

11. Григорян С. С., Остроумов А. В. Математическое моделирование движения снежных лавин.— В кн.: Доклады Международной конференции по гляциологии. Кембридж, 1976.
12. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М., «Наука», 1971.
13. Чернявский С. Ю. Аппаратура, применяемая в баллистической трассе для измерения скорости летящих моделей и синхронизации.— ПТЭ, 1976, № 3.
14. Боуден Ф. П., Тейбор Д. Трение и смазка твердых тел. М., «Машиностроение», 1968.

УДК 537.581

### О СТРУКТУРЕ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО БАРЬЕРА НА ГРАНИЦЕ МЕТАЛЛА

А. А. Поротников, Б. Б. Родневич

(Москва)

В работе [1] рассмотрены особенности автоэлектронной эмиссии в плазму дугового разряда ( $F - P$ -эмиссия), связанные с нелинейностью изменения потенциала в прикатодном слое; показано, что в том случае, когда в прикатодном слое можно пренебречь плотностью отрицательного заряда электронов, плотность тока  $F - P$ -эмиссии может более чем на порядок отличаться от плотности тока автоэлектронной эмиссии в вакуум, полученной по выражению Нордгейма — Фаулера. Для случая, когда прикатодное падение потенциала  $V_c$  равно работе выхода катода  $\phi$ , модуль логарифма прозрачности потенциального барьера увеличивается на 20% и плотность тока эмиссии может уменьшиться на значительную величину. Аналогичное изменение плотности тока может происходить и при других соотношениях между величинами  $V_c$  и  $\phi$ . В данной работе рассмотрим эти вопросы более подробно для случаев, когда плотностью отрицательного объемного заряда пренебречь нельзя.

Распределение потенциала в прикатодной области дугового разряда обычно получают из решения уравнения Пуассона в предположениях Ленгмюра — Маккоуна

$$(1) \quad \frac{dV}{dx} = \sqrt{16\pi j_i \left( \frac{MV_c^{1/2}}{2e} \right) \left\{ \left( 1 - \frac{V}{V_c} \right)^{1/2} + q \left[ \left( \frac{V}{V_c} \right)^{1/2} - 1 \right] \right\}},$$

где  $M$  — атомный вес иона;  $e$  — заряд электрона;  $j_i$  — плотность ионного тока на катоде;  $j_e$  — плотность электронного тока на катоде;  $q = (j_e/j_i) \times \sqrt{m/M}$ .

Следуя [1], рассмотрим два случая.

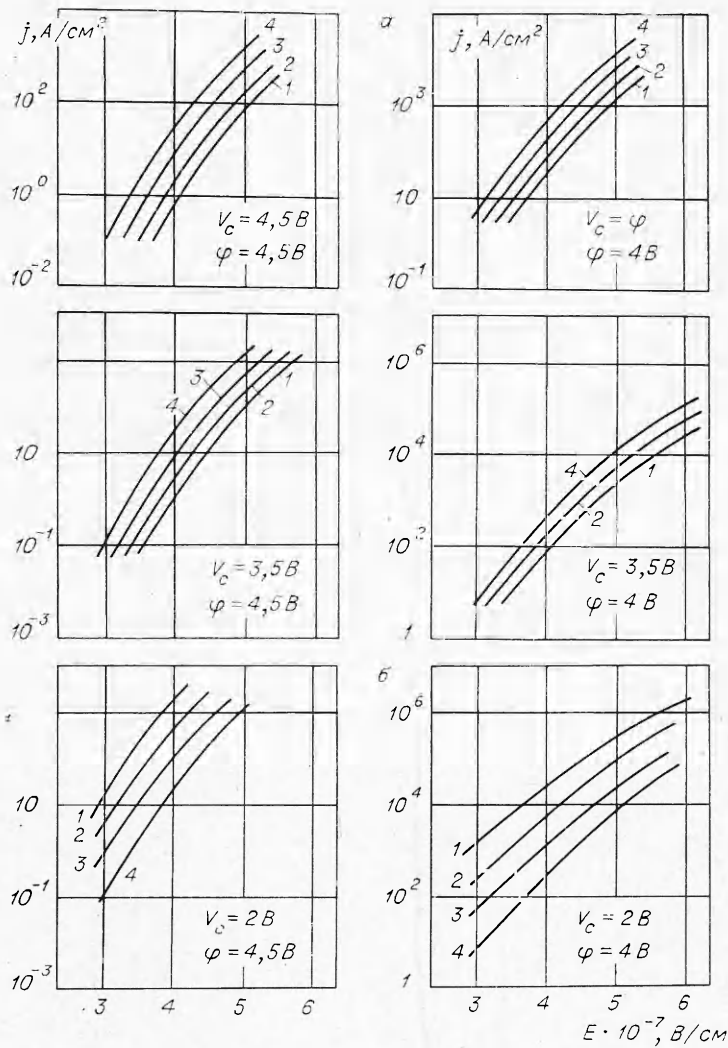
1. При  $V_c \geq \phi$  выражение для прозрачности потенциального барьера  $Q$  запишется в виде

