

УДК 539.3

## ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ МЕХАНИКИ ПОВРЕЖДЕННОЙ СРЕДЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИОННЫХ СПЛАВОВ

И. А. Волков, Л. А. Игумнов\*, Д. А. Казаков\*, Д. Н. Шишулин\*\*,  
И. С. Тарасов, И. В. Сметанин

Волжский государственный университет водного транспорта,  
603950 Нижний Новгород, Россия

\* Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского  
Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского,  
603022 Нижний Новгород, Россия

\*\* Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексева,  
603950 Нижний Новгород, Россия

E-mails: pmptmvgavt@yandex.ru, igumnov@mech.unn.ru, kazakov@mech.unn.ru,  
shisha-ne@rambler.ru, ivansptm@yandex.ru, ilia.smetanin2@yandex.ru

Исследованы основные закономерности деградации прочностных свойств конструкционных материалов (металлов и их сплавов), в результате которой уменьшается длительная прочность. С использованием уравнений механики поврежденной среды создана математическая модель, описывающая процессы вязкопластического деформирования и накопления повреждений в поликристаллических конструкционных сплавах при ползучести. Приводятся результаты экспериментальных исследований кратковременной ползучести стали марки 12X18H9 и жаропрочного сплава марки ВЖ-159 при постоянных значениях температуры и различных значениях задаваемых в образцах напряжений, а также результаты экспериментов, в которых изучалась обратная ползучесть ряда конструкционных сталей. Проведены численные исследования процесса деформирования и накопления повреждений, выполнено сравнение полученных результатов с данными натуральных экспериментов.

Ключевые слова: неустановившаяся ползучесть, длительная прочность, степень повреждения среды, численные и лабораторные эксперименты.

DOI: 10.15372/PMTF20190119

**Введение.** В материале работающих в условиях нестационарного термомеханического нагружения элементов оборудования и систем ответственных инженерных объектов, срок эксплуатации которых составляет несколько десятков лет (атомные энергетические установки, нефтехимическое оборудование, резервуары для хранения газообразных и сжиженных химических продуктов, авиационные газотурбинные двигатели, газотурбин-

---

Работа выполнена в рамках Федеральной целевой программы (код проекта 14.578.21.0246 (уникальный идентификатор проекта RFMEFI57817X0246)).

© Волков И. А., Игумнов Л. А., Казаков Д. А., Шишулин Д. Н.,  
Тарасов И. С., Сметанин И. В., 2019

ные установки нового поколения и др.), накапливаются микроповреждения, что приводит к ухудшению начальных прочностных характеристик, образованию и развитию трещин. Наиболее опасные зоны, определяющие ресурс элемента, как правило, недоступны для средств неразрушающего контроля. Для гарантированной безопасной эксплуатации ответственных инженерных объектов и увеличения сроков их службы необходимо контролировать накопление повреждений в наиболее опасных зонах элементов конструкции (определять выработанный ресурс) [1].

Ресурс элементов конструкций, работающих в условиях повышенных температур  $T > 0,5T_{пл}$  ( $T_{пл}$  — температура плавления) и циклических механических воздействий, определяется в основном малоциклового усталостью и накоплением повреждений в процессе ползучести (длительной прочностью), приводящими к одному из наиболее опасных типов разрушения — хрупкому разрушению конструкций, изготовленных из пластичных материалов.

Существующие стандартные методы оценки ресурса элементов конструкций не учитывают реальные процессы, происходящие в материале. Расчет по теории упругости, используемый при такой оценке, не позволяет учесть реальные характеристики процесса вязкопластического деформирования материала, от которых в значительной степени зависит ресурс элементов конструкций. В общем случае при оценке прочности конструкций необходимо учитывать время и историю нагружения.

Таким образом, необходима разработка новых методов оценки ресурса конструкции на основе уравнений термовязкопластичности, уравнений эволюции повреждений и критериев разрушения с учетом результатов натуральных и численных экспериментов на лабораторных образцах и численного анализа процессов деформирования и разрушения элементов конструкций при их эксплуатации [1, 2].

Зависимость долговечности материала от длительности (частоты) цикла, а также от наличия выдержек напряжения в цикле при повышенных постоянных или меняющихся температурах обусловлена развитием деформаций ползучести и возникающими при этом повреждениями, которые в отличие от усталостных повреждений, развивающихся в зерне, накапливаются на границах зерен.

Наиболее распространенным методом исследования длительной прочности является построение экспериментальной кривой растягивающее напряжение — время до разрушения при одноосном растяжении образцов при постоянной температуре [2–6]. На кривой ползучести имеется три характерных участка. Наличие на этой кривой третьего участка неустановившейся ползучести обусловлено влиянием накопленной поврежденности на деформационные характеристики материала, в частности на скорость процесса ползучести. Закон изменения скорости ползучести на этом участке кривой ползучести определяется скоростью накопления повреждений в материале. Начало третьего участка соответствует моменту, в который накопленная поврежденность начинает оказывать влияние на деформационные характеристики материала [2, 6–8].

Поскольку в реальных условиях эксплуатации конструкционных материалов момент, в который начинается стадия установившейся ползучести, достигается через несколько десятков часов, а время до разрушения составляет от нескольких сотен до нескольких тысяч часов, возникает проблема проведения длительных испытаний. Для того чтобы решить эту проблему, необходимо установить соответствие между результатами испытаний на кратковременную ползучесть при повышенных температурах и характеристиками ползучести и длительной прочностью при умеренных температурах. Существует несколько зависимостей, устанавливающих это соответствие [9–11].

Большинство исследований ползучести и длительной прочности конструкционных материалов проведено при испытаниях цилиндрических образцов на одноосное растяжение

при постоянных напряжениях и температурах. Однако в действительности элементы конструкций находятся в более сложных условиях, например под действием переменных напряжений и циклически изменяющихся температур. Поскольку ползучесть и длительная прочность металлов существенно зависят от напряженного состояния и температуры, возникает проблема исследования закономерностей неизотермической ползучести и длительной прочности при различных видах напряженного состояния и разработки методов оценки ползучести и длительной прочности материала элементов конструкций в условиях многоосного напряженного состояния на основе экспериментальных данных, полученных в результате испытаний при одноосном напряженном состоянии. Результаты многочисленных экспериментов, в которых различные сплавы испытывались на длительную прочность при различных температурах в условиях чистого растяжения, чистого кручения и совместного кручения и растяжения, позволили сделать вывод, что в условиях однородного напряженного состояния среди всех возможных эквивалентных напряжений наиболее подходящим для определения длительной прочности и сравнения кривых ползучести при различных видах напряженного состояния является либо максимальное главное растягивающее напряжение, либо интенсивность напряжений (второй инвариант девиатора напряжений), либо их комбинация. Под интенсивностью процесса ползучести понимается мощность рассеяния энергии [12]. Для того чтобы выбрать конкретное эквивалентное напряжение для данного конструкционного материала, необходимо провести дополнительные эксперименты на ползучесть и длительную прочность при кручении или эксперимент на совместное кручение и растяжение трубчатого образца.

