

Таким образом, развитый подход, основанный на определении влияния белого шума тепловых флуктуаций, представляется эффективным для изучения кинетики пороговых процессов для широкого класса явлений в открытых статистических системах. Показано, что флуктуации могут приводить к образованию стационарных и нестационарных периодических структур. Применимо к процессам кристаллизации они могут быть причиной появления периодических неоднородностей распределения примесей, дефектов в формирующейся твердой фазе при значениях технологических параметров процесса, близких к критическим.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mullins W. W., Sekerka R. F. Stability of a planar interface during solidification of dilute binary alloy.— J. Appl. Phys., 1964, v. 35, p. 444.
2. Максимов С. К., Нагдаев Е. Н. Явление автомодуляции состава эпитаксиальных пленок Ga As.— ДАН СССР, 1979, т. 245, № 6.
3. Черепанова Т. А. Флуктуационный механизм неустойчивости растущих граней кристаллов.— ДАН СССР, 1976, т. 226, № 5.
4. Favier J. J. Instabilite de l'interface solide-liquide: limits et aspect morphologiques en conditions de microgravite.— Compte-Rendu D. M. G. N 35/82, Grenoble, 1982.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.— М.: Наука, 1974.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика.— М.: Наука, 1976.
7. Галлиуллин Р. Г., Ревва И. П., Халимов Г. Г. Теория термических автоколебаний.— Казань: Казан. ун-т, 1982.
8. Фомичев В. М., Горшунев О. Л. К вопросу о возбуждении термоакустических колебаний.— ТВТ, 1981, т. 19, № 3.

Поступила 22/XI 1985 г.

УДК 534.222.1 + 534.222.2

КОЛЕБАНИЯ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ И ПРИРОДА СПИНОВОЙ ГАЗОПЛЕНОЧНОЙ ДЕТОНАЦИИ

А. В. Пинаев

(Новосибирск)

1. Анализ акустических резонансных колебаний в продуктах детонации однородных газовых смесей впервые проделан в [1—4], где отмечено близкое совпадение экспериментально измеренной частоты вращения «головы» спина ω_{es} и частоты первой гармоники ω_{11} поперечных колебаний цилиндрического столба газа с постоянными параметрами, соответствующими состоянию в плоскости Жуге. Возмущения течения в [1—4] исследованы без учета наличия зоны реакции. Поскольку возмущения распространяются из зоны реакции вниз по потоку и не проникают из сверхзвуковой области через поверхность Чепмена — Жуге к фронту, то в этих работах нет ответа на вопросы: почему неустойчив сам фронт детонации и почему $\omega_{es} \approx \omega_{11}$?

Качественное изучение устойчивости плоской детонационной волны при случайном искривлении фронта сгорания для модели детонации с периодом индукции и последующей мгновенной реакцией проведено в [5, 6].

В более строгой математической постановке решалась задача об устойчивости фронта детонации с примыкающей к нему одномерной зоной реакции для газовых смесей [7—9]. Указано на устойчивость пересечной детонационной волны при стремлении к нулю тепловыделения за ее фронтом [7, 9]. Устойчивость основного решения уравнений гидродинамики и химической кинетики для детонации Чепмена — Жуге по отношению к малым возмущениям исследована в [8], где найдены некоторые из собственных чисел и получено, что частоты растущих во времени цилиндрических гармоник зависят от отношения ширины зоны реакции к радиусу трубы.

В [10] предложена акустическая модель, представляющая критерий для развития спонтанно возникающих поперечных волн, и показано, что при любой разумной кинетике происходит усиление бесконечно малых высокочастотных поперечных возмущений в зоне экзотермических реакций детонации Чепмена — Жуге. Теория [11] описывает механизм раннего поведения волнового фронта в течение возникновения поперечных волн и показывает, что волны конечной амплитуды не будут возникать в пламенах или ударных волнах, сопровождаемых зоной эндотермических реакций.

В [12—15] экспериментально обнаружены и изучены стационарные спиновые детонационные режимы в гетерогенной системе газообразный окислитель в объеме трубы — пленка жидкого горючего на ее стенках. Появившаяся позднее модель спиновой газопленочной детонации [16, 17] содержит следующие предположения: горе-

ние образующейся за фронтом детонации смеси начинается на значительном удалении от фронта, при этом сгорание всей накопившейся горючей смеси происходит мгновенно и вся запасенная энергия выделяется в плоскости поперечного сечения трубы; образовавшаяся в результате мощная взрывная волна распространяется, ослабевая к фронту. В круглой трубе в силу симметрии предполагается [16, 17], что взрывная волна будет двигаться по спирали; при движении фронта детонации такие взрывы происходят периодически по мере накопления свежей смеси и периодически ускоряют движение переднего фронта волны детонации.

В действительности, в эксперименте, горение смеси происходит постепенно и непрерывно во всей зоне реакции и начинается практически сразу за фронтом детонации (в поперечной волне происходит лишь местное ускорение горения), во вращающейся системе, связанной с «головой» спина, амплитуда возмущений стационарна во времени и возрастает по направлению к фронту; волна детонации распространяется с постоянной скоростью, не регистрируются периодические взрывные волны в глубине зоны реакции при спиновой детонации. Кроме этих основных противоречий, модель [16, 17] не объясняет причину вращения поперечной волны и шлейфа и не позволяет рассчитать их форму. На основании вышеизложенного существует необходимость построения модели спиновой газопленочной детонации.

