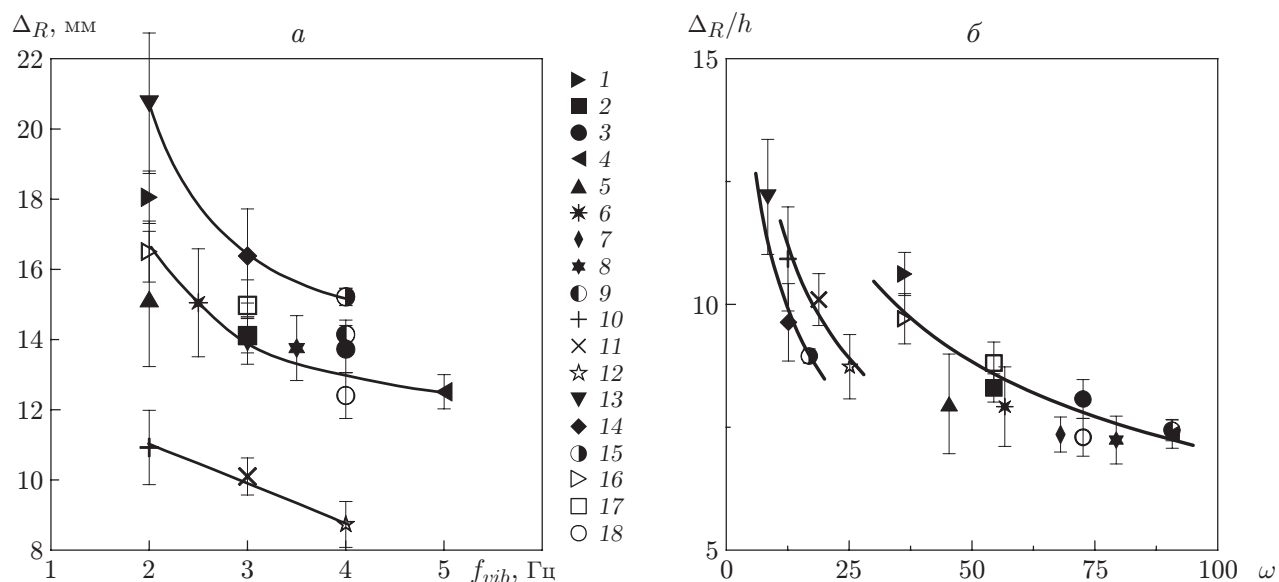


Рис. 7. Зависимости порогового значения размаха колебаний границы раздела от частоты вибраций (а) и безразмерного размаха колебаний границы раздела от безразмерной частоты (б) для разных пар жидкостей при различных значениях частоты колебаний и высоты структур:

точки — порог возникновения пальчиковой неустойчивости; 1–12 — ПМС-1000 — подкрашенная вода (1 — $f_{vib} = 2,0$ Гц, $h = 1,70$ мм, 2 — $f_{vib} = 3,0$ Гц, $h = 1,70$ мм, 3 — $f_{vib} = 4,0$ Гц, $h = 1,70$ мм, 4 — $f_{vib} = 5,0$ Гц, $h = 1,70$ мм, 5 — $f_{vib} = 2,0$ Гц, $h = 1,90$ мм, 6 — $f_{vib} = 2,5$ Гц, $h = 1,90$ мм, 7 — $f_{vib} = 3,0$ Гц, $h = 1,90$ мм, 8 — $f_{vib} = 3,5$ Гц, $h = 1,90$ мм, 9 — $f_{vib} = 4,5$ Гц, $h = 1,90$ мм, 10 — $f_{vib} = 2,0$ Гц, $h = 0,99$ мм, 11 — $f_{vib} = 3,0$ Гц, $h = 0,99$ мм, 12 — $f_{vib} = 4,0$ Гц, $h = 0,99$ мм), 13–15 — ПМС-1000 — подкрашенный 50 %-й водоглицериновый раствор (13 — $f_{vib} = 2$ Гц, $h = 1,70$ мм, 14 — $f_{vib} = 3$ Гц, $h = 1,70$ мм, 15 — $f_{vib} = 4$ Гц, $h = 1,70$ мм), 16–18 — подкрашенная вода — ПМС-1000 (16 — $f_{vib} = 2$ Гц, $h = 1,70$ мм, 17 — $f_{vib} = 3$ Гц, $h = 1,70$ мм, 18 — $f_{vib} = 4$ Гц, $h = 1,70$ мм); вертикальные отрезки — доверительные интервалы

Анализ результатов. Появление и развитие неустойчивости осциллирующей межфазной границы происходит пороговым образом при увеличении размаха колебаний границы, пороговое значение зависит от частоты осцилляций, толщины щелевого зазора и характеристик жидкостей. Пространственный азимутальный период λ пальчиковых структур также зависит от параметров осцилляций. Относительное взаимное расположение жидкостей влияет на форму надкритической межфазной границы, однако порог возникновения локальной неустойчивости в первую очередь определяется размахом колебаний границы.