Кривые долговечности, как правило, строятся для постоянных напряжений (нагрузок), в то время как в реальных условиях напряжение и температура меняются по достаточно сложным законам. Вследствие этого возникает необходимость суммирования повреждений при сложной истории нагружения. При оценке времени разрушения в условиях переменных напряжений и температур основной проблемой является проведение расчетов по результатам испытаний при постоянных напряжениях и температурах. В этом случае обычно используется правило линейного суммирования повреждений (гипотеза Пальмгрена — Майнера), в котором предполагается, что повреждения, накопленные на различных этапах нагружения, не зависят друг от друга. Это правило используется в инженерных расчетах работы конструкций в условиях переменных температур и нагружений. Анализ имеющихся экспериментальных данных позволяет выявить значительное влияние напряжения и температуры на длительную прочность и сделать вывод о неприменимости правила линейного суммирования повреждений в условиях изменяющихся напряжений и температур.

В настоящей работе с использованием механики поврежденной среды (МПС) создана математическая модель, описывающая процессы накопления повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) в процессе ползучести. Проведены численные исследования длительной прочности стали марки 12Х18Н9 и жаропрочного сплава марки ВЖ-159, выполнено сравнение полученных результатов с данными натуральных экспериментов.

**1. Определяющие соотношения механики поврежденной среды.** Определяющие уравнения МПС основаны на следующих положениях [2, 13]:

— рассматривается изначально изотропная среда, в которой отсутствуют повреждения (учитывается анизотропия, обусловленная процессами деформирования; анизотропия упругих свойств, обусловленная поврежденностью материала, не учитывается);

— компоненты тензоров деформаций  $e_{ij}$  и скоростей деформаций  $\dot{e}_{ij}$  представляют собой сумму “мгновенной” и “временной” составляющих; “мгновенная” составляющая тензора деформаций — компоненты тензоров упругих деформаций  $e_{ij}^e, \dot{e}_{ij}^e$  (не зависящие от

истории нагружения) и компоненты тензоров пластических деформаций  $e_{ij}^p, \dot{e}_{ij}^p$  (зависящие от истории нагружения); временная составляющая тензора деформаций представляет собой деформацию ползучести  $e_{ij}^c, \dot{e}_{ij}^c$  и описывает временную зависимость деформации при малых скоростях нагружения;

— эволюция эквипотенциальных поверхностей ползучести определяется изменением их радиусов  $C_c$  и перемещением их центров  $\rho_{ij}^c$ ;

— изменение объема элемента тела определяется упругими деформациями:  $e_{ii}^p = e_{ii}^c = 0$ ;

— единственным структурным параметром, характеризующим на макроуровне степень поврежденности материала, является скалярный параметр поврежденности  $\omega$  ( $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_f$ );

— влияние накопленной поврежденности на процесс деформирования материала учитывается за счет введения эффективных напряжений  $\tilde{\sigma}_{ij}$ .

Модель поврежденной среды состоит из соотношений, определяющих вязко-пластическое поведение материала с учетом зависимости параметров напряженно-деформированного состояния от процесса разрушения; уравнений, описывающих кинетику накопления повреждений; критерия прочности поврежденного материала.

1.1. *Определяющие соотношения нестационарной ползучести.* Связь между компонентами тензора напряжений и компонентами тензора упругих деформаций устанавливается с помощью уравнений термоупругости:

$$\begin{aligned} \sigma &= 3K(e - \alpha T), & \dot{\sigma} &= 3K(\dot{e} - \dot{\alpha}T - \alpha\dot{T}) + (\dot{K}/K)\sigma, \\ \sigma'_{ij} &= 2Ge'_{ij}, & \dot{\sigma}'_{ij} &= 2G\dot{e}'_{ij} + (\dot{G}/G)\sigma'_{ij}, & e'_{ij} &= e'_{ij} - e_{ij}^p - e_{ij}^c. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\sigma, e$  — шаровые тензоры;  $\sigma'_{ij}, e'_{ij}$  — компоненты девиаторов напряжений  $\sigma_{ij}$  и деформаций  $e_{ij}$  соответственно;  $G(T)$  — модуль сдвига;  $K(T)$  — объемный модуль упругости;  $\alpha(T)$  — коэффициент температурного расширения материала.

Для описания процессов ползучести в пространстве напряжений вводятся эквипотенциальные поверхности ползучести  $F_c$  — поверхности, на которых скорость деформации имеет постоянное значение. Эти поверхности имеют общий центр  $\rho_{ij}^c$  и различные радиусы  $C_c$ , определяемые текущим напряженным состоянием [14]:

$$F_c^{(i)} = S_{ij}^c S_{ij}^c - C_c^2 = 0, \quad S_{ij}^c = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}^c, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

В соответствии с ассоциированным законом

$$\dot{e}_{ij}^c = \lambda_c \frac{\partial F_c^{(i)}}{\partial S_{ij}^c} = \lambda_c S_{ij}^c \quad (3)$$

(множитель  $\lambda_c$  соответствует текущей поверхности  $F_c^{(i)}$ , определяющей текущее напряженное состояние  $S_{ij}^c$ ).

Среди эквипотенциальных поверхностей можно выделить поверхность радиусом  $C_c^*$ , соответствующую нулевой скорости ползучести:

$$F_c^{(0)} = S_{ij}^{c*} S_{ij}^{c*} - C_c^{*2} = 0, \quad S_{ij}^{c*} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}^c. \quad (4)$$

Здесь  $S_{ij}^{c*}, \sigma'_{ij}^*$  — совокупность напряженных состояний, соответствующих (с определенным допуском) нулевой скорости ползучести [1, 15].