2. Замеченное изменение частоты вращения спина в системе газ — пленка при введении в трубу концентрических вставок [12] свидетельствует, как и в газах, о влиянии на спин акустических характеристик трубы. Из проделанных экспериментов [12—15] следует, что поперечная волна, постепенно переходящая в шлейф, вращается как целое по спиральной траектории с практически равномерным шагом вдоль стенки трубы и в любой фиксированный момент времени представляет собой спираль с возрастающим при удалении от фронта шагом. Естественно предположить, что основная причина образования спиральной формы поперечной волны и шлейфа — изменение параметров потока вдоль течения и несоответствие частот вращения спина ω_s и ω_{11} .

В данной работе рассчитаны частоты спиновой газопленочной детонации и учтено влияние неоднородности параметров основного течения на форму поперечной волны и шлейфа в дозвуковой и сверхзвуковой областях течения за фронтом детонации.

Для описания течения газа в системе координат, связанной с фронтом детонации, выпишем дифференциальные уравнения сохранения потоков массы, импульса и энергии с учетом поступления массы из пленки в выделенный элементарный объем, трения и тепловых процессов (тепловыделения и теплопотерь):

$$(2.1) \quad \frac{\partial}{\partial t} \rho^* + \nabla (\rho^* \mathbf{u}^*) = \dot{M};$$

$$(2.2) \quad \rho^* \frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t} + \rho^* (\mathbf{u}^* \cdot \nabla) \mathbf{u}^* = -\nabla p^* + \dot{M} (\mathbf{u}_\omega - \mathbf{u}^*) + \mathbf{F}_\omega;$$

$$(2.3) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho^* \left(e^* + \frac{\mathbf{u}^{*2}}{2} \right) \right] + \nabla \left[\rho^* \mathbf{u}^* \left(e^* + \frac{\mathbf{u}^{*2}}{2} \right) \right] = -\nabla (\mathbf{u}^* p^*) + \\ + \dot{M} \left(h_f + H_f + \frac{u_\omega^2}{2} \right) - Q_\omega + \mathbf{F}_\omega \cdot \mathbf{u}_\omega;$$

уравнение состояния газа

$$(2.4) \quad p^* = p^*(\rho^*, s^*).$$

Здесь $\rho^* = \rho^*(\mathbf{x}, t)$, $p^* = p^*(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^*(\mathbf{x}, t)$, $s^* = s^*(\mathbf{x}, t)$, $e^* = e^*(\rho^*, s^*)$ — соответственно плотность, давление, скорость, удельные энтропия и внутренняя энергия частицы газа, занимающей положение \mathbf{x} в момент времени t ; \mathbf{F}_ω — объемная плотность силы трения; \dot{M} — приток массы горючего в единицу объема за единицу времени; H_f и h_f — тепловыделение на единицу веса горючего и удельная энтальпия горючего; Q_ω — объемный поток тепла к границе; индекс ω относится к параметрам на границе (стенке); $u_\omega = U_0$ (U_0 — скорость детонации). Система (2.1)—(2.4) описывает течение в двухфазной системе газ — пленка в предположении, что параметры \dot{M} , \mathbf{F}_ω , Q_ω осредняются по всему сечению трубы

Если, как и в [18—20], течение в трубе за фронтом стационарной детонации принять одномерным и параметры газа (u_0 , ρ_0 , e_0 , p_0 , T_0 — температура) осреднить по сечению трубы, то дифференциальные уравнения сохранения можно записать в виде

$$(2.5) \quad \frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 u_0) = \dot{M};$$

$$(2.6) \quad \rho_0 u_0 \frac{\partial u_0}{\partial z} = - \frac{\partial}{\partial z} p_0 + F_\omega + \dot{M} (u_\omega - u_0);$$

$$(2.7) \quad \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho_0 u_0 \left(e_0 + \frac{u_0^2}{2} \right) \right] = - \frac{\partial}{\partial z} (u_0 p_0) + \\ + \dot{M} \left(h_f + H_f + \frac{u_\omega^2}{2} \right) - Q_\omega + F_\omega u_\omega;$$

уравнение состояния

$$(2.8) \quad p_0 = \rho_0 R T_0,$$

где z — координата, направленная от фронта вдоль потока;

$\dot{M} = (k\Pi/A) (\rho u)_\omega$; $F_\omega = (\Pi/A) [(1-k)\tau_\omega^0 + k\tau_\omega]$; $Q_\omega = (\Pi/A) [(1-k)q_\omega^0 + kq_\omega]$; $(\rho u)_\omega$ — поток массы с единицы площади в единицу времени; k — часть поверхности, покрытой жидким топливом; Π и A — периметр и площадь сечения трубы; τ_ω и q_ω — напряжение трения и теплотерии на единицу площади (индекс 0 сверху относится к параметрам на сухой стенке); R — универсальная газовая постоянная.

В части экспериментов наблюдаются режимы спиновой газопленочной детонации со слабой всюду за фронтом поперечной волной акустического типа. Если вблизи фронта поперечная волна сильная (волна ударного или ударно-акустического типа), то ее амплитуда убывает до нуля к оси трубы и с удалением от фронта на 8—10 диаметров трубы волна вырождается во всем объеме в слабую акустическую [12—15].

В предположении, что возмущения давления при спиновой детонации малы, рассмотрим задачу о распространении малых возмущений в неоднородной среде. Пусть известно некоторое точное решение уравнений (2.1)—(2.4) — основное движение: $\rho^* = \rho_0(\mathbf{x}, t)$, $p^* = p_0(\mathbf{x}, t)$, $s^* = s_0(\mathbf{x}, t)$, $u^* = u_0(\mathbf{x}, t)$. Будем искать решение в виде $\rho^* = \rho_0 + \delta\rho$, $p^* = p_0 + \delta p$, $s^* = s_0 + \delta s$, $u^* = u_0 + \delta u$ (ρ , p , u , s — малые добавки к основному решению (его возмущения), а δ — параметр).

