УДК 532.526

СВОБОДНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТЕЧЕНИЯ В ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ С ДВИЖУЩЕЙСЯ ВВЕРХ ПО ПОТОКУ ВОЛНОЙ РАЗРЕЖЕНИЯ

И. И. Липатов[*,**], В. Н. Петруханов[**], Г. М. Тимофеев[**]

[*] Центральный аэрогидродинамический институт, 140180 Жуковский, Россия
[**] Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия
E-mails: igor_lipatov@mail.ru, vadim.petrukhanov@gmail.com, gostgoldman@gmail.com

С использованием теории свободного взаимодействия исследованы процессы взаимодействия волны разрежения с течением в ламинарном пограничном слое. Найдены численные решения нелинейной задачи при различных значениях безразмерной скорости движения волны. Получены распределения индуцированного давлением напряжения трения на поверхности.

Ключевые слова: волна разрежения, пограничный слой, вязко-невязкое взаимодействие, трехслойная структура.

DOI: 10.15372/PMTF20220102

Отрыв потока от гладкой поверхности является одной из наиболее важных проблем гидродинамики и вызывает интерес многих исследователей, поскольку аэродинамические характеристики профиля в случае обтекания с отрывом хуже, чем в случае безотрывного обтекания. Для решения данной проблемы создана асимптотическая теория отрывных течений. Первые работы, в которых были построены асимптотические решения для отрывных течений, принадлежат В. Я. Нейланду, К. Стюартсону и П. Ж. Вильямсу [1–6].

Особенность отрывных течений заключается в том, что их невозможно получить с помощью классических уравнений Прандтля: в случае использования этих уравнений возникает сингулярность, называемая особенностью Гольдштейна. Это обусловлено тем, что в уравнениях Прандтля внешнее течение не зависит от течения в пограничном слое, однако в реальности пограничный слой взаимодействует с внешним потоком.

Данное взаимодействие можно описать следующим образом. Наличие положительного градиента давления приводит к торможению течения жидкости в пограничном слое, что, в свою очередь, вызывает искривление линий тока и увеличение толщины пограничного слоя. Вследствие изменения толщины пограничного слоя меняется распределение давления вдоль поверхности. Затем процесс повторяется. При малых значениях градиента этим взаимодействием можно пренебречь, однако при больших градиентах, как, например, в течениях с отрывом, взаимодействие существенно и его необходимо учитывать. Для учета взаимодействия построена теория свободного взаимодействия, в которой давление определяется лишь формой пограничного слоя.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-01-00525).

При отрыве пограничного слоя значение градиента настолько велико, что на дне пограничного слоя “медленные” частицы жидкости теряют кинетическую энергию и отрываются от поверхности. В точке отрыва трение на поверхности равно нулю: $\tau = \partial u/\partial y = 0$, за точкой отрыва возникает область возвратного течения.

Теория свободного взаимодействия справедлива не только для течений с отрывом, но и для течений со значительным градиентом давления, например, для течения вблизи задней кромки профиля, где имеется разрыв в распределении трения при переходе в след.

Рассмотрим задачу в следующей постановке. Пусть в течении на расстоянии L от передней кромки имеется область, в которой происходит падение давления. Предположим, что данная область движется вверх по потоку с некоторой скоростью $V/u_\infty = O(\mathrm{Re}^{-1/8})$, т. е. существует волна разрежения, перемещающаяся вверх по потоку. Число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \rho_\infty u_\infty L/\mu_\infty$ полагается большим, но не превышающим критическое значение, при котором происходит ламинарно-турбулентный переход (индекс “∞” соответствует размерным функциям в невозмущенном набегающем потоке, индекс “w” — функциям течения на обтекаемой поверхности).

В системе отсчета, связанной с волной, волна является неподвижной, а стенка движется вниз по потоку со скоростью $U_w/u_\infty = -V/u_\infty$. В данной системе отсчета можно искать стационарное решение.