Будем полагать, что имеют место зависимости

$$C_c^* = C_c^*(\chi_c, T), \quad \dot{\chi}_c = \left( \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^c \dot{\epsilon}_{ij}^c \right)^{1/2}, \quad \chi_c = \int_0^t \dot{\chi}_c dt, \quad (5)$$

$$\lambda_c = \lambda_c(\psi_c, T), \quad \psi_c = \frac{(S_{ij}^c S_{ij}^c)^{1/2} - C_c^*}{C_c}, \quad \lambda_c = \begin{cases} 0, & \psi_c \leq 0, \\ \lambda_c, & \psi_c > 0, \end{cases}$$

где  $C_c^*$ ,  $\lambda_c$  — экспериментально определяемые функции температуры  $T$ .

Эволюционное уравнение для изменения координат центра поверхности ползучести принимается в виде [1, 15]

$$\dot{\rho}_{ij}^c = g_1^c \dot{\epsilon}_{ij}^c - g_2^c \rho_{ij}^c \dot{\chi}_c, \quad (6)$$

где  $g_1^c > 0$  и  $g_2^c > 0$  — экспериментально определяемые материальные параметры.

Таким образом, соотношение (3) (закон градиентальности) можно представить в виде

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \lambda_c(\psi_c, T) S_{ij}^c = \lambda_c \psi_c S_{ij}^c = \lambda_c \frac{\sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} - C_c^*}{C_c} S_{ij}^c. \quad (7)$$

Тогда выражение для  $\lambda_c$  можно записать в виде

$$\lambda_c = \frac{\dot{\chi}_c}{\sqrt{2/3} (\sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} - C_c^*)}. \quad (8)$$

Зависимость  $\chi_c$  от времени процесса  $t$  при многоосном деформировании по лучевой траектории приведена на рис. 1.

В случае одноосного напряженного состояния имеем

$$\dot{\chi}_c = \dot{\epsilon}_{11}^c, \quad C_c^* = \sqrt{2/3} \sigma_c^*, \quad \sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} - C_c^* = \sqrt{2/3} (\sigma'_{11} - (3/2) \rho_{11}^c - \sigma_c^*); \quad (9)$$

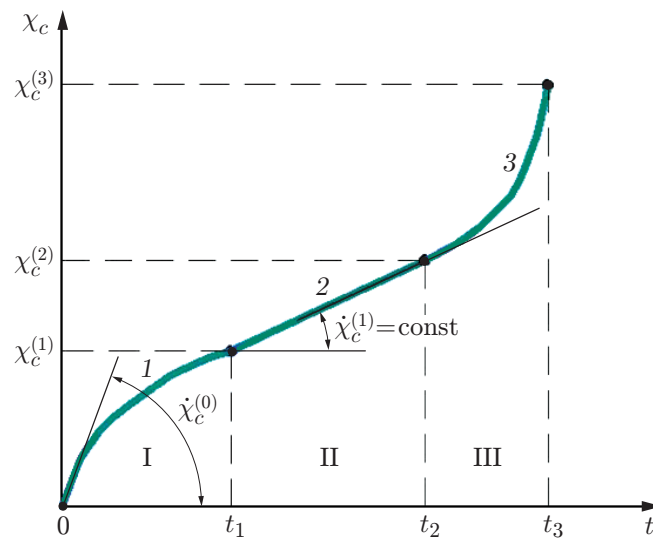


Рис. 1. Кривая ползучести при многоосном деформировании по лучевым траекториям:

I, II, III — первая, вторая и третья стадии процесса ползучести; 1 —  $0 < \chi_c \leq \chi_c^{(1)}$ , 2 —  $\chi_c^{(1)} < \chi_c \leq \chi_c^{(2)}$ , 3 —  $\chi_c > \chi_c^{(2)}$

$$\begin{aligned} \dot{e}_{11}^c &= (2/3)\lambda_c(\sigma'_{11} - (3/2)\rho_{11}^c - \sigma_c^*), & \dot{\chi}_c &= \dot{e}_{11}^c, \\ \chi_c^{(1)} &= e_{11}^{c(1)}, & \chi_c^{(2)} &= e_{11}^{c(2)}, & \chi_c^{(3)} &= e_{11}^{c(3)} \end{aligned} \quad (10)$$

( $\sigma_c^* = \sigma_c^*(e_{11}^c, T)$  — предел ползучести материала, соответствующий нулевой скорости ползучести) и диаграмма  $\chi_c \sim t$  эквивалентна диаграмме  $e_{11}^c \sim t$ .

На втором участке ( $e_{11}^{c(1)} < e_{11}^c \leq e_{11}^{c(2)}$ ) величина  $\lambda_c$  определяется из соотношения (9) (см. рис. 1):

$$\lambda_c^{\text{II}} = \frac{3}{2} \frac{\dot{e}_{11}^{c(1)}}{\sigma'_{11} - (3/2)\rho_{11}^c - \sigma_c^*}. \quad (11)$$

На первом участке ( $0 < e_{11}^c \leq e_{11}^{c(1)}$ )

$$\lambda_c^{\text{I}} = \lambda_c^{(0)} \left(1 - \frac{e_{11}^c}{e_{11}^{c(1)}}\right) + \lambda_c^{(1)} \frac{e_{11}^c}{e_{11}^{c(1)}}, \quad (12)$$

где  $\lambda_c^{(0)} = (3/2)\dot{e}_{11}^{c(0)}/(\sigma'_{11} - \sigma_c^*)$ ,  $\lambda_c^{(1)} = (3/2)\dot{e}_{11}^{c(1)}/(\sigma'_{11} - (3/2)\rho_{11}^c - \sigma_c^*)$  — значения параметра  $\lambda_c$  в начальной и конечной точках первого участка кривой ползучести материала (см. рис. 1).

На третьем участке ( $e_{11}^{c(2)} < e_{11}^c \leq e_{11}^{c(3)}$ ), предшествующем разрушению:

$$\lambda_c^{\text{III}} = \lambda_c^{\text{II}}(\omega), \quad (13)$$

где  $\omega$  — величина поврежденности; функция  $\lambda_c^{\text{II}}(\omega)$  определяется с использованием модели деградирующего континуума [2, 13].