В дальнейшем рассмотрим всюду случай, когда характерный размер изменения параметров основного течения L существенно превышает характерный размер изменения параметров возмущенного течения l_* :

$$(2.9) \quad L \gg l_{**}$$

Из первого закона термодинамики и (2.4) для изэнтропических воз-

мущенных процессов ($\delta s \rightarrow 0$) или таких, что $c_0^2 \delta\rho \gg \frac{\partial e_0}{\partial s_0} \delta s$, $c_0^2 \delta\rho \gg \frac{\partial p_0}{\partial s_0} \delta s$

(скорость звука $c_0(\mathbf{x}, t) = \sqrt{\frac{dp_0}{d\rho_0} \Big|_{s_0=\text{const}}}$), следует $\delta e \simeq \frac{p_0}{\rho_0^2} \delta\rho$, $\delta p \simeq c_0^2 \delta\rho$.

Пренебрегая влиянием возмущенных процессов на массорасход с пленки, трение и тепловые процессы (т. е. $\delta\dot{M}$, δF_ω , $\delta Q_\omega \rightarrow 0$) с учетом (2.9), после стандартной процедуры линеаризации (при $\delta \rightarrow 0$) систему (2.1)—(2.4) приведем к виду

$$(2.10) \quad D_0 \rho + \rho_0 \nabla \mathbf{u} = 0;$$

$$(2.11) \quad D_0 \mathbf{u} + \frac{c_0^2}{\rho_0} \nabla \rho = 0;$$

$$(2.12) \quad p = c_0^2 \rho,$$

где $D_0 = \partial/\partial t + \mathbf{u}_0 \cdot \nabla$.

При выводе (2.11) использовались следующие оценки:

$$\left| \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right| \sim \frac{u}{\tau_*}, \quad |\mathbf{u}_0 \cdot \nabla \mathbf{u}| \sim \frac{u_0 u}{l_*}, \quad \left| \frac{c_0^2}{\rho_0} \nabla \rho \right| \sim \frac{c_0^2 \rho}{\rho_0 l_*},$$

$$\left| \frac{M \mathbf{u}}{\rho_0} \right| \sim \frac{\sigma_0^0 U_0}{L} \frac{u}{\rho_0} \sim \frac{u U_0}{L n} \alpha_n$$

Здесь τ_* — характерное время изменения возмущенных параметров; ρ_0^0 — плотность газа перед фронтом; σ_0^0 — объемная плотность жидкой фазы в системе; $\alpha = \sigma_0^0 / \rho_0^0$ — коэффициент стехиометрии ($\alpha < 1$); $n = \rho_0 / \rho_0^c > 1$. Так как $l_* \ll L$, $u_0 \sim 0,2 U_0$, то членом $M \mathbf{u} / \rho_0$ в (2.11) (или членом $M \delta \mathbf{u}$ в линеаризуемом уравнении (2.2)) можно пренебречь по сравнению с остальными. При таких допущениях (2.2) и (2.3) для слабых возмущений эквивалентны. В отличие от [1—4] (2.10)—(2.12) учитывают зависимость параметров среды от координат — здесь не существует системы координат, связанной с движущимся газом, в которой всюду $\mathbf{u}_0(\mathbf{x}, t) = 0$.

Применяя к (2.11) операцию rot , получим с учетом (2.9) уравнение

$$(2.13) \quad \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \mathbf{u} = -(\mathbf{u}_0 \cdot \nabla) \text{rot } \mathbf{u}_0$$

которое означает, что в фиксированной частице среды, движущейся вдоль траектории, $\text{rot } \mathbf{u} = \text{const}$. Для случая гармонических колебательных движений частицы (которые в дальнейшем рассматриваются) среднее по времени значение скорости \mathbf{u} равно нулю, поэтому $\text{rot } \mathbf{u} = 0$ и существует потенциал φ такой, что

$$(2.14) \quad \mathbf{u} = \nabla \varphi.$$

С учетом (2.14) уравнения (2.10)—(2.12) приведем к виду

$$D_0 \rho + \rho_0 \Delta \varphi = 0, \quad D_0 \varphi + c_0^2 \rho / \rho_0 = 0,$$

откуда для φ следует

$$(2.15) \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = c_0^2 \Delta \varphi - 2 \mathbf{u}_0 \cdot \nabla \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \mathbf{u}_0 \cdot \nabla (\mathbf{u}_0 \cdot \nabla \varphi).$$

Уравнение подобного вида в неподвижной системе координат для однородного потока, движущегося относительно нее с постоянной скоростью $\mathbf{u}_0(\mathbf{x}, t) = \text{const}$, приведено в [21].

Применяя к (2.10) операции $\partial/\partial t$ и ∇ , к (2.11) — операцию ∇ , получим для ρ уравнение, аналогичное (2.15). Такой же вид с учетом (2.12) имеет уравнение для p .