$$(2) \quad Q_{F-P} = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{\phi - e/4x - V(x)} dx,$$

где  $x_1$  и  $x_2$  — корни уравнения

$$(3) \quad \phi - e/4x - V(x) = 0;$$

$V(x)$  — решение уравнения (1).



Фиг. 1

Плотность тока эмиссии электронов, прошедших сквозь такой барьер, можно записать в виде

$$j_{F-P} = j_F \exp [iQ_F - Q_{F-P}],$$

в то время как плотность тока  $F$ -эмиссии при том же значении напряженности электрического поля  $F_0$

$$(4) \quad F_0 = \sqrt{16\pi j_i \left( \frac{MV_0^{1/2}}{2e} \right) [1 - q]}$$

вычисляется по формуле [2]

$$j_F = \frac{1,55 \cdot 10^{-6} F^2}{\varphi} \exp \left[ - \frac{6,85 \cdot 10^7 \varphi^{3/2}}{F} \theta(F) \right],$$

где  $\theta(F)$  — функция Нордгейма.

Зависимости  $j_{F-P}$  от  $F$  при различных значениях  $q$  показаны на фиг. 1, а ( $1 - q = 0$ ,  $2 - q = 0,2$ ,  $3 - q = 0,4$ ,  $4 - F$ -эмиссия).

2. При  $V_c < \varphi$  выражение для прозрачности потенциального барьера имеет вид (2), где  $x_1$  — первый положительный (начиная от нуля) корень уравнения (3),  $x_2$  — значение  $x$  при  $V = V_c$ .

Графики зависимости  $j_{F-P}$  от  $F$  при различных значениях  $q$  приведены на фиг. 1, б.

Отметим, что при  $V_c \geq \varphi$  плотность тока  $F - P$ -эмиссии меньше плотности тока  $F$ -эмиссии и плотность тока  $F - P$ -эмиссии при увеличении  $q$  стремится к плотности тока  $F$ -эмиссии как к своему верхнему пределу. При  $V_c < \varphi$  плотность тока  $F - P$ -эмиссии может быть как больше, так и меньше плотности тока  $F$ -эмиссии.

Нелинейность изменения потенциала в прикатодной зоне дугового разряда важна для правильного учета так называемого «эффекта шероховатости (неоднородности) поверхности катода». Суть этого эффекта состоит в том, что напряженность электрического поля на поверхности катода обычно получают из уравнения Ленгмюра — Маккоуна (4) и затем это значение подставляют в выражения для плотности тока эмиссии. Однако при выводе уравнения (4) предполагается, что поверхность катода плоская, без шероховатостей. В действительности, как показывают эксперименты [3], на поверхности катода имеются микронеровности, на которых напряженность электрического поля усиливается в несколько раз. Коэффициент усиления поля  $m$ , приведенный в [3, 4], имеет вид

$$(5) \quad m = \frac{2n^3}{(1-n^2) \left( \ln \frac{1+n}{1-n} - 2n \right)},$$

где  $n$  — эксцентриситет эллипсоида, который характеризует микронеровность (шероховатость),

$$n = \sqrt{1 - (b/a)^2},$$

где  $a$  — большая ось эллипсоида;  $b$  — малая ось.