Обобщая полученные соотношения на неодномерный случай, имеем

$$\lambda_c = \begin{cases} 0, & \psi_c \leq 0, \chi_c = 0, \\ \lambda_c^{\text{I}}, & \psi_c > 0, 0 < \chi_c \leq \chi_c^{(1)}, \\ \lambda_c^{\text{II}}, & \psi_c > 0, \chi_c^{(1)} < \chi_c \leq \chi_c^{(2)}, \\ \lambda_c^{\text{III}}, & \psi_c > 0, \chi_c^{(2)} < \chi_c \leq \chi_c^{(3)}. \end{cases} \quad (14)$$

Для описания обратной ползучести закон градиентальности представим в виде

$$\dot{e}_{ij}^c = \begin{cases} \lambda_c^* (\sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} - C_c^*) n_{ij}^c, & \sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} > C_c^*, \\ 0, & C_c^{**} \leq \sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} < C_c^*, \\ \lambda_c^{**} (\sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} - C_c^{**}) n_{ij}^c, & \sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} < C_c^{**}, \end{cases} \quad (15)$$

где  $C_c^{**}$  — радиус поверхности ползучести нулевого уровня при разгрузке (экспериментально определяемый материальный параметр);  $n_{ij}^c = S_{ij}^c / \sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c}$ ; коэффициент  $\lambda_c^*$  определяется по формуле (14); коэффициент  $\lambda_c^{**} = \text{const}$  определяется в экспериментах на обратную ползучесть.

Уравнения (1)–(15) описывают участки кривой неустановившейся и установившейся ползучести при разных уровнях напряжений и основные закономерности процесса ползучести при сложном нагружении.

Экспериментально-теоретическая методика нахождения материальных параметров и скалярных функций определяющих соотношений нестационарной ползучести (1)–(15) подробно изложена в работах [15, 16].

На стадии развития распределенных в объеме конструкции повреждений поврежденность оказывает влияние на физико-механические характеристики материала. В первом приближении это влияние может быть учтено с использованием концепции деградирующего континуума, основанной на введении эффективных напряжений [2, 13]:

$$\tilde{\sigma}'_{ij} = F_1(\omega)\sigma'_{ij} = \frac{G}{\tilde{G}}\sigma'_{ij}, \quad \tilde{\sigma} = F_2(\omega)\sigma = \frac{K}{\tilde{K}}\sigma. \quad (16)$$

Здесь  $\tilde{G}$ ,  $\tilde{K}$  — эффективные модули упругости, определяемые по формулам Мак-Кензи [17]:

$$\tilde{G} = G(1 - \omega)\left(1 - \frac{6K + 12G}{9K + 8G}\omega\right), \quad \tilde{K} = \frac{4GK(1 - \omega)}{4G + 3K\omega}. \quad (17)$$

Аналогично определяется эффективная внутренняя переменная  $\tilde{\rho}^c_{ij}$ :

$$\tilde{\rho}^c_{ij} = F_1(\omega)\rho^c_{ij} = \frac{G}{\tilde{G}}\rho^c_{ij}. \quad (18)$$

1.2. *Эволюционные уравнения накопления повреждений.* В микромеханике процессов накопления повреждений вследствие вязкопластического деформирования рассматриваются следующие стадии процесса разрушения: зарождение и развитие микродефектов до момента образования макротрещины; устойчивое (постепенное) развитие образовавшихся трещин и неустойчивое развитие макротрещин (разделение объекта на части). В свою очередь, процесс накопления повреждений включает следующие две фазы:

— фазу зарождения, которая соответствует преобразованию структуры материала вследствие вязкопластического деформирования, что приводит к возникновению упрочнения и разупрочнения, и на которой происходит зарождение распределенных в объеме материала повреждений в виде микропор, микротрещин (влияние накопленной поврежденности на физико-механические характеристики материала на этой стадии незначительно);

— фазу развития (распространения) и взаимодействия развивающихся микропор и микротрещин, на которой происходит разупрочнение и изменение физико-механических характеристик материала (“деградация континуума”), в результате чего образуется макротрещина.

Физический процесс разрушения в каждой из двух фаз целесообразно описывать своей внутренней переменной состояния. Однако, для того чтобы сформулировать эволюционные уравнения процесса накопления повреждений в фазе зарождения, необходимо провести измерения параметров этого процесса на микро- и мезоуровнях (количества пор, их распределения и размеров и т. п.), так как макроскопические параметры в этой фазе практически не зависят от указанных процессов. По-видимому, для описания этой фазы можно использовать упрощенные подходы с минимальным количеством определяемых параметров. Поэтому начало фазы зарождения будем определять с использованием порогового критерия, а ее длительность — с использованием некоторого механического параметра.

Для формулировки эволюционных уравнений накопления повреждений используем подход, основанный на установлении связи скорости изменения параметра поврежденности  $\omega$  с механическими параметрами, которые зависят от истории процесса деформирования и критические значения которых определяют момент полного разрушения элементарного объема материала. Наиболее эффективным является энергетический подход. По аналогии с теорией малоциклового усталости [2, 13] в качестве энергии разрушения примем величину

$$W_c = \int_0^t \dot{W}_c dt, \quad \dot{W}_c = \rho^c_{ij}\dot{\epsilon}^c_{ij}. \quad (19)$$

Поскольку в настоящее время отсутствуют достаточно надежные систематизированные экспериментальные данные, характеризующие ползучесть материалов вплоть до разрушения в необходимом диапазоне рабочих нагрузок и температур, эволюционное уравнение ползучести необходимо сформулировать в наиболее простой форме [2, 7, 8].