Порог пальчиковой неустойчивости границы (критическое значение Δ_R) для конкретного случая определяется по излому амплитудной кривой (см. рис. 6). В случае 50 %-го водоглицеринового раствора в качестве порога принимается переход от квазистационарных структур к регулярным пальчиковым структурам, когда “пальцы” меняются местами с впадинами между ними через период (первая темная точка с доверительным интервалом на рис. 6 ($\Delta_R \approx 15$ мм)). Зависимость пороговых значений Δ_R от частоты колебаний границы представлена на рис. 7, а. Видно, что для пары вода — ПМС-1000, несмотря на варьирование относительного положения жидкостей, пороговые значения находятся на одной кривой. Для пары 50 %-й водоглицериновый раствор — ПМС-1000 пороговая кривая расположена выше, т. е. для развития пальчиковой неустойчивости при одинаковых зна-

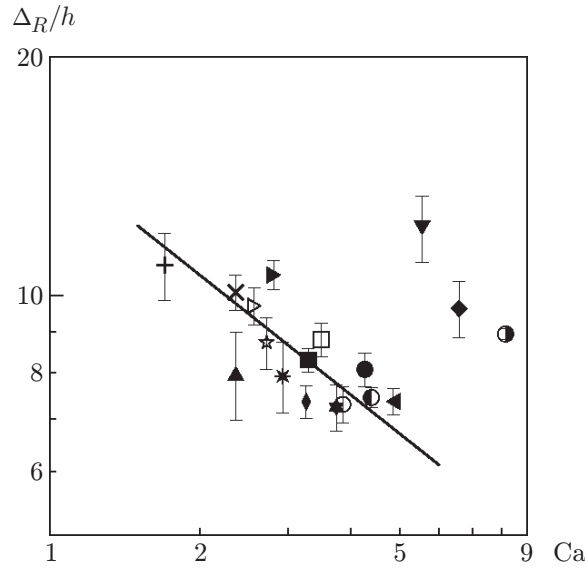


Рис. 8. Зависимость безразмерного размаха колебаний границы раздела, соответствующего порогу возникновения пальчиковой неустойчивости, от капиллярного числа Ca (обозначения те же, что на рис. 7)

чениях частоты требуется больший размах колебаний границы. Сравнение результатов для значений толщины рабочего слоя $h = 0,99; 1,90$ мм (см. рис. 7,а) показывает, что пороговое значение Δ_R понижается с уменьшением толщины h , неустойчивость формируется при меньшем значении размаха колебаний границы раздела. Во всех рассмотренных случаях пороговое значение Δ_R уменьшается при увеличении частоты колебаний.

Проанализируем результаты, полученные в экспериментах при различной толщине слоев в инвертированном случае и в случае варьирования относительной вязкости (вязкости маловязкой жидкости). Порог возникновения пальчиковой неустойчивости определяется размахом колебаний границы раздела. Следуя [12], введем безразмерный параметр Δ_R/h , характеризующий пороговое значение длины “языка” маловязкой жидкости, проникающего в слой более вязкой жидкости. Экспериментальные результаты, представленные на рис. 7,б, показывают, что пороговые значения согласуются между собой на плоскости безразмерных параметров $(\Delta_R/h, \omega)$ (ω — безразмерная частота, определяемая частотой колебаний, толщиной слоя и вязкостью маловязкой жидкости: $\omega = \Omega h^2/\nu = 2\pi f_{vib} h^2/\nu$). Параметр ω характеризует отношение ширины канала к толщине слоя Стокса. В настоящей работе безразмерная частота изменяется в интервале $\omega = 9 \div 91$. С увеличением безразмерной частоты наблюдается уменьшение порогового значения Δ_R/h . На рис. 7,б видно, что при различных значениях безразмерной частоты результаты для разных толщин слоя и пар жидкостей не согласуются между собой и объединяются в три группы точек. Следует отметить одинаковую во всех случаях зависимость порогового значения от безразмерной частоты $\Delta_R/h \sim \omega^{-1/3}$ (сплошные кривые). Таким образом, безразмерные параметры Δ_R/h и ω , введенные в [12], недостаточно полно описывают обнаруженное явление. Можно предположить, что большую роль играет также сила межфазного натяжения.

Динамика межфазной границы раздела двух жидкостей определяется отношением сдвиговых напряжений к поверхностному натяжению на межфазной границе, которое характеризуется капиллярным числом $Ca = \Delta_R \Omega \eta_M / (2\sigma)$ ($\eta_M = \rho_M \nu_M$ — динамическая вязкость силиконового масла ПМС-1000). На рис. 8, где представлена зависимость Δ_R/h от

капиллярного числа, видно, что экспериментальные результаты, полученные при различных значениях толщины слоя, частоты колебаний, а также при традиционном и инвертированном расположении жидкостей, качественно согласуются. Однако точки, соответствующие паре 50 %-й водоглицериновый раствор — ПМС-1000, располагаются выше общей зависимости. Возможно, это обусловлено развитием неустойчивости на фоне сильных возмущений, вносимых структурами, возникающими в допороговой области в результате квазистационарного развития пальчиковых структур. Особенности формирования и развития описанной неустойчивости в зависимости от относительной вязкости рассматриваемой пары жидкостей требуют дальнейшего экспериментального изучения. Результаты проведенного исследования позволяют сделать вывод, что порог формирования обнаруженного типа неустойчивости определяется размахом колебаний границы (длиной “языка” маловязкой жидкости), скоростью движения “языка” и параметрами межфазной границы ($\Delta_R/h \sim Ca^{-0,5}$).