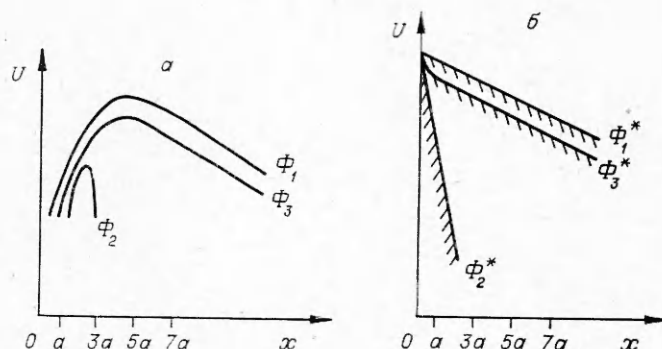
Анализ уравнения (5) показывает, что величина  $m$  может достигать значений  $\sim (10^2 - 10^3)$ , т. е. напряженность электрического поля на поверхности катода  $F_d = (10^2 - 10^3)F_0$ , это значение  $F_d$  подставляют в уравнения Ричардсона — Шоттки или Нордгейма — Фаулера для определения плотности тока эмиссии электронов с катода.

Однако распределение потенциала вблизи микронеровности в этом случае сугубо нелинейно [4]

$$(6) \quad U(x) = F_d a (1+x) \left[ 1 - \frac{\ln \frac{1+n+x}{1-n+x} - \frac{2n}{1+x}}{\ln \frac{1+n}{1-n} - 2n} \right].$$

При этом структура потенциального барьера резко меняется, и для вычисления плотности тока электронной эмиссии в выражение для прозрачности потенциального барьера надо подставлять величину  $U(x)$ , а не  $F_d = mF_0$ .

Рассмотрим, к каким последствиям может привести такое изменение структуры барьера.



Фиг. 2

Согласно [2], выражение для плотности тока автоэлектронной эмиссии имеет вид

$$j_F = AF^2 \exp [-2Q_0],$$

где  $Q_0 = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{\varphi - e/4x - F_0x} dx$ .

Для определения плотности тока с «шероховатого» катода величину  $Q$  надо вычислять по формуле

$$(7) \quad Q_1 = \int_{x_1}^{x_0} \sqrt{\varphi - e/4x - U(x)} dx,$$

где  $U(x)$  берется в виде (6), а не по формуле

$$Q_2 = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{\varphi - e/4x - mF_0x} dx.$$

Структура потенциальных барьеров показана на фиг. 2, а, где

$$(8) \quad \begin{cases} \Phi_1 = \varphi - e/4x - F_0x, \\ \Phi_2 = \varphi - e/4x - mF_0x, \\ \Phi_3 = \varphi - e/4x - U(x). \end{cases}$$

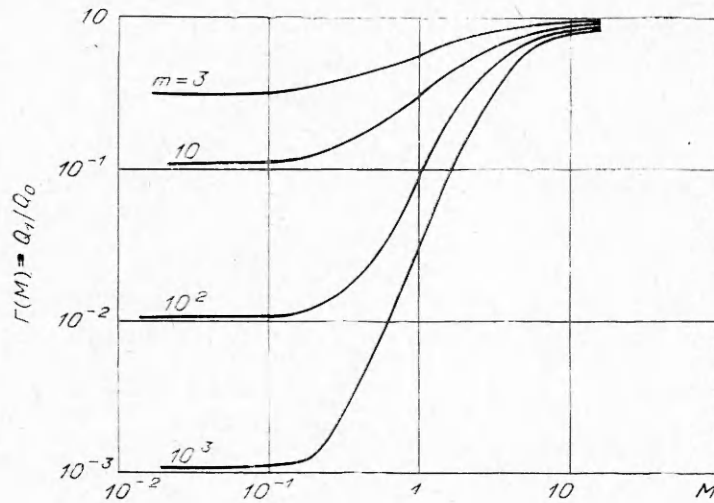
На фиг. 2, б приведены потенциальные барьеры  $\Phi_1^*$ ,  $\Phi_2^*$  и  $\Phi_3^*$ , в которых опущен член  $e/4x$ , чтобы наглядней показать эффект нелинейности изменения потенциала в прикатодном слое

$$(9) \quad \begin{cases} \Phi_1^* = \varphi - F_0x, \\ \Phi_2^* = \varphi - mF_0x, \\ \Phi_3^* = \varphi - U(x). \end{cases}$$

Величина прозрачности барьера  $\Phi_3^*$  зависит от безразмерного параметра  $M$

$$M = \varphi/F_0a.$$

(В дальнейшем, для того чтобы наглядней подчеркнуть разницу между барьерами с линейным и нелинейным изменением потенциала, будем рассматривать барьеры (9), а не (8). Все выводы, касающиеся соотношений  $\delta^*$



Фиг. 3

между прозрачностью этих барьеров, с большой степенью точности справедливы для барьеров  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ , и  $\Phi_3$ .)