Будем полагать, что скорость процесса накопления повреждений при ползучести определяется эволюционным уравнением в виде [2, 18–21]

$$\dot{\omega} = f_1(\beta)f_2(\omega)f_3(W)f_4(\dot{W}_c), \quad (20)$$

где функция  $f_1(\beta)$  учитывает неоднородность напряженного состояния,  $f_2(\omega)$  — уровень накопленной поврежденности,  $f_3(W)$  — накопленную относительную энергию, затраченную на образование дефектов,  $f_4(\dot{W}_c)$  — скорость изменения энергии повреждения:

$$f_1(\beta) = \exp(\beta),$$

$$f_2(\omega) = \begin{cases} 0, & W_c \leq W_c^a, \\ \omega^{1/3}(1-\omega)^{2/3}, & W_c > W_c^a, \quad \omega \leq 1/3, \\ (\sqrt[3]{16}/9)\omega^{-1/3}(1-\omega)^{-2/3}, & W_c > W_c^a, \quad \omega > 1/3, \end{cases} \quad (21)$$

$$f_3(W) = \frac{W_c - W_c^a}{W_c^f}, \quad f_4(\dot{W}_c) = \frac{\dot{W}_c}{W_c^f},$$

$\beta = \sigma/\sigma_u$  — параметр объемности напряженного состояния;  $W_c^a$  — значение энергии повреждения в конце стадии зарождения распределенных в объеме материала повреждений при ползучести (начало второго участка кривой ползучести);  $W_c^f$  — значение энергии, при котором образуется макроскопическая трещина (конец третьего участка кривой ползучести).

Длительность фазы зарождения микродефектов будем определять параметром  $W_c^a$ .

В тот момент, когда размеры микродефектов становятся сопоставимыми со средним расстоянием между ними, начинается процесс их слияния. В данной работе детальная модель слияния полостей не строится, а для учета этого процесса кинетическое уравнение сформулировано таким образом, чтобы при достижении значения поврежденности  $\omega = 1/3$  зависимость  $\dot{\omega} = f_2(\omega)$  учитывала “лавинообразное” нарастание величины поврежденности (рис. 2).

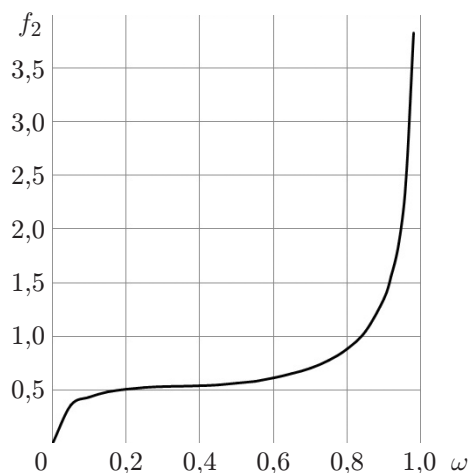


Рис. 2. Зависимость функции  $f_2$  от параметра поврежденности  $\omega$



1.3. *Критерий прочности поврежденного материала.* В качестве критерия завершения фазы развития рассеянных микрповреждений (стадии образования макротрещины) принимается условие достижения критического значения величины поврежденности

$$\omega = \omega_f \leq 1. \quad (22)$$

Интегрируя эволюционные уравнения накопления повреждений (19)–(21) совместно с определяющими соотношениями термовязкопластичности (1)–(18) и критерием разрушения (22), по известной истории термомеханического нагружения в данном элементарном объеме материала можно определить момент образования макроскопической трещины при ползучести.

**2. Результаты исследований.** В работе [22] приведены результаты экспериментальных исследований процессов кратковременной высокотемпературной ползучести жаропрочного сплава марки ВЖ-159, полученные в Научно-исследовательском институте механики Нижегородского государственного университета. Эксперименты выполнены на универсальной испытательной машине ZWICKZ030 (Германия) с нагревательным устройством МАУТЕС-НТ080/1. Измерительная аппаратура включала датчик силы класса 1 по ISO 7500-1 (отклонение от задаваемого усилия в пределах одного опыта не превышало 15 Н) и высокотемпературный датчик продольной деформации РМА-12/V7-1. Температура внутри высокотемпературной печи и на поверхности образца контролировалась тремя термопарами типа К. Заданная температура поддерживалась электронным блоком управления НТО-08/1 (отклонение не превышало 2 °С).

Эксперименты проводились на цилиндрических образцах со сплошным сечением с длиной рабочей части  $l = 50$  мм и диаметром  $d = 8$  мм в условиях одноосного растяжения при различных значениях нормального напряжения  $\sigma_{11}$  и температуры  $T$ .

Расчет параметров процесса кратковременной ползучести до момента образования макротрещины проводился с использованием программы EXPMODEL [23], предназначенной для численного моделирования неизотермического вязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при нерегулярном нестационарном термомеханическом нагружении. Физико-механические характеристики жаропрочного сплава марки ВЖ-159 и материальные параметры модели в МПС приведены в табл. 1.

На рис. 3 представлены кривые ползучести жаропрочного сплава марки ВЖ-159. Видно, что результаты расчетов и экспериментальные данные хорошо согласуются.

В работе [24] приведены результаты экспериментальных исследований обратной ползучести ряда конструкционных сталей. В первом эксперименте лабораторный образец из стали с объемной долей углерода 0,35 % (отечественный аналог — сталь марки Ст.35) испытывался на ползучесть при температуре  $T = 450$  °С и напряжении  $\sigma_{11} = 52$  МПа в течение 9070 ч, при этом полная деформация составила  $e_{11} = 0,587$  %. После этого образец быстро разгружался до напряжения  $\sigma_{11} = 7,7$  МПа, при этом происходила упругая разгрузка до величины  $e_{11} = 0,029$  %. Затем возникала деформация обратной ползучести,

Таблица 1

Физико-механические характеристики и материальные параметры модели в МПС для жаропрочного сплава марки ВЖ-159

$T$ , °С	$K$ , МПа	$G$ , МПа	$C_c^*$ , МПа	$\chi_c^{(1)}$	$\chi_c^{(2)}$	$\lambda_c^{(0)} \cdot 10^4$ , (МПа·ч) <sup>-1</sup>	$\lambda_c^{(1)} \cdot 10^4$ , (МПа·ч) <sup>-1</sup>	$g_1^c$ , МПа	$g_2^c$	$W_c^a$ , МДж/м <sup>3</sup>	$W_c^f$ , МДж/м <sup>3</sup>
750	137 000	64 000	265	0	0,025	5,0	5,0	1100	150	14,3	57,5
850	113 000	52 000	85	0	0,060	6,8	6,8	1000	150	5,0	14,0

