

ческие кривые, отвечающие $\beta = 0,4$. Сравнение рис. 2 и 3 позволяет сделать вывод о том, что учет неравновесности фазового превращения при данных параметрах смеси достаточно слабо влияет на величину максимального значения коэффициента затухания. Тем не менее согласие кривых 1, 3 с соответствующими группами экспериментальных точек [3] несколько улучшается за счет сдвига неравновесных теоретических кривых в область низких частот. Отметим, что кривые, отвечающие значению $\beta = 1$, несколько отличаются от кривых $\beta = 0,4$, но практически совпадают с кривыми, рассчитанными по квазиравновесной схеме ($\bar{\rho} = \infty$, $\tau_{\beta} = 0$). Использование наиболее часто рекомендуемого для воды значения $\bar{\rho} = 0,04$ несколько ухудшает согласие теории с экспериментом по сравнению с $\beta = 0,4$ для кривых 2, 3, но улучшает согласие для кривой 1. В целом экспериментальные точки располагаются внутри области, ограниченной кривыми, рассчитанными при предельном значении $\beta = \infty$ и $\beta = 0,04$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Knudsen V. O., Wilson J. V., Anderson N. S. The attenuation of sound in fog and smoke // J. Acoust. Soc. Amer.— 1948.— V. 20, N 2.
2. Cole J. E., Dobbins R. A. Propagation of sound through atmospheric fog // J. Atmos. Sci.— 1970.— V. 27, N 3.
3. Cole J. E., Dobbins R. A. Measurements of attenuation and dispersion of sound by a warm air fog // J. Atmos. Sci.— 1971.— V. 28, N 2.
4. Marble F. E. Dynamics of dusty gases // Ann. Rev. of Fluid Mech.— Palo Alto, Calif., 1970.— N 2.
5. Marble F. E., Wooten D. C. Sound attenuation in a condensing vapor // Phys. Fluids.— 1970.— V. 13, N 11.
6. Marble F. E., Candel S. M. Acoustic attenuation in fans and ducts by vaporisation of liquid droplets // AIAA J.— 1975.— V. 13, N 5.
7. Davidson G. A. Sound propagation in fogs // J. Atmos. Sci.— 1975.— V. 32, N 11.
8. Губайдуллин Д. А. О влиянии теплообмена на распространение звуковых волн в парогазокапельных системах // Вести. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика, механика.— 1987.— № 3.
9. Губайдуллин Д. А., Ивандаев А. И. Скорость и затухание звука в парогазокапельных системах. Роль теплообменных процессов // ПМТФ.— 1987.— № 3.
10. Губайдуллин Д. А. Акустические возмущения в парогазокапельных смесях с малым массовым содержанием капель // Современные проблемы теплофизики.— Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1987.
11. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.
12. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред.— М.: Наука, 1987.— Ч. 1.

г. Тюмень

Поступила 4/V 1989 г.

УДК 532.5:533.6

С. Е. Агеев, В. Т. Мовчан, А. М. Мхитарян,
Е. А. Шквар

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ПОВЕРХНОСТЬЮ РАЗДЕЛА ФАЗ

Многие важные для практики задачи обтекания тел двухфазным потоком, компонентами которого являются воздух (газ) и вода (жидкость), так же как и в случае однородной среды, могут быть решены в приближении пограничного слоя, который при этом сохраняет основные структурные признаки однофазного слоя. Однако в зависимости от массового соотношения фаз (от степени водности) в нем проявляются важные особенности, суть которых в образовании и движении по обтекаемой поверхности тонкого слоя жидкости.

Большое число работ посвящено изучению расслоенных течений с целью моделирования гидродинамических процессов, реализуемых в различных областях техники [1—5]. Следует отметить, что исследователями в основном наибольшее внимание уделяется рассмотрению двухфазных течений с ламинарным потоком газа [2, 3], а в не-

© 1990 Агеев С. Е., Мовчан В. Т., Мхитарян А. М., Шквар Е. А.

многочисленных работах, посвященных двухфазным течениям с турбулентным пограничным слоем, не учитывается неоднородная структура границы раздела фаз [4, 5].

В [6, 7] показано, что течение жидкой пленки под действием воздушного потока в достаточно широком диапазоне значений скорости воздуха и расхода воды в пленке носит двухпараметрический характер и зависит от чисел Рейнольдса воздуха $Re_{x,2}$ и водной пленки Re_1 . Экспериментально найдено, что во всех случаях поверхность раздела фаз воздух — вода покрыта сложной системой волн, параметры которых имеют случайный характер [6]. При этом очевидно, что параметры воздушного потока влияют на движение пленки, в то время как и характер течения жидкости вызывает изменения в структуре воздушной среды.

Математическое описание указанных явлений сопряжено с рядом трудностей, заключенных в сложности учета всех протекающих в пленке и воздушном потоке процессов, что приводит к необходимости введения отдельных допущений при проведении теоретических расчетов.

При рассмотрении ряда физических процессов достаточной оказывается модель течения в приближении несжимаемости газового потока при отсутствии теплопереноса. Такие задачи встречаются, например, в авиационной технике при определении аэродинамических характеристик обтекаемых конструкций при наличии тонких жидких пленок.

В данной работе предлагаются метод и модель расчета совместного течения водной пленки со слутным воздушным потоком, основанные на идее сращивания решений уравнений пограничных слоев воздушной и жидкой фаз. Концепция модели строится на представлении о ламинарном характере движения в пленке и турбулентном — в потоке воздуха. На границе раздела двух фаз ставится условие непрерывности напряжений трения и скорости, а ее структура предполагается неравномерной. Течение в общем случае считается градиентным и плоским.

Расчет характеристик воздушного потока проводится путем численного интегрирования системы дифференциальных уравнений

$$(1) \quad \bar{u}_2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x} + \bar{v}_2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial y} = -\frac{1}{u_H} \frac{du_H}{dx} + \frac{d\bar{\tau}_2}{dy} - \bar{u}_2^2 \frac{1}{u_H} \frac{du_H}{dx},$$

$$(2) \quad \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_2}{\partial y} + \bar{u}_2 \frac{1}{u_H} \frac{du_H}{dx} = 0,$$

где $\bar{u} = u/u_H$; $\bar{v} = v/u_H$; u_H — скорость на внешней границе сдвигового слоя; u, v — продольная и поперечная составляющие осредненной скорости в пограничном слое; τ — касательное напряжение; x, y — продольная и поперечная координаты. В дальнейшем в формулах индексом 1 обозначены параметры водной пленки, 2 — воздушного потока, сокращением гр — параметры на границе раздела фаз.

Граничные условия следующие:

$$\begin{aligned} u_2 = u_{гр}, v_2 = v_{гр}, \tau_2 = \tau_{гр} & \text{ при } y = \delta_1, \\ u_2 \rightarrow u_H, \tau_2 \rightarrow 0 & \text{ при } y = \delta_2. \end{aligned}$$

Здесь δ_1 — средняя толщина водной пленки. Поскольку второе граничное условие асимптотическое, в качестве толщины δ_2 , ограничивающей расчетную область, принимается такое значение ординаты y , при котором $u_2 = 0,995u_H$.

Замыкание системы осуществляется с помощью формулы Буссинеска

$$\tau_2 = \mu_e \partial u_2 / \partial y, \quad \mu_e = \mu_2 + \mu_{2T}$$

(μ_2, μ_{2T} — динамические коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости).

Для нахождения μ_{2T} используется алгебраическая модель [8], хорошо зарекомендовавшая себя в расчетах различного класса градиентных течений как на гладкой, так и на шероховатой поверхности:

$$\mu_{2T} = \rho_2 \chi \Delta v_* \gamma(\eta) \text{th}(l \sqrt{\tau_*} / \chi \Delta),$$

где χ — эмпирическая постоянная; l — длина пути смешения; $\gamma(\eta)$ — функция, учитывающая влияние перемежаемости течения; $\eta = y/\delta_2$ —

безразмерная поперечная координата; $\Delta = \int_0^{\delta_2} (u_H^+ - u_2^+) dy$ — параметр

длины Ротты — Клаузера; $u_2^+ = u_2/v_*$ — приведенная к масштабу закона стенки продольная составляющая осредненной скорости; $v_* = \sqrt{\tau_2/\rho_2}$ — динамическая скорость; ρ_2 — плотность; $\tau_* = 1 + \Phi\eta$ при $\Phi \geq 0$ и $\tau_* = 1/(1 - \Phi\eta)$ при $\Phi < 0$; $\Phi = (\delta_2/\tau_{гр})(dp/dx)$ — параметр градиента давления. При этом

$$l = K(y + \Delta y) \operatorname{th} \frac{\operatorname{sh}^2(\chi_1(y^+ + \Delta y^+)) \operatorname{th}(\operatorname{sh}^2(\chi_2(y^+ + \Delta y^+)))}{K(y^+ + \Delta y^+) \sqrt{\tau_*}}$$

(K , χ_1 , χ_2 — эмпирические коэффициенты, $\Delta y^+ = \Delta y v_*/\nu_2$, Δy — функция, учитывающая влияние шероховатости). В соответствии с [9]

$$\Delta y^+ = \begin{cases} \frac{1}{\chi_1} \operatorname{arth}[\chi_1(\Delta u^+ + u_{гр}^+)] & \text{при } h^+ \leq h^*, \\ h^+ \exp(K(B - u_{гр}^+)) & \text{при } h^+ > h^*, \end{cases}$$

$$h^* = y^* \exp(K(B - u_{гр}^+)), \quad \Delta u^+ = (1/K) \ln h^+ - B + C_{гл.}$$

Здесь Δu^+ — функция сдвига логарифмического участка профиля скорости за счет влияния шероховатости; B — постоянная логарифмического закона $u_2 = (1/K) \ln(y^+/h^+) + B$, определяется в соответствии с результатами экспериментальных исследований [7] как $B = 75,4 \operatorname{Re}_{x,2}^{-0,204}$; $h^+ = h v_*/\nu_2$; h — высота волновой шероховатости, для расчета которой используется аппроксимационное выражение из [7]; $C_{гл.}$ — постоянная логарифмического закона для гладкой поверхности.

Система уравнений (1), (2) решается методом прямых. Значения упомянутых коэффициентов K и χ отличаются от общепринятых, чем учитывается в модели турбулентной вязкости гетерогенная структура потока. Величина $K = 0,64$ получена в экспериментах [7], при которых закон логарифмического распределения скорости предполагался справедливым по всей толщине внешнего потока. Поскольку в используемой здесь модели $\mu_{2т}$ определяющая во внешней области — постоянная Клаузера χ , ее величина для гетерогенного потока $\chi_{гт}$ находится пересчетом общепринятого для гомогенного потока значения $\chi_{гм} = 0,0168$ и составляет $\chi_{гт} = 0,0268$.

Вывод основных соотношений для нахождения параметров ламинарной жидкой пленки представлен в [10], где приведены окончательные уравнения, включенные в общую модель расчета, в которой учитываются граничные условия $u_1 = 0$, $v_1 = 0$ при $y = 0$, $u_1 = u_2 = u_{гр}$, $\tau_1 = \tau_2 = \tau_{гр}$ при $y = \delta_1$.

Характер распределения скорости в движущейся под действием воздушного потока жидкой пленке можно оценить из выражения

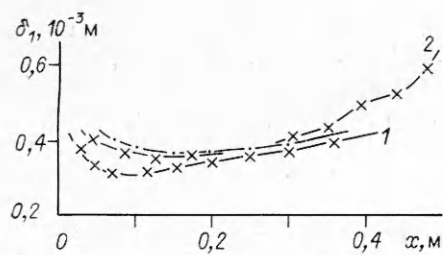
$$(3) \quad u_1 = \frac{\tau_{гр}}{\mu_1} \left[y - \rho_2 u_H \frac{du_H}{dx} \frac{y}{\tau_{гр}} \left(\frac{y}{2} - \delta_1 \right) \right],$$

где y — поперечная координата, позволяющая при подстановке значения толщины пленки δ_1 получить величину скорости на поверхности раздела воздух — вода $u_{гр} = \frac{\tau_{гр}}{\mu_1} \delta_1 + \frac{1}{2} \rho_2 u_H \frac{du_H}{dx} \frac{\delta_1^2}{\mu_1}$. Средняя толщина водной пленки

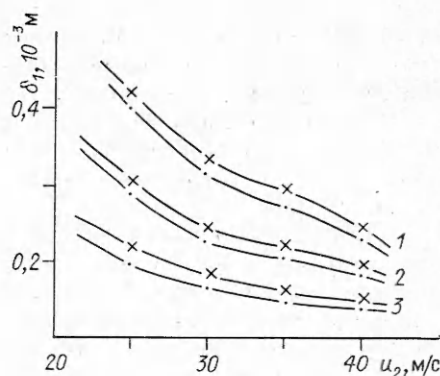
$$(4) \quad \delta_1 = \left[2G_1 \nu_1 \left(\frac{1}{\tau_{гр} + \frac{2}{3} \rho_2 u_H \frac{du_H}{dx} \delta_1} \right) \right]^{0,5}$$

(ν_1 — кинематическая вязкость, G_1 — массовый расход жидкости в пленке).

Расчет течения начинается с задания начального профиля скорости. С этой целью производится интегрирование обыкновенного дифферен-



Р и с. 1



Р и с. 2

циального уравнения, полученного из (1), (2) путем преобразования Блазиуса ($\eta = u_H y / \sqrt{v_2 x}$, $\bar{u}_2 = \partial\varphi/\partial\eta$):

$$(5) \quad \varphi''' + \frac{m+1}{2} \varphi\varphi'' + m[1 - (\varphi')^2] + \varphi'' \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial\mu_{2T}}{\partial\eta} = 0$$

(φ — функция тока, $m = (x_0/u_H)(\partial u_H/\partial x)$ — параметр градиента/давления, x_0 — координата начальных значений).

Результаты расчетов, а также данные [11] позволяют сделать вывод о достаточно быстрой локализации ошибок, связанных с неточностью задания начальных условий на основе (5).

Граничные условия ставятся следующие:

$$\begin{aligned} \varphi &= 0, \quad \varphi' = u_{гр} \quad \text{при } y = \delta_1, \\ \varphi' &= 1, \quad \varphi'' = 0 \quad \text{при } y = \delta_2. \end{aligned}$$

Уравнение (5), предварительно приведенное к системе трех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, интегрируется методом Рунге — Кутты четвертого порядка. Неизвестное значение φ_0'' при $y = 0$ определяется методом стрельбы путем проверки выполнения граничных условий на верхней границе. При этом каждое приближение v_* используется для определения коэффициента сопротивления c_f , по которому в соответствии с (3), (4) рассчитываются значения толщины пленки и скорости на границе раздела фаз, необходимые для задания граничного условия на нижней границе. Аналогичная процедура сращивания решений производится на каждом последующем шаге по координате x .

В результате программной реализации изложенных выше соображений были проведены систематические расчеты двухфазных течений с поверхностью раздела фаз. В качестве параметра, по которому осуществлялось сопоставление расчетов с результатами экспериментальных исследований, взята δ_1 . Для иллюстрации возможностей предлагаемого метода и модели расчета численно моделировались условия экспериментов ряда авторов [6, 12] с последующим сопоставлением расчетных и экспериментальных данных.

На рис. 1 показано изменение толщины пленки $\hat{\delta}_1$ по длине плоской пластины, из которого можно судить о характере течения тонкого слоя воды под действием воздушного потока (точками показаны экспериментальные значения [12], крестиками — вычисленные; кривые 1 — $dp/dx = 0$, 2 — $dp/dx \neq 0$; $u_2 = 20$ м/с; $Re_1 = 198$). Наиболее показательны в плане оценки достоверности проводимых теоретических исследований при различных числах Рейнольдса воздуха и жидкой пленки сравнения расчетов с экспериментами [6], представленные на рис. 2 (кривые 1—3 — $Re_1 = 400, 200, 100$).