В новой системе координат $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{V} \tau$, $t = \tau$, движущейся со скоростью \mathbf{V} относительно фронта, с учетом преобразований $\nabla = \tilde{\nabla}$, $\Delta = \tilde{\Delta}$ (волнистая черта сверху относится к новым переменным), $\partial/\partial t = \partial/\partial \tau - \mathbf{V} \cdot \tilde{\nabla}$, $\partial^2/\partial t^2 = \partial^2/\partial \tau^2 - 2 \mathbf{V} \cdot \tilde{\nabla} \partial/\partial \tau - 2(\mathbf{V} \cdot \tilde{\nabla}) \partial/\partial \tau + (\mathbf{V} \cdot \tilde{\nabla})(\mathbf{V} \cdot \tilde{\nabla})$ (2.15) запишется как $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2} = c_0^2 \tilde{\Delta} \varphi - (\mathbf{u}_0 \cdot \tilde{\nabla})(\mathbf{u}_0 \cdot \tilde{\nabla}) \varphi - 2(\mathbf{u}_0 - \mathbf{V}) \cdot \tilde{\nabla} \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + 2(\mathbf{u}_0 \cdot \tilde{\nabla})(\mathbf{V} \cdot \tilde{\nabla}) \varphi - (\mathbf{V} \cdot \tilde{\nabla})(\mathbf{V} \cdot \tilde{\nabla}) \varphi$. Это преобразование координат целесообразно, например, для сведения полученного уравнения смешанного типа в какой-либо области к уравнению эллиптического типа при $\varphi(\mathbf{x}, t) \sim \exp(i\omega t)$, $i = \sqrt{-1}$. Предполагая основное течение за фронтом стационарной детонационной волны одномерным, в инерционной системе координат, движущейся вдоль оси трубы, для установившихся волновых явлений получим уравнение

$$(2.16) \quad -\omega^2 \varphi = c_0^2 \tilde{\Delta} \varphi - (u_0 - V)^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - 2i\omega(u_0 - V) \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

эллиптическое в лабораторной системе координат в области за точкой

Ченмена — Жуге, решение которого ищем в классе гладких, периодических по θ (углу вдоль окружности) функций. На стенке трубы ($r = R_0$) предполагается условие непротекания

$$(2.16a) \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{r=R_0} = 0.$$

На переднем ударном фронте с формой $z = F(r, \theta, t)$, где $F(r, \theta, t) \ll \ll R_0$, из законов сохранения массы, импульса и энергии для криволинейного скачка и условия сохранения касательных компонент скорости можно записать соотношения

$$(2.16б) \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{F+} = g \frac{\partial F}{\partial r}, \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right|_{F+} = g \frac{\partial F}{\partial \theta}, \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{F+} = f \frac{\partial F}{\partial t}$$

(индекс + означает состояние справа от скачка). Для идеального газа

$$(2.16в) \quad g = U_0 - u_1, \quad f = \frac{M_1^2 (\gamma_1 - 1) (U_0 - u_1)}{U_0 (1 - M_1^2)} \left[\frac{U_0}{u_1} - \frac{1 + M_1^2 \gamma_1}{M_1^2 (\gamma_1 - 1)} \right].$$

Здесь $M_1^2 = u_1^2/c_1^2$; индекс 1 — состояние за плоским ударным фронтом. Из (2.16б) следует

$$(2.16г) \quad g \left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial z} \right|_{F+} = f \left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial t} \right|_{F+}.$$

В более общем случае граничные условия записываются аналогично (2.16б), (2.16в), где

$$(2.16д) \quad g = U_0 - u_1, \quad f = \frac{\frac{g}{u_1} \left[1 - \frac{u_1}{RU_0} \left(1 + \frac{RT_1}{u_1^2} \right) \frac{\partial I}{\partial T_1} \right]}{1 - \frac{\partial I}{\partial T_1} \frac{1}{R} \left(1 - \frac{RT_1}{u_1^2} \right)}$$

(I — удельная энтальпия газа).

Решение (2.16) ищем в виде $\varphi = R(r)Z(z)\Theta(\theta) \exp(i\omega t)$. Разделяя независимые переменные, для $\Theta(\theta)$ получим $\Theta''/\Theta = -m^2$, $\Theta = \sum_m \Theta_m \exp(im\theta)$ (m — целые числа). Уравнение для $R(r)$

$$R''/R + R'/rR - m^2/r^2 = -\lambda^2,$$

его решение $R = R_m J_m(\lambda r)$, где J_m — функция Бесселя первого рода m -го порядка. С учетом (2.16а) имеем

$$(2.17) \quad J'_m(\lambda_{km} R_0) = 0$$

(λ_{km} — k -е значение λ_m , удовлетворяющее (2.17)).

В частном случае одноголовой спиновой детонации (одна особенность вдоль радиуса и одна вдоль окружности трубы, $k = m = 1$) $\lambda_{11} R_0 = 1,84$. Тогда из (2.16) для $Z(z)$ в системе фронта

$$(2.18) \quad (1 - M^2) Z''/Z - 2i\omega M c_0^{-1} Z'/Z + (\omega^2/c_0^2 - \lambda_{11}^2) = 0$$

($M = u_0/c_0$ — число Маха потока).

Наиболее просто проанализировать вид решения (2.18), если допустить существование за зоной реакции области Ω_0 с постоянными параметрами $u_0(z) = u_{00}$, $c_0(z) = c_{00}$. Решение ищем в виде $Z = Z_{00} \exp(i\xi_{11}z)$, после подстановки которого в (2.18)

$$(2.18a) \quad \xi_{11} = \frac{\omega M_{00}/c_{00} - \sqrt{\omega^2/c_{00}^2 - \lambda_{11}^2 (1 - M_{00}^2)}}{1 - M_{00}^2}$$

($M_{00} = u_{00}/c_{00}$). Шлейф в Ω_0 представляет собой спираль с равномерным шагом $h_0 = 2\pi/\xi_{11}$, с углом наклона ϵ_0 к образующей трубы: $\text{tg } \epsilon_0 = \xi_{11} R_0$.