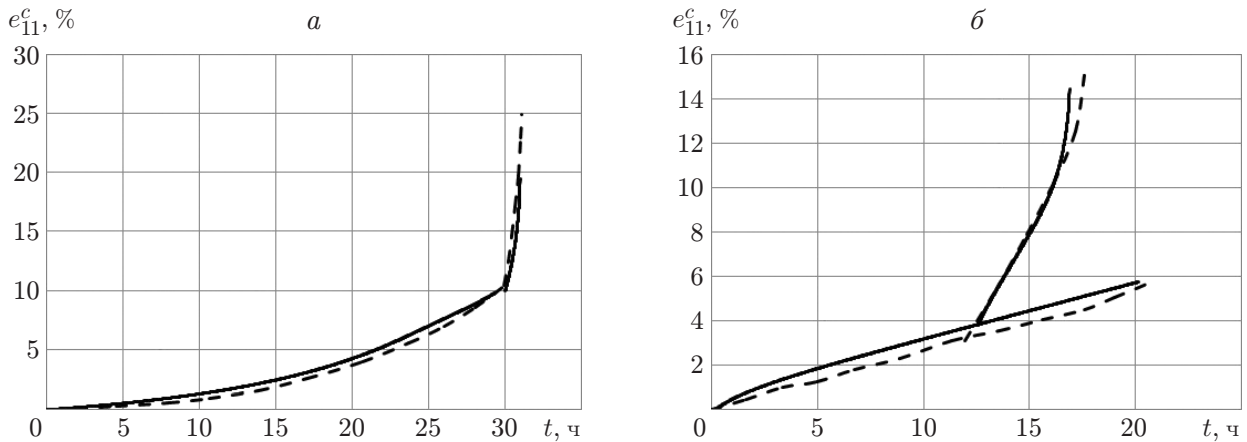


Рис. 3. Кривые ползучести жаропрочного сплава марки ВЖ-159:

*a* — при  $T = 750$  °С и изменении напряжения от значения  $\sigma_{11} = 350$  МПа до значения  $\sigma_{11} = 450$  МПа, *б* — при  $T = 850$  °С и изменении напряжения от значения  $\sigma_{11} = 120$  МПа до значения  $\sigma_{11} = 150$  МПа; сплошные линии — результаты численного моделирования с использованием определяющих соотношений МПС (1)–(18), штриховые — экспериментальные данные

Таблица 2

Физико-механические характеристики и параметры модели нестационарной ползучести сталей марок Ст.35 и ATV

Марка стали	$K$ , МПа	$G$ , МПа	$C_c^*$ , МПа	$C_c^{**}$ , МПа	$\lambda_c^{(0)} \cdot 10^8$ , (МПа·ч) <sup>-1</sup>	$\lambda_c^{(1)} \cdot 10^8$ , (МПа·ч) <sup>-1</sup>	$\lambda_c^{**} \cdot 10^5$ , (МПа·ч) <sup>-1</sup>	$g_1^c$ , МПа	$g_2^c$
Ст.35 ( $T = 450$ °С)	128 400	59 270	15	1,1	4,13	4,13	1,0	2800	100
ATV ( $T = 538$ °С)	128 400	59 270	70	11,6	7,00	7,00	0,6	5000	200

величина которой через 700 ч составила  $e_{11}^c \approx 0,019$  % ( $e_{11}^c \approx 0,9e_{11}^e$ ). Анализ процесса деформирования образца с использованием модели нестационарной ползучести проводился при значениях материальных параметров стали марки Ст.35, приведенных в табл. 2. Результаты испытаний и численных расчетов показаны на рис. 4, *a*. Видно, что они хорошо согласуются.

В следующем эксперименте лабораторный образец из стали марки ATV испытывался на ползучесть при температуре  $T = 538$  °С и напряжении  $\sigma_{11} = 138$  МПа в течение 8060 ч. После этого образец быстро разгружался до напряжения  $\sigma_{11} = 7,7$  МПа, при этом происходила упругая разгрузка до величины  $e_{11} = 0,0921$  %. Затем возникла деформация обратной ползучести, величина которой через 2100 ч составила  $e_{11}^c \approx 0,08$  % (в этом эксперименте, так же как и в предыдущем,  $e_{11}^c \approx 0,9e_{11}^e$ ). Анализ процесса деформирования образца с использованием модели нестационарной ползучести проводился при значениях материальных параметров стали марки ATV, приведенных в табл. 2. Результаты испытаний и численных расчетов приведены на рис. 4, *б*. Видно, что они хорошо согласуются.

На рис. 5 представлены теоретические и экспериментальные данные о процессе ползучести стали марки 12X18H9 при  $T = 6000$  °С и различных значениях напряжения ( $\sigma_{11} = 200, 220, 240$  МПа).

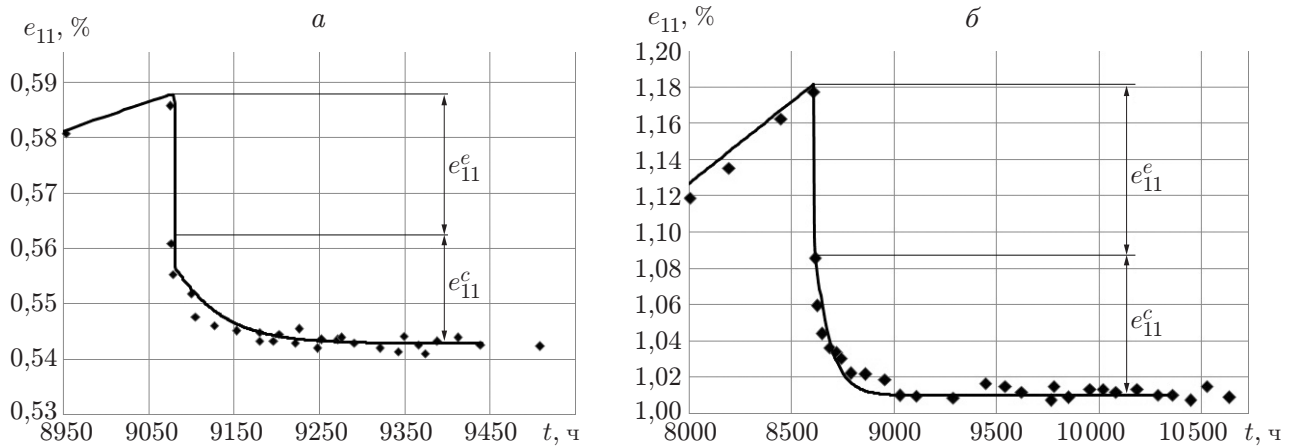


Рис. 4. Кривые обратной ползучести стали марки Ст.35 при  $T = 450 \text{ }^\circ\text{C}$  (а) и стали марки ATV при  $T = 538 \text{ }^\circ\text{C}$  (б):