Заключение. В работе экспериментально исследована динамика границы раздела двух несмешивающихся жидкостей с большой разностью вязкостей, осциллирующей в горизонтально расположенной радиальной ячейке Хеле-Шоу, при варьировании толщины слоя, положения вязкой и маловязкой жидкостей. Установлено, что с ростом амплитуды колебаний на границе раздела пороговым образом развивается неустойчивость по типу “невязких пальцев”. Неустойчивость проявляется на той части периода, когда маловязкая жидкость вытесняет высоковязкую, при этом плоский “язык” маловязкой жидкости, проникающий в более вязкую жидкость, распадается на “пальцы”. При обратном смещении границы, в направлении маловязкой жидкости, осесимметричная невозмущенная граница раздела восстанавливается. Показано, что порог возникновения неустойчивости определяется двумя безразмерными параметрами: размахом колебаний границы раздела (длиной “языка” маловязкой жидкости, проникающего в высоковязкую) и капиллярным числом, рассчитанным через скорость осциллирующего движения “языка” и динамическую вязкость более вязкой жидкости. Обнаружено, что неустойчивость имеет локальный характер, проявляется на участках границы, размах колебаний которой достигает некоторого критического значения. Локальный характер наиболее существенно проявляется в случае неоднородного по азимуту размаха колебаний, как это происходит в случае нахождения более вязкой жидкости с внутренней стороны круговой границы. Сделан вывод, что природа обнаруженной неустойчивости осциллирующей границы аналогична известной неустойчивости Саффмана — Тейлора, проявляющейся при равномерном вытеснении вязкой жидкости из щелевого зазора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Li S., Lowengrub J. S., Fontana J., Palfy-Muhoray P. Control of viscous fingering patterns in a radial Hele-Shaw cell // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 102. 174501.
2. Singh A., Singh Y., Pandey K. M. Viscous fingering instabilities in radial Hele-Shaw cell: A review // *Materials Today: Proc.* 2020. V. 26. P. 760–762.
3. Ершов А. П., Даммер А. Я., Куперштох А. Л. Неустойчивость “невязкого пальца” в регулярных моделях пористой среды // *ПМТФ.* 2001. Т. 42, № 2. С. 129–140.
4. Немати А., Саффари Х., Вамерзани Б. З. и др. Численный анализ неустойчивости вязкостного пальцеобразования при вытеснении жидкости, смешивающейся с вытесняющей жидкостью // *ПМТФ.* 2020. Т. 61, № 4. С. 46–53.
5. Головин С. В., Казакова М. Ю. Одномерная модель вытеснения двухфазной жидкости в щели с проницаемыми стенками // *ПМТФ.* 2017. Т. 58, № 1. С. 22–36.

6. **Saffman P. G., Taylor G. I.** The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. Math. Phys. Sci. 1958. V. 245. P. 312–329.
7. **Gadêlha H., Miranda J. A.** Effects of normal viscous stresses on radial viscous fingering // Phys. Rev. E. 2009. V. 79. 066312.
8. **Lyubimova T., Ivantsov A., Lyubimov D.** Control of fingering instability by vibrations // Math. Model. Nat. Phenomena. 2021. V. 16. 40.
9. **Arun R., Dawson S. T., Schmid P. J., et al.** Control of instability by injection rate oscillations in a radial Hele-Shaw cell // Phys. Rev. Fluids. 2020. V. 5. 123902.
10. **Пат. 2260113 С2 RU, МПК Е 21 В 43/25, Е 21 В 28/00.** Способ обработки продуктивной зоны нефтяных скважин / А. С. Кондратьев. № 2003115166/03; Оpubл. 10.09.2005.
11. **Гатауллин Р. Н., Кадыйров А. И.** Интенсификация добычи нефти методами волнового воздействия на продуктивные пласты // Науч. тр. науч.-исслед. проект. ин-та “Нефтегаз” Гос. нефт. компании Азерб. Респ. 2020. № 2. С. 78–90.
12. **Kozlov V., Karpunin I., Kozlov N.** Finger instability of oscillating liquid — liquid interface in radial Hele-Shaw cell // Phys. Fluids. 2020. V. 32. 102102.
13. **Kozlov V., Vlasova O.** Oscillatory dynamics of immiscible liquids with high viscosity contrast in a rectangular Hele-Shaw channel // Phys. Fluids. 2022. V. 34. 032121.
14. **Карпунин И. Э.** Динамика осциллирующей межфазной границы в зависимости от взаимного расположения жидкостей в радиальной ячейке Хеле-Шоу // Конвектив. течения. 2021. № 10. С. 76–88.

*Поступила в редакцию 23/VIII 2022 г.,
после доработки — 22/XI 2022 г.
Принята к публикации 28/XI 2022 г.*