Таблица 1

N	$u(z)$	$T_0(z)/T_1 = c_0^2(z)/c_1$
1	$a_1 z + u_1$	$1 + z\tau_1/L_1$
2	$U_0 [1 - b_2 \exp(a_2 z)]$	$\tau_{02} - \tau_2 \exp(\lambda_2 z)$
3	$a_3 z + u_1$	$1 + z\tau_1/L_3$

Таблица 2

M_{Φ}	U_0 , см/с	u_1 , см/с	c_1 , см/с	γ_1
4,5	148 088	27 007,8	66 640	1,2992
5,2	171 124	28 917	73 986	1,2901
6	197 451	31 174	82 445	1,2810

Естественно, что h_0 , ϵ_0 зависят от системы координат. Поскольку $\varphi|_{\Omega_*} = \varphi_0 R \Theta \exp [i(\xi_{11}x + \omega t)]$, то в новой системе координат, движущейся параллельно оси трубы ($\tilde{x} = x - V\tau$), частота $\tilde{\omega} = \omega + \xi_{11}V$. Этот эффект называется акустическим эффектом Доплера. Если $\omega = \omega_{11} = \lambda_{11}c_{00}$, то, как видно из (2.18а), $\xi_{11} = 0$ — шлейф параллелен образующей трубы и частота колебаний не зависит от системы координат. В зоне реакции, где параметры потока u_0 , c_0 зависят от x , ξ_{11} непостоянна и равномерность шага спирали нарушается.

Уравнение (2.18) есть уравнение второго порядка с регулярной особой точкой z_* такой, что при $z = z_*$ $M = 1$. Звездочкой здесь и в дальнейшем обозначено значение в плоскости Чепмена — Жуге. Частота ω — параметр, а граничное условие на фронте (2.16д) — частный случай условия на собственные значения для (2.18).

Введем координату $x = z_* - z$ (ось x направлена из $z = z_*$ в сторону фронта), функцию $Z(x)$ обозначим $X(x)$. Тогда (2.18) и (2.16д) запишутся в виде

$$(2.19) \quad X''(1 - M^2) + 2i\omega M c_0^{-1} X' + (\omega^2/c_0^2 - \lambda_{11}^2) X = 0;$$

$$(2.19a) \quad X'_\Phi = -i\omega f g^{-1} \bar{X}'_\Phi$$

(индекс Φ — значение на переднем фронте спиновой детонации). В окрестности особой точки, ограничиваясь членами второго порядка малости по x при разложении в ряд членов уравнения (2.19), получим

$$(2.20) \quad X = \left[1 - i(\lambda_{11}^2 - \omega^2/c_*^2) \frac{c_* x}{2\omega} - \frac{P_* x^2}{4 \left(\frac{dM}{dx} \Big|_* - i\omega/c_* \right)} \right] X_*$$

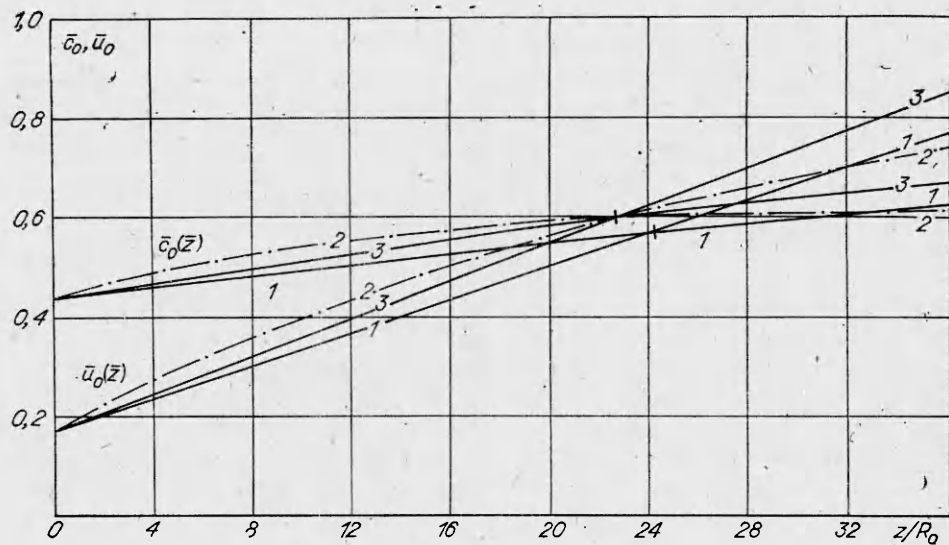
$$\bar{P}_* = \frac{i(\lambda_{11}^2 - \omega^2/c_*^2) c_*}{2\omega} \left[2i\omega \frac{dM}{dx} \Big|_* - (\lambda_{11}^2 - \omega^2/c_*^2) \right] + \frac{2\omega^2}{c_*^3} \frac{dc}{dx} \Big|_*$$

3. Для расчетов пространственной структуры волны возмущения необходимо знать $u_0(z)$ и $c_0(z)$. В связи с недостатком данных в описании M , F_ω , Q_ω возникает неточность теоретического определения параметров основного потока, кроме того, вычисление $u_0(z)$ и $c_0(z)$ не является основной задачей и слишком усложняет расчеты. Поэтому целесообразней задать эмпирические профили $u_0(z)$ и $c_0(z)$, удовлетворительно соответствующие экспериментальным данным [13, 14] (табл. 1). Строго говоря, при этом функции $u_0(z)$, $c_0(z)$ должны удовлетворять уравнениям (2.1) — (2.3) или (2.5) — (2.7) при дополнительных условиях на \dot{M} , \dot{F}_ω , \dot{Q}_ω . В табл. 1 в вариантах 1 и 2 соответственно совпадают $\bar{u}(L_1) = u(L_1)/U_0$ и $T_0(L_1)/T_1$ при $z = L_1$, в вариантах 2 и 3 — при $z = z_*$. С учетом этого