В зависимости от  $M$  величина  $Q_1$  может быть близка к  $Q_0$  или  $Q_2$ . Графики зависимости величины  $\Gamma(M) = Q_1/Q_0$  при различных значениях коэффициента усиления поля  $m$  приведены на фиг. 3. Видно, что если  $M > 5$ , то величина  $Q_1$  близка к  $Q_0$ , несмотря на то, что напряженность электрического поля на поверхности катода равна  $F_d = mF_0$ . При  $M < 0,2$  величина  $Q_1$  близка к  $Q_2$ .

При  $M = 1$  (изменение потенциала на расстоянии, равном характерному размеру неоднородности, равно работе выхода катода)  $Q_1$  примерно соответствует прозрачности потенциального барьера при эффективном значении напряженности поля на катоде  $F_{эфф} = \sqrt{m}F_0$ .

При  $n = 0$  (сферическая неоднородность на поверхности катода) коэффициент усиления поля  $m = 3$ ; выражение для изменения потенциала принимает вид

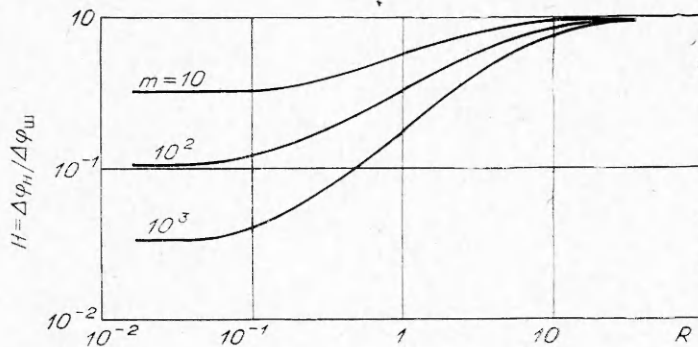
$$U(x) = F_0 a (1+x) \left[ 1 - \frac{1}{(1+x)^3} \right],$$

и выражение для прозрачности барьера  $Q_1$  можно записать в виде

$$Q_1 = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{\varphi - e/4ax - F_0 a (1+x) \left[ 1 - \frac{1}{(1+x)^3} \right]} dx.$$

В практически интересных случаях могут реализоваться следующие возможности:

1. Низковольтная дуга. В этом случае прикатодное падение потенциала  $V_c \sim \varphi$ , толщина слоя прикатодного падения потенциала  $d \sim 4V_c/3F_0$ , и так как характерный размер шероховатости  $a \ll d$ , то  $M = \varphi/F_0 a \gg 1$ . Несмотря на то, что напряженность электрического поля на поверхности катода  $F_d = (10^2 - 10^3) F_0$ , плотность тока автоэлектронной эмиссии будет соответствовать прозрачности барьера при  $F_d = F_0$  и эффект «шероховатости» не приведет к сколько-нибудь заметному увеличению плотности тока эмиссии.



Фиг. 4

2. Автоэмиссия в вакуум. В этом случае характерный размер неоднородности  $a \sim 5 \cdot 10^{-4}$  см, напряженность поля на поверхности эмиттера  $F_0 \sim 2 \cdot 10^4$  В/см,  $M < 0,5$  и прозрачность барьера  $Q_1$  близка к  $Q_2$ .

В промежуточных случаях величину прозрачности барьера следует вычислять по формуле (7), а не подставлять в формулы для вычисления плотности тока автоэлектронной эмиссии  $F_d = mF_0$ .

Определим, как изменится плотность тока эмиссии электронов, прошедших над «нелинейным» потенциальным барьером (термоэлектронная эмиссия).

Уравнение для барьера можно записать в виде

$$(10) \quad L(x) = \varphi - e/4ax - F_0 a (1+x) \left[ 1 - \frac{\ln \frac{1+n+x}{1-n+x} - \frac{2n}{1+x}}{\ln \frac{1+n}{1-n} - 2n} \right].$$

Точка максимума барьера определяется из уравнения

$$(11) \quad e/4ax^2 - F_0 a [1 - \beta(x)] + F_0 a (1+x) \beta'(x) = 0,$$

где 
$$\beta(x) = \frac{\ln \frac{1+n+x}{1-n+x} - \frac{2n}{1+x}}{\ln \frac{1+n}{1-n} - 2n}.$$

и максимальная высота «нелинейного» барьера равна  $\varphi_n = \varphi_0 - \Delta\varphi_n$ , в то время как при линейном изменении потенциала высота барьера равна  $\varphi_{эфф} = \varphi_0 - \sqrt{meF_0}$ . Эффективная высота потенциального барьера  $\varphi_n$  зависит от безразмерного параметра.

$$R = \frac{r_{ш}}{a} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{F_0}}.$$

При  $R \ll 1$  отношение  $\Delta\varphi_n / \Delta\varphi_{ш} = \sqrt{m}$ , при  $R \gg 1$  отношение  $\Delta\varphi_n / \Delta\varphi_{ш} = 1$ , несмотря на то, что напряженность электрического поля на поверхности катода  $F_{эфф} = mF_0$  (считаем, что  $\Delta\varphi_{ш} = \sqrt{eF_0}$ ). При  $R = 1$   $\Delta\varphi_n / \Delta\varphi_{ш} \approx m^{1/4}$ .

График зависимости  $H(R) = \Delta\varphi_n / \Delta\varphi_{ш}$  при различных значениях  $m$  приведен на фиг. 4.

В заключение отметим, что в настоящее время величина  $a$  контролируется вплоть до  $10^{-6}$  см. Тогда при полях  $F_0 < 10^4$  В/см никакое локальное увеличение поля на поверхности катода не может привести к увеличению плотности тока эмиссии электронов, прошедших над потенциальным барьером.

При полях  $F_0 > 10^4$  В/см высоту барьера следует определять из уравнений (10), (11), а не подставлять  $\Delta\varphi_{\text{эфф}} = \sqrt{meF_0}$ .

Поступила 3 X 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Поротников А. А., Родневич Б. Б. Автоэмиссия электронов в плазму.— ПМТФ, 1976, № 6.
2. Елинсон М. И., Васильев Г. Ф. Автоэлектронная эмиссия. М., Физматгиз, 1958.
3. Раховский В. И. Физические основы коммутации электрического тока в вакууме. М., «Наука», 1970.
4. Батыгин В. В., Толтыгин И. И. Сборник задач по электродинамике. М., Физматгиз, 1962.

УДК 533.6.011.72

### О СТРУКТУРЕ ПРОГРЕВНОГО СЛОЯ ПЕРЕД ФРОНТОМ СИЛЬНОЙ ИНТЕНСИВНО-ИЗЛУЧАЮЩЕЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

*И. В. Немчинов, В. В. Светцов, В. В. Шувалов*

*(Москва)*

При исследовании таких явлений, как движение крупных метеорных тел в атмосфере, оптические и электрические разряды, развитие сильных взрывов и других аналогичных процессов, и при создании на их основе мощных источников излучения возникает задача о структуре и яркости сильных ударных волн. Эта проблема имеет и общезначительный интерес. По мере увеличения скорости распространения сильной ударной волны возрастают температура газа за ее фронтом и роль излучения. Часть излучения, испущенного нагретым и сжатым в ударной волне газом, поглощается перед фронтом, образуя так называемый прогревный слой.

Квазистационарная структура сильной интенсивно-излучающей ударной волны изучалась в [1, 2]. При этом для описания переноса излучения использовалось диффузионное приближение и предположение серого газа. Было введено понятие волны критической амплитуды, когда максимальная температура в прогревном слое  $T_-$  достигает температуры  $T_a$ , определяемой на основе законов сохранения, т. е. по обычной ударной адиабате; показано, что за скачком уплотнения, движущимся по уже прогретому газу, имеет место температурный пик, максимальная температура в котором  $T_+$  превышает  $T_a$ .

В [3] численно решалась задача о квазистационарной структуре излучающей ударной волны в воздухе нормальной плотности. Угловое распределение излучения учитывалось приближенно — задавалось простым косинусоидальным законом. Спектральные эффекты учитывались в многогрупповом приближении. Вводилось 38 спектральных интервалов, что недостаточно для описания спектра излучения с учетом многочисленных линий и полос поглощения.

В данной работе, как и в [4, 5], рассматривается нестационарная задача о движении сильной интенсивно-излучающей ударной волны при детальном учете спектрального состава излучения (вводилось 456 спектраль-