линии — результаты численных расчетов, точки — экспериментальные данные

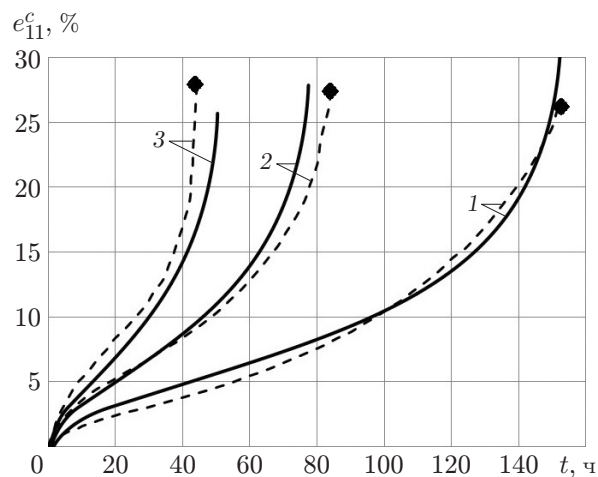


Рис. 5. Кривые ползучести стали марки 12X18H9 при  $T = 600 \text{ }^\circ\text{C}$  и различных значениях напряжения:

сплошные линии — теоретические данные, штриховые — экспериментальные данные, точки — моменты разрушения образцов (появление макроскопической трещины); 1 —  $\sigma_{11} = 200 \text{ МПа}$ , 2 —  $\sigma_{11} = 220 \text{ МПа}$ , 3 —  $\sigma_{11} = 240 \text{ МПа}$

Анализ процесса деформирования образцов с использованием модели механики поврежденной среды проводился при следующих значениях материальных параметров стали марки 12X18H9:  $K = 125\,000 \text{ МПа}$ ,  $G = 57\,700 \text{ МПа}$ ,  $C_c^* = 140 \text{ МПа}$ ,  $\chi_c^{(1)} = 0,03$ ,  $\chi_c^{(2)} = 0,1$ ,  $\lambda_c^{(0)} = 7 \cdot 10^{-5} (\text{МПа} \cdot \text{ч})^{-1}$ ,  $\lambda_c^{(1)} = 2,5 \cdot 10^{-4} (\text{МПа} \cdot \text{ч})^{-1}$ ,  $g_1^c = 1100 \text{ МПа}$ ,  $g_2^c = 150$ ,  $W_c^a = 10 \text{ МДж/м}^3$ ,  $W_c^f = 100 \text{ МДж/м}^3$ .

На рис. 6 для эксперимента, результаты которого представлены на рис. 5, приведены зависимости эффективных напряжений  $\tilde{\sigma}_{11}$ , эффективного радиуса поверхности ползучести нулевого уровня  $\tilde{C}_c^*$  и величины поврежденности  $\omega$  от времени  $t$ .

Анализируя полученные численные результаты, можно отметить, что предложенная модель поврежденной среды с необходимой для инженерных расчетов точностью описывает основные процессы, происходящие при нестационарной ползучести конструкционных