$$a_1 = (u(L_1) - u_1)/L_{1z}, \quad b_2 = 1 - \bar{u}_1, \quad a_2 = \frac{1}{L_1} \ln \left[\frac{1 - \bar{u}(L_1)}{1 - \bar{u}_1} \right],$$

$$\tau_{02} = 1 + \tau_2, \quad \lambda_2 = \frac{1}{L_1} \ln(0,1/\tau_2),$$

$$a_3 = (u_* - u_1)/L_1, \quad L_3 = \tau_1 z_* / [(c_*/c_1)^2 - 1],$$



Р и с. 1

Параметры $\bar{u}(L_1)$, $T_0(L_1)/T_1$, $\bar{L}_1 = L_1/R_0$ заданы и варьировались: $\bar{u}(L_1) = 0,7; 0,8$, $\tau_1 = 1; 1,25; 1,5$, $\tau_2 = \tau_1 + 0,1$, $\bar{L}_1 = 10-32$. Здесь предполагается, что выделение энергии продолжается за плоскостью Чепмена — Жуге, в вариантах 1 и 3 величина z ограничена значением, когда $u(z) \leq U_0$.

Значения u_1 , c_1 , γ_1 в табл. 2 определены из расчета состояния за плоским ударным фронтом для кислорода со свойствами из [22] при различных числах Маха детонационной волны ($M_\Phi = U_0/c_0^0$, $c_0^0 = 329,08$ м/с — скорость звука перед фронтом). На рис. 1 приведены кривые 1—3 безразмерных $\bar{u}_0(z)$, $\bar{c}_0(z)$, соответствующие $N = 1-3$ (см. табл. 1) при $M_\Phi = 5,2$, $\bar{u}(L_1) = 0,7$, $\tau_1 = 1$, $\bar{L}_1 = 32$.

Уравнение (2.19) решалось методом конечных разностей на машине М40-30. Для первой и второй производных использовались разностные соотношения

$$X'(x) = \frac{X(x+h) - X(x-h)}{2h}, \quad X''(x) = \frac{X(x+h) - 2X(x) + X(x-h)}{h^2}$$

(h — шаг вдоль x), имеющие аппроксимацию второго порядка точности для (2.19); при этом невязка

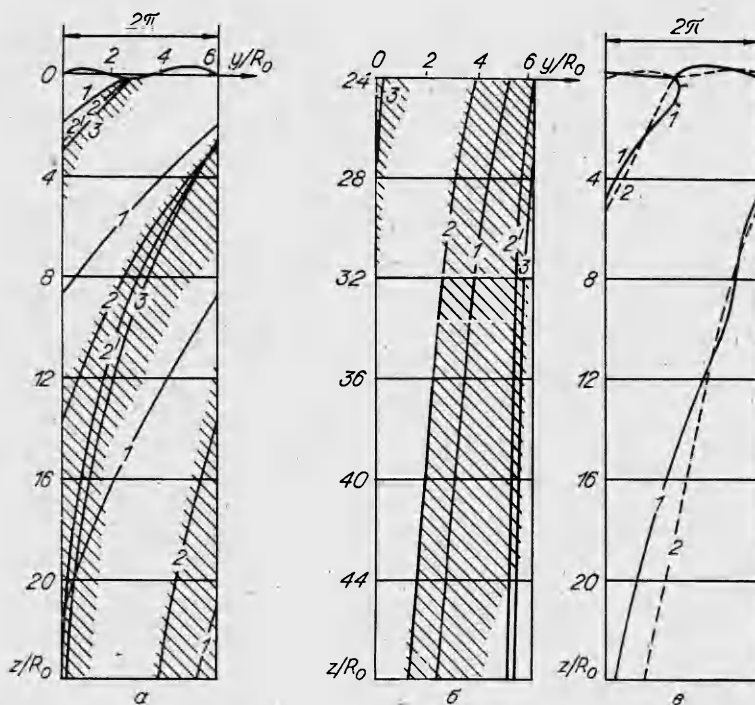
$$\left| h^2 \frac{(1-M^2)}{12} \frac{d^4 X}{dx^4} + \frac{i\omega M}{3c_0} h^2 \frac{d^3 X}{dx^3} \right| \leq \frac{h^2}{3} \left| \frac{d^3 X}{dx^3} \right|$$

Устойчивость разностной схемы проверялась в счете путем изменения h .

Для удобства счета в точке Чепмена — Жуге принималось $X_* = 1$, $X(\pm h)$ вычислялось по соотношению (2.20), значения X в следующих точках определялись из разностного уравнения.

Для частоты задавалось начальное приближение $\omega_0 = \lambda_{11} c_0(z_*)$. Каждый n -й цикл выбора следующих ω_n состоял из четырех просчетов зоны до фронта детонации со значениями $\omega_n^j = \omega_{n-1} \pm \frac{\omega_0}{2^{n+\alpha_0}} (1 \pm i)$, соответствующими центрам четырех квадратов внутри одного с центром в точке ω_{n-1} ($n_0 \geq 0$ — целое число, $j = 1, \dots, 4$).

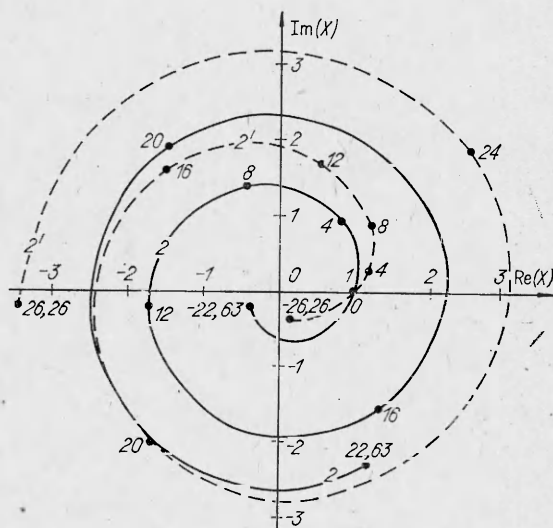
Из четырех значений ω_n^j для следующего приближения выбиралось такое $\omega_n = \omega_n^j$, при котором минимально отличие граничного условия $X'_\Phi = -ifg^{-1}\omega_n X_\Phi$ от X'_Φ , полученного из численного счета. Циклы вычислений повторялись до тех пор, пока не обеспечивалась точность $\leq 0,5\%$.



Р и с. 2

4. Сравнение расчетов с экспериментом проводилось по пространственной структуре (форме) акустической волны и значению частоты спина. В соответствии с решением уравнения Бесселя интенсивность волны затухает по радиусу к центру трубы; вдоль трубы пучность волны представляет собой спираль, описываемую соотношением $y = \xi_1(x)R_0$ (ось y перпендикулярна оси x , $X = X_0 \exp(i\xi)$, $\xi = \xi_1(x) + i\xi_2(x)$). Величина $\exp(-\xi_2(x))$ характеризует изменение относительной амплитуды φ волны возмущения вдоль оси x .

На рис. 2 в координатах $y/R_0, z/R_0$ (развертка трубы на плоскость) приведены примеры расчетов (а, б) формы волны возмущения и двух структур спиновой газопленочной детонации (в) по экспериментам [13—15] с поперечной волной ударного 1 и акустического 2 типов. Рис. 2, б — продолжение по координате z/R_0 кривых на рис. 2, а, здесь $L_1 = 32$, $\bar{u}(L_1) = 0,7$, $\tau_1 = 1$ (кроме кривой 2', где $\tau_1 = 1,25$). Кривые 1, 2 и 2' рассчитаны для $N = 2$ (см. табл. 1) при $M_\phi = 4,5; 5,2; 6$ соответственно. На рис. 2, а, б по [12—15] нанесена штриховкой область, внутри которой расположены разнообразные экспериментальные структуры спиновой детонации, полученные в трубах диаметром от 27 до 70 мм. Для наглядности данные эксперимента и все расчетные кривые на рис. 2 построены выходящими из одной точки средней линии переднего фронта $z = 0$. В этих и дру-



Р и с. 3

Таблица 3

M_Φ	N	τ_1	\bar{L}_1	$\bar{u}(L_1)$	\bar{z}_*	c_* , м/с	g/f , м/с	$\text{Re}(\omega R_0)$, м/с	$\text{Im}(\omega R_0)$, м/с
4,5	2	1	20	0,7	15,551	925,678	-1309,248	2017,616	-68,196
	2	1	32	0,7	24,88	925,678	-1309,248	2018,032	-37,009
	3	1	32		24,88	925,678	-1309,248	2016,628	-17,933
	2	1	32	0,8	16,196	887,391	-1309,248	2021,267	-38,069
	2	0,5	32	0,8	10,272	756,183	-3879,836 *	1329,407	-15,588
5,2	1	1	10	0,7	15,866	1190,125	-1575	2041,204	-54,532
	1	1	16	0,7	12,21	982,617	-1575	2041,963	-43,258
	1	1	20	0,7	11,178	923,935	-1575	2042,87	-40,675
	2	1	16	0,7	11,32	1019,35	-1550,91	2071,598	-89,75
	2	1	32	0,7	22,626	1019,326	-1550,91	2066,963	-44,874
	2	1,25	32	0,7	26,266	1095,04	-1550,91	2067,995	-53,126
	2	1	32	0,7	22,626	1019,326	-3999,78 *	1500,267	-31,574
	2	0,5	32	0,7	16,192	862,09	-3999,78 *	1499,193	-16,955
	2	0,5	32	0,85	8,764	821,44	-3999,78 *	1502,53	-21,51
	6	2	1	20	0,7	13,07	1127,58	-1822,156	2190,233
2		1	32	0,7	20,92	1127,58	-1822,156	2186,69	-49,13
2		0,5	32	0,8	10,27	926,33	-3879,84 *	1698,51	-24,34

* Граничное условие рассчитано для кислорода по (2.16д) со свойствами из таблиц [22], в остальных случаях — по (2.16в); значение N соответствует табл. 1.

гих вариантах расчетов отмечается не только качественное, но и хорошее количественное соответствие теории экспериментам.

На рис. 3 для 2 и $2'$ (см. рис. 2, а, б) построены кривые $X(x) = \text{Re}(X(x)) + i \text{Im}(X(x))$ при $-z_* \leq x \leq z_*$, характеризующие одновременно и форму пучности волны возмущения, и ее амплитуду. Цифрами у точек нанесены соответствующие значения x/R_0 , в плоскости Чепмена — Жуге $X(0) = 1$. Видно, что, как и в экспериментах, амплитуда возмущения возрастает по направлению к переднему фронту волны детонации.

Рассчитанные значения ω для ряда вариантов приведены в табл. 3, откуда видно, что частота вращения спина $\omega_s = \text{Re}(\omega)$ очень слабо зависит от профилей параметров потока в зоне реакции, на величину ω_s заметное влияние оказывают граничные условия на фронте g/f . Величина $\text{Re}(\omega)$ практически не зависит от точности разложения и счета в окрестности особой точки, например, если задавать $X(\pm h)$ не по (2.20), а положить $X(\pm h) = X_*$. Профили основного потока влияют на величину $\text{Im}(\omega)$, которая определяет рост амплитуды возмущения во времени.

Для оценки ω_s можно пользоваться выражением

$$(4.1) \quad \tilde{\omega}_s = \frac{\lambda_{11} c_1}{V(1 + u_1 f/g)^2 - f^2 c_1^2 / g^2}$$

которое с точностью лучше 1% совпадает с $\text{Re}(\omega)$ из табл. 3 и получается из (2.18) в предположении, что вблизи фронта детонации $\xi = k_1 z$ (выполнено линейное приближение). Тогда на фронте для (2.18) можно записать граничные условия

$$Z'_\Phi = ifg^{-1} \tilde{\omega}_s Z_\Phi, \quad Z''_\Phi = -f^2 \tilde{\omega}_s^2 g^{-2} Z_\Phi$$

являющиеся условиями на $\tilde{\omega}_s$. Для ускорения процесса нахождения решения ω в ряде вариантов задавалось начальное приближение $\omega_0 = \tilde{\omega}_s$.

Частота вращения спина $\omega_s = \text{Re}(\omega)$ лучше совпадает с экспериментальными значениями частоты $\omega_{es} = (1-1,6) \cdot 10^3 \text{ м/с} \cdot R_0^{-1} (\text{м})$ [12-15] в случае, если граничные условия вычислены по соотношению (2.16д)

(см. табл. 3). Частоты $\omega_{11} = \lambda_{11}c_*$, рассчитанные по предложенной в [1—4] акустической теории, незначительно (в среднем на 10—15%) отличаются от $\text{Re}(\omega)$. Удивительно близкое совпадение ω_{11} с точным расчетом и экспериментами свидетельствует не о правомерности развитого в [1—4] метода, а о том, что ω_s зависит от резонансных характеристик поперечного сечения трубы, определяемых λ_{11} , и скорости звука, которая несущественно изменяется за фронтом. Это видно из рис. 1 и сравнения зависимостей (4.1) и $\omega_{11} = \lambda_{11}c_*$.

Развитый в работе подход позволяет установить основные свойства спиновой детонации, рассчитать частоту вращения и форму волны возмущения во всей области течения за фронтом детонации. Показано, что частота спина зависит в основном от граничных условий на переднем фронте. При соблюдении сделанных выше предположений полученные результаты могут быть перенесены на другие системы (например, газочапельные).

Автор благодарит В. В. Пухначева за полезные критические замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Manson N. Ann. des Mines, 1945, v. 2, p. 203.
2. Manson N. Propagation des detonations et des deflagration dans les melanges gazeux. Paris, O. N. E. R. A. Inst. France des Petroles, 1947, p. 118.
3. Fay J. A.— J. Chem. Phys., 1952, v. 20, N 6.
4. Chu Boa-Teh. Vibration of the gaseous column behind a strong detonation wave.— In: Proc. of Symposium Aerothermochem., 1955. Evanston, 1956, p. 95.
5. Щелкин К. И. Два случая неустойчивого горения.— ЖЭТФ, 1959, т. 36, вып. 2.
6. Зайдель Р. М. Об устойчивости детонационных волн в газовых смесях.— ДАН СССР, 1961, т. 136, № 5.
7. Erpenbeck J. J. Stability of steady-state equilibrium detonations.— Phys. Fluids, 1962, v. 5, N 5.
8. Пухначев В. В. Об устойчивости детонации Чепмена — Жуге.— ДАН СССР, 1963, т. 149, № 4.
9. Erpenbeck J. J. Stability of idealized one-reaction detonations.— Phys. Fluids, 1964, v. 7, N 5.
10. Strelow R. A., Fernandes F. D. Transverse waves in detonations.— Comb. Flame, 1965, v. 9, N 2.
11. Barthel H. O., Strelow R. A. Wave propagations in one-dimensional reactive flows.— Phys. Fluids, 1966, v. 9, N 10.
12. Пинаев А. В., Митрофанов В. В. Спиновая детонация в гетерогенной системе типа газ — пленка.— ДАН СССР, 1975, т. 225, № 3.
13. Пинаев А. В. Структура детонационных волн и зона реакции в гетерогенной системе газ — пленка.— ФГВ, 1977, т. 13, № 3.
14. Пинаев А. В., Субботин В. А. О структуре зоны реакции при детонации систем типа газ — пленка.— ФГВ, 1982, т. 18, № 5.
15. Пинаев А. В. Измерение давления за фронтом волны детонации в гетерогенной системе газ — пленка.— ФГВ, 1983, т. 19, № 1.
16. Смирнов Н. Н. Спиновая детонация в двухфазной системе газ — пленка.— Вестн. МГУ. Сер. 1, Математика, механика, 1980, № 2.
17. Зверев Н. И., Смирнов Н. Н. Двухфазная детонация над слоем горючего.— ФГВ, 1982, т. 18, № 1.
18. Гендугов В. М. Детонация гетерогенных систем предварительно не смешанных фаз.— ФГВ, 1972, т. 8, № 4.
19. Лесняк С. А., Слуцкий В. Г. Одномерная диффузионная модель гетерогенной (газ — пленка) детонации.— ПМТФ, 1974, № 3.
20. Зверев И. Н., Зверев Н. П., Смирнов Н. Н. Развитие двухфазной (газ — пленка) детонации.— В кн.: Газовая и волновая динамика. М.: Изд-во МГУ, 1981, вып. 2.
21. Блохинцев Д. И. Акустика неоднородной движущейся среды.— М.: Наука, 1981.
22. Термодинамические свойства индивидуальных веществ/Под ред. В. П. Глушко.— М.: Изд-во АН СССР, 1962, т. 2.

Поступила 17/X 1985 г.