Результаты расчетов градиентных течений, реализующихся на верхней поверхности крылового профиля NACA-2211 при нулевом угле атаки (см. рис. 1, кривая 2), свидетельствуют об изменении характера течения пленки, а также позволяют сделать вывод об усилении воздействия гра-

диента давления при наличии тонкого водного слоя на поверхности обтекаемого тела, что при отдельных условиях может привести к преждевременному отрыву воздушного потока.

Однако приведенные расчеты δ_1 при значении dp/dx , отличном от нуля, требуют дополнительной экспериментальной проверки и уточнения параметров, определяющих волновую шероховатость поверхности жидкой пленки.

Как следует из анализа рис. 1 и 2, несмотря на достигнутое качественное соответствие, во всех случаях имеет место систематическое отклонение расчетной толщины пленки по сравнению с измеренной. Подобное количественное расхождение может быть объяснено рядом принятых ранее допущений и, в частности, неучетом турбулизирующего воздействия внешних факторов на характер течения водной пленки.

Вместе с тем полученные результаты свидетельствуют о возможности применения данного подхода к моделированию и расчету такого типа гетерогенных течений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бояджиев Х., Бешков В. Массоперенос в движущихся пленках жидкости. — М.: Мир, 1988.
2. Аладьев С. И. К расчету волновых пленок // Сб. тр./Энерг. ин-т им. Г. М. Кржижановского. — 1977. — Вып. 25.
3. Максимов В. С., Касьянов В. А., Михайлова Р. А., Коваль Ю. Г. Расчет параметров ламинарной термодинамической структуры пограничного слоя, образующегося на профиле крыла при полете летательного аппарата в капельном облаке с включенной системой противообледенительной защиты // Аэродинамика: Межвуз. сб. науч. тр./КИИГА. — 1973. — Вып. 8.
4. Рыжов С. В. О движении ламинарной безволновой пленки жидкости на короткой горизонтальной пластине, обтекаемой газовым потоком // Судостроение и морские сооружения: Сб./ХГУ. — 1969. — Вып. 11.
5. Фадеев И. П. Эрозия влажнопаровых турбин. — Л.: Машиностроение, 1974.
6. Поваров О. А., Филиппов Г. А., Васильченко Е. Г. Экспериментальное исследование волновых режимов течения жидких пленок в спутном газовом потоке // Теплоэнергетика. — 1978. — № 5.
7. Дейч М. Е., Тетера И. П. Исследование двухфазного пограничного слоя // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. — 1980. — № 4.
8. Мовчан В. Т. Приближенно-аналитическое исследование турбулентного градиентного пограничного слоя // ПМТФ. — 1982. — № 3.
9. Шквар Е. А. К учету влияния шероховатости обтекаемой поверхности // ПМТФ. — 1986. — № 6.
10. Агеев С. Е. Расчет течения жидкой пленки // Некоторые вопросы прикладной аэродинамики: Сб. науч. тр./КИИГА. — 1986.
11. Пасконов В. М., Полежаев В. П., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. — М.: Наука, 1984.
12. Рыжков С. В., Ершов В. В., Мирошниченко В. Н. О характере течения пленки на короткой горизонтальной пластине, обтекаемой газовым потоком // Теплоэнергетика: Тр./НКИ. — 1970. — Вып. 33.

г. Киев

Поступила 2/II 1989 г.,
в окончательном варианте — 16/V 1989 г.

УДК 533.6

Д. Н. Горелов, О. В. Чернов

УЧЕТ ЛОКАЛЬНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ НЕСУЩЕЙ ВИХРЕВОЙ ПОВЕРХНОСТИ В МЕТОДЕ ДИСКРЕТНЫХ ВИХРЕЙ

Метод дискретных вихрей (МДВ) является эффективным методом решения сингулярных интегральных уравнений, встречающихся в теории крыла. Этим объясняется его успешное использование для решения широкого класса линейных и нелинейных задач стационарного, нестационарного, отрывного и безотрывного обтекания крыла. Результаты расчетов, как правило, хорошо согласуются с эксперименталь-

© 1990 Горелов Д. П., Чернов О. В.