Введем следующие обозначения:

— для продольной X и поперечной Y координат

$$x = \frac{\mu_w^{-1/4}\rho_w^{-1/2}}{\lambda^{5/4}\beta^{3/4}L}\,(X-1), \qquad y = \frac{\mu_w^{1/4}\rho_w^{-1/2}}{\lambda^{3/4}\beta^{1/4}L}\,Y, \qquad \beta = \sqrt{\mathrm{M}_\infty^2 - 1}$$

(M_∞ — число Маха набегающего потока; λ — безразмерное трение в невозмущенном пограничном слое; μ_w — динамическая вязкость, вычисленная с использованием температуры поверхности);

— для продольной U и поперечной V скоростей

$$u = \frac{\mu_w^{1/4}\rho_w^{-1/2}}{\lambda^{-1/4}\beta^{1/4}u_\infty}\,U, \qquad v = \frac{\mu_w^{3/4}\rho_w^{-1/2}}{\lambda^{-3/4}\beta^{-1/4}u_\infty}\,V,$$

— для толщины вытеснения $\tilde{A}$ и возмущения давления P

$$A = \frac{\mu_w^{1/4}\rho_w^{-1/2}}{\lambda^{-1/4}\beta^{1/4}L}\,\tilde{A}, \qquad p = \frac{\mu_w^{1/2}}{\lambda^{-1/2}\beta^{1/2}\rho_\infty u_\infty^2}\,P.$$

Ранее было показано, что задача решается в следующей постановке:

$$\begin{gathered} u\,\frac{\partial u}{\partial x} + v\,\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \qquad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \qquad p = -\frac{dA}{dx}, \\ u = u_w, \quad v = 0, \qquad y = 0, \\ u = u + y + \ldots, \qquad x \to -\infty, \\ u = u + y + A(x) + \ldots, \qquad y \to +\infty. \end{gathered} \tag{1}$$

Введем функцию тока:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \qquad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x},$$

а также будем рассматривать зависимость не от координаты X, а от давления P, как это сделано, например, в работе [1]. Такая замена переменных возможна в случае монотонного изменения возмущения давления. Тогда уравнения (1) принимают вид

$$\Big(u\,\frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial \psi}{\partial p}\,\frac{\partial u}{\partial y} + 1\Big)\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \qquad p = -\frac{dA}{dp}\,\frac{dp}{dx},$$

$$u = u_w, \quad \psi = 0, \qquad y = 0,$$
$$u = u + y + \ldots, \quad \psi = y^2/2 + u_w y, \qquad x \to -\infty,$$
$$u = u + y + A(x) + \ldots, \qquad y \to +\infty.$$

Выполнив замену

$$u = y + u_w + u_1, \qquad \psi = y^2/2 + u_w y + \psi_1,$$

получаем

$$\Big((y + u_w + u_1)\,\frac{\partial u_1}{\partial p} - \frac{\partial \psi_1}{\partial p}\Big(\frac{\partial u_1}{\partial y} + 1\Big) + 1\Big)\frac{dp}{dx} = \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}.$$

Данное уравнение параболического типа имеет два семейства решений, описывающих течения сжатия или разрежения (в зависимости от знака возмущения давления p).

Для численного решения используем конечно-разностный метод. Для аппроксимации введем равномерную прямоугольную сетку с шагами по продольной и поперечной координатам h_p и $h_y = 0{,}01$. Отрицательный шаг по давлению P соответствует волне разрежения и отрицательному градиенту dP/dX.

Используем следующий алгоритм решения.

1. На слое $n = 0$, $p = 0$ задается тривиальное нулевое решение.

2. На слое $n = 1$, $p = h_p$ задается решение линейной задачи, получающейся из нелинейной задачи при нормализации по p.

3. На слое $n > 1$ берется некоторое начальное значение градиента давления dP/dX, например с предыдущего слоя. С помощью метода релаксации находится решение, с помощью метода пристрелки — новое значение dP/dX для удовлетворения условиям взаимодействия:

