

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН ПРИ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ
НА ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПОРИСТОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ВДУВЕ
УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА В ВОЗДУХ

И. М. Брдлик, В. И. Дубовик, И. С. Молчадский

(Москва)

Приводятся результаты численного расчета ламинарного пограничного слоя при свободной конвекции бинарной смеси углекислый газ — воздух на вертикальной нагретой поверхности. Дается сопоставление численного решения с приближенным аналитическим решением и экспериментом.

При наличии в пограничном слое нескольких компонент обычный механизм переноса энергии осложняется диффузионными эффектами. Дифференциальные уравнения ламинарного пограничного слоя, описывающие свободную конвекцию бинарной смеси около вертикальной поверхности с учетом диффузионного переноса энергии имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\beta_T (T - T_\infty) + g\beta_m (m_1 - m_{1\infty}) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{c_{p1} - c_{p2}}{\rho_\infty c_{p\infty}} j_1 \frac{\partial T}{\partial y} = - \frac{1}{\rho_\infty c_{p\infty}} \frac{\partial q}{\partial y} \quad (3)$$

$$u \frac{\partial m_1}{\partial x} + v \frac{\partial m_1}{\partial y} = - \frac{1}{\rho_\infty} \frac{\partial j_1}{\partial y} \quad (4)$$

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{a_T R M^2 T}{M_1 M_2} j_1 \quad (5)$$

$$j_1 = -\rho_\infty D \frac{\partial m_1}{\partial y} \quad (6)$$

Граничные условия

$$y = 0, \quad u = 0, \quad v = v_w, \quad T = T_w, \quad m_1 = m_{1w} \quad (7)$$

$$y = \infty, \quad u = 0, \quad T = T_\infty, \quad m_1 = m_{1\infty}$$

Здесь x — координата, направленная вдоль поверхности; y — координата, перпендикулярная поверхности; u, v — составляющие скорости по осям x и y ; T, T_w, T_∞ — температура соответственно внутри пограничного слоя, на вертикальной поверхности и за пределами пограничного слоя; m, m_w — массовая концентрация активной компоненты соответственно внутри пограничного слоя, на вертикальной поверхности, за пределами пограничного слоя; β_T, β_m — температурный и концентрационный коэффициенты объемного расширения; ν — кинематическая вязкость; k — коэффициент теплопроводности; c_{p1}, c_{p2} — удельная теплоемкость актив-

ной компоненты (углекислый газ) и воздуха; a_T — термодиффузионная постоянная; M, M_1, M_2 — молекулярный вес смеси активной компоненты и воздуха; R — газовая постоянная смеси.

В системе уравнений (1) — (4) физические свойства среды приняты постоянными. Плотность среды, входящая в выражение подъемной силы, зависит от температуры среды и концентрации активной компоненты. Температура поверхности T_w и концентрация активной компоненты на поверхности m_{1w} постоянны. Второй член в правой части уравнения (5) описывает перенос тепла диффузионной теплопроводностью (эффект Дюфо). При определении потока массы по формуле (6) термодиффузия не учитывалась.

Введем переменную $\eta = c_1 y x^{-1/4}$, где

$$c_1 = \left[\frac{\beta_3 \beta_T (T_w - T_\infty)}{4\nu^2} \right]^{1/4}$$

и функцию тока

$$\psi = 4\nu c_1 x^{3/4} f(\eta) \quad (8)$$

такую, что

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$$

Система (1) — (4) сводится к обыкновенным дифференциальным уравнениям. В новых переменных составляющие скорости u, v имеют вид

$$u = 4\nu c_1^2 x^{1/2} f'(\eta), \quad v = \nu c_1 x^{-1/4} [f'(\eta) - 3f(\eta)] \quad (9)$$

а уравнение движения (2) преобразуется

$$f'''(\eta) + 3f(\eta) f''(\eta) - 2f'^2(\eta) + \theta(\eta) + e\varphi(\eta) = 0 \quad (10)$$

Из уравнений энергии (3) и диффузии (4) соответственно получаем

$$\theta''(\eta) + [3Pf(\eta) + a\varphi'(\eta)]\theta'(\eta) - 3Scf(\eta)\varphi'(\eta) = 0 \quad (11)$$

$$\varphi''(\eta) + 3Sf(\eta)\varphi'(\eta) = 0 \quad (12)$$

где

$$\theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad \varphi(\eta) = \frac{m_1 - m_{1\infty}}{m_{1w} - m_{1\infty}}, \quad e = \frac{\beta_m}{\beta_T} \frac{m_{1w} - m_{1\infty}}{T_w - T_\infty}$$

$$\beta_m = \frac{M_2 - M_1}{M_1 - (M_2 - M_1)m_{1w}}, \quad a = \frac{c_{p1} - c_{p2}}{c_p} (m_{1w} - m_{1\infty}) L$$

$$c = \frac{a_T R M^2 T_w}{c_p M_1 M_2} \frac{m_{1w} - m_{1\infty}}{T_w - T_\infty} L, \quad \bar{c}_p = c_{p1} m_{1w} + c_{p2} (1 - m_{1w})$$

P — число Прандтля, S — число Шмидта, L — число Льюиса.

Граничные условия в новых переменных

$$\begin{aligned} \eta = 0, \quad f' = 0, \quad f_w = \text{const}, \quad \theta = 1, \quad \varphi = 1 \\ \eta = \infty, \quad f' = 0, \quad \theta = 0, \quad \varphi = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Величина f_w определяется из условия полупроницаемости вертикальной поверхности (поверхность не проницаема для воздуха)

$$f_w = -\frac{1}{3S} \frac{m_{1\infty} - m_{1w}}{1 - m_{1w}} \varphi'(0) \quad (14)$$

Система нелинейных дифференциальных уравнений (10) — (12) с граничными условиями (13) решалась численным методом прогонки на вычислительной машине М-20 с применением итерационного процесса [1, 2].

Результаты счета для бинарной смеси углекислый газ — воздух приведены в таблице. Для расчета задаются следующие величины: T_w/T_∞ , P , S (или L)

$$D_D = \frac{a_T R M^2 T_w}{M_1 M_2 C_p (T_w - T_\infty)}$$

где D_D — критерий Дюфо. Параметры a , c , e вычисляются в зависимости от параметра вдува. Эти величины можно определить по данным таблицы.

f_w	$\theta'(0)$	$\varphi'(0)$	$f''(0)$	$N (1/4 G)^{-1/4}$	m_{1w}	N/N_0
0	-0.5034	-0.0000	0.6454	0.5034	0	1
-0.005	-0.4842	-0.5986	0.6022	0.4716	0.027	0.957
-0.01	-0.4671	-0.5757	0.5561	0.4652	0.064	0.924
-0.02	-0.4302	-0.5236	0.4500	0.3834	0.151	0.762
-0.03	-0.3745	-0.4662	0.2338	0.3134	0.185	0.623

Тепловой поток в бинарной смеси зависит от молекулярной и диффузионной теплопроводности и определяются по формуле (5), которая преобразуется к виду

$$q_x = -kcx^{-1/4}(T_w - T_\infty)[\theta'(0) + LD_D(m_{1w} - m_{1\infty})\varphi'(0)]$$

или в безразмерном виде

$$N_x = - (1/4 Gx)^{1/4} [\theta'(0) + c\varphi'(0)] \quad (15)$$

где коэффициент C определен выше.

Аналогично из соотношения (6), которое соответствует диффузии массы без учета термодиффузии, найдем число Шервуда

$$N_D = - (1/4 Gx)^{1/4} \varphi'(0) \quad (16)$$

В результате можно построить профили температуры, скорости, концентрации в пограничном слое, а также тепловые и массовые потоки.

Проведены эксперименты по определению профилей концентраций при вдуве углекислого газа в воздух на вертикальной пористой поверхности в ламинарном пограничном слое при одновременном переносе тепла и массы в условиях естественной конвекции. Углекислый газ вдувался через медную пористую пластинку размером $200 \times 300 \text{ мм}^2$, которая заделана в герметический короб, имеющий автономную систему нагрева. Нагрев пластин осуществлялся лучистыми нагревателями. Такой способ нагрева дает возможность получать однородную температуру по всей рабочей поверхности.

Лучистые нагреватели были выполнены в виде двойного ряда зеркальных инфракрасных ламп. Степень нагрева пористой пластины регулировалась изменением напряжения в цепи питания ламп. Расход газа измерялся ротаметром типа РС-3. Контроль равномерности нагрева и измерения температуры пластины производились медь-константановыми термопарами, заделанными на поверхности пластины.

Термопары изготовлялись из медного провода диаметром 0.1 мм и константана диаметром 0.15 мм.

Показания термопар замерялись потенциометром Р-306. Для определения полей температур и концентраций использовался интерферометр Маха — Цендера. Световой поток направлялся параллельно короткой стороне пластины. Обработка интерферограмм велась по формуле

$$X_1 = \left[\frac{\lambda S T}{l p} + \frac{K_2}{R_2} \left(\frac{T}{T_\infty} - 1 \right) \right] \left(\frac{K_1}{R_1} - \frac{K_2}{R_2} \right)^{-1} \quad (17)$$

Здесь λ — длина волны монохроматического света, S — безразмерное смещение интерференционной полосы, X — объемная концентрация, p — давление, K — постоянная Даля — Гладстона, l — ширина модели.

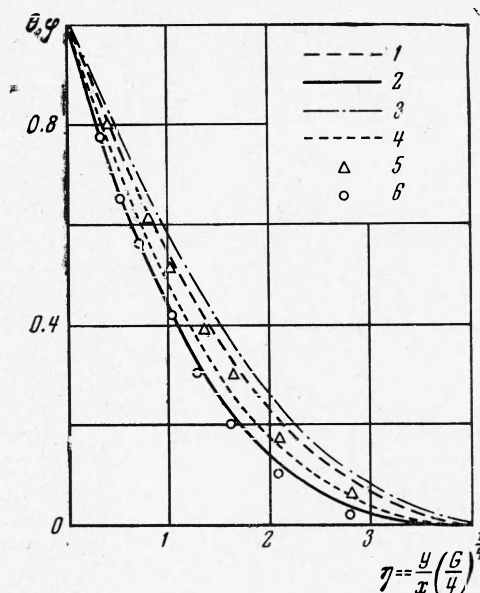
Массовая концентрация связана с объемной следующим соотношением:

$$m_1 = M_1 X_1 [M_1 X_1 + M_2 (1 - X_1)]^{-1}$$

Для получения профиля концентраций при обработке интерферограмм по формуле (17) необходимо знать температурное поле в исследуемом сечении. Измерение температуры в пограничном слое производилось координатником.

Термопара координатника изготовлялась из тех же проводов, что и термопары для замера температуры поверхности пластины. Запись показаний велась на электронный ленточный самописец.

На фигуре сравниваются профили температуры и концентрации, полученные экспериментально и численным методом, с данными работы [3], в которой имеется приближенное аналитическое решение. Кривые 1, 3 и точки 5 представляют собой численный, приближенный [3] и экспериментальный профили температуры в пограничном слое при $f_w = -0.01$, $P = 0.71$, $S = 0.86$, $D_D = 0.2$, $L = 0.83$ и $T_w/T_\infty = 1.1$. Кривые 2, 4 и точки 6 — соответствующие профили концентрации углекислого газа.



Поступила 5 IV 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений, т. 2. М., Физматгиз, 1959.
2. Брдлик П. М., Мочалов В. А., Дубовик В. И. Ламинарная свободная конвекция на вертикальной поверхности, осложненная конденсацией или испарением. Научн. тр. науч.-исслед. ин-та строит. физ. Госстроя СССР, 1967, вып. 2.
3. Брдлик П. М. Тепло- и массообмен в бинарном ламинарном пограничном слое при естественной конвекции. Инж.-физ. ж., 1969, т. 16, № 6.