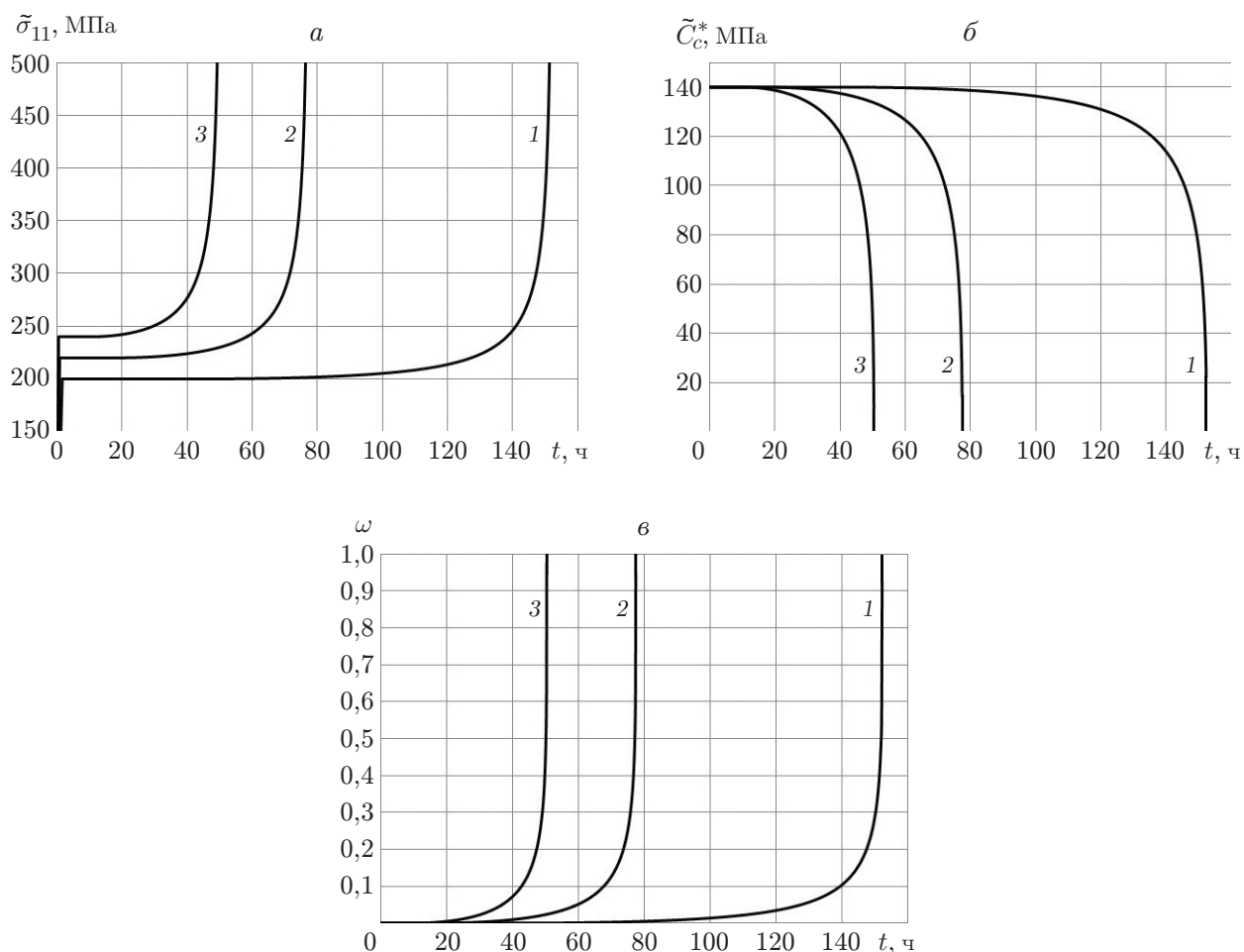


Рис. 6. Зависимости эффективных напряжений  $\tilde{\sigma}_{11}$  (а), эффективного радиуса поверхности ползучести нулевого уровня  $\tilde{C}_c^*$  (б) и величины поврежденности  $\omega$  (в) от времени  $t$ :

1 —  $\sigma_{11} = 200$  МПа, 2 —  $\sigma_{11} = 220$  МПа, 3 —  $\sigma_{11} = 240$  МПа

сплавов и деградацию прочностных свойств материала, в результате которой уменьшается длительная прочность.

**Заключение.** Развита математическая модель механики поврежденной среды, описывающая процессы вязкопластического деформирования и накопления повреждений в поликристаллических конструкционных сплавах. Результаты сравнения полученных численных и экспериментальных данных свидетельствуют о достоверности предложенной модели.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Митенков Ф. М. Методы обоснования ресурса ядерных энергетических установок / Ф. М. Митенков, В. Ф. Кайдалов, Ю. Г. Коротких и др. М.: Машиностроение, 2007.
2. Волков И. А. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями / И. А. Волков, Ю. Г. Коротких. М.: Физматлит, 2008.
3. Охаси И. Неупругое поведение стали 316 при многоосных непропорциональных циклических нагрузениях при повышенной температуре // Тр. Америк. о-ва инженеров-механиков. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. 1985. Т. 107, № 2. С. 6–15.

4. **Лэмба Г. С., Сайдботтом О. М.** Пластичность при циклическом деформировании по непропорциональным траекториям. 1. Эксперименты с циклическим упрочнением, приспособляемостью и последующим деформационным упрочнением // Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. 1978. Т. 100, № 1. С. 108–117.
5. **Макдауэлл Д. Л.** Экспериментальное изучение структуры определяющих уравнений для непропорциональной циклической пластичности // Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. 1985. Т. 107, № 4. С. 98–111.
6. **Локощенко А. М.** Ползучесть и длительная прочность металлов. М.: Физматлит, 2016.
7. **Lemaitre J.** Damage modelling for prediction of plastic or creep fatigue failure in structures // Trans. of the 5th Intern. conf. on structural mechanics in reactor technology. Amsterdam: North Holland Publ., 1979. Paper L5/1b.
8. **Murakami S., Imaizumi T.** Mechanical description of creep damage and its experimental verification // J. Mech. Theor. Appl. 1982. N 1. P. 743–761.
9. **Мэнсон С., Энсайн А.** Успехи за последнюю четверть века в развитии методов корреляции и экстраполяции результатов испытаний на длительную прочность // Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. 1979. Т. 101, № 4. С. 9–18.
10. **Ле Мэй.** Развитие параметрических методов обработки результатов испытаний на ползучесть и длительную прочность // Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. 1979. Т. 101, № 4. С. 19–24.
11. **Larson P. R., Miller J. A.** A time-temperature relationship for rupture and creep stress // Trans. ASME. 1952. V. 74. P. 539–605.
12. **Никитенко А. Ф.** Экспериментальное обоснование гипотезы существования поверхности ползучести в условиях сложного нагружения: Сообщ. 1, 2 // Пробл. прочности. 1984. № 8. С. 3–11.
13. **Волков И. А.** Введение в континуальную механику поврежденной среды / И. А. Волков, Л. А. Игумнов. М.: Физматлит, 2017.
14. **Волков И. А., Игумнов Л. А., Казаков Д. А. и др.** Определяющие соотношения нестационарной ползучести при сложном напряженном состоянии // Пробл. прочности и пластичности. 2016. Вып. 78. С. 436–451.
15. **Вудфорд Д. А.** Повреждение при ползучести и концепция остаточной долговечности // Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. 1979. Т. 101, № 4. С. 1–8.
16. **Волков И. А.** Прикладная теория вязкопластичности / И. А. Волков, Л. А. Игумнов, Ю. Г. Коротких. Н. Новгород: Нижегород. гос. ун-т, 2015.
17. **Mackenzie J.** The elastic constants of a solid containing spherical holes // Proc. Phys. Soc. Sect. B. 1958. V. 63, iss. 1. P. 2–11.
18. **Боднер С. Р., Линдхолм У. С.** Критерий приращения повреждения для зависящего от времени разрушения материалов // Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. 1976. Т. 100, № 2. С. 51–58.
19. **Леметр Ж.** Континуальная модель повреждения, используемая для расчета разрушения пластичных материалов // Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. 1985. Т. 107, № 1. С. 90–98.
20. **Пежина П.** Моделирование закритического поведения и разрушения диссипативного твердого тела // Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков. Сер. Д. Теорет. основы инж. расчетов. 1984. Т. 106, № 4. С. 107–117.
21. **Локощенко А. М.** К выбору критерия длительной прочности при сложном напряженном состоянии // Пробл. прочности. 1989. № 9. С. 3–9.

22. Капустин С. А., Казаков Д. А., Чурилов Ю. А. и др. Экспериментально-теоретическое изучение поведения изделий из жаропрочного сплава в условиях высокотемпературной ползучести // Пробл. прочности и пластичности. 2008. Вып. 70. С. 100–111.
23. Волков И. А., Игумнов Л. А., Казаков Д. А. и др. Программная реализация процессов вязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных сплавах при термомеханическом нагружении // Пробл. прочности и пластичности. 2016. № 78. С. 188–207.
24. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел: В 2 т. / Под ред. Г. С. Шапиро. М.: Мир, 1969. Т. 2.

*Поступила в редакцию 9/І 2018 г.,  
после доработки — 15/ІІІ 2018 г.  
Принята к публикации 26/ІІІ 2018 г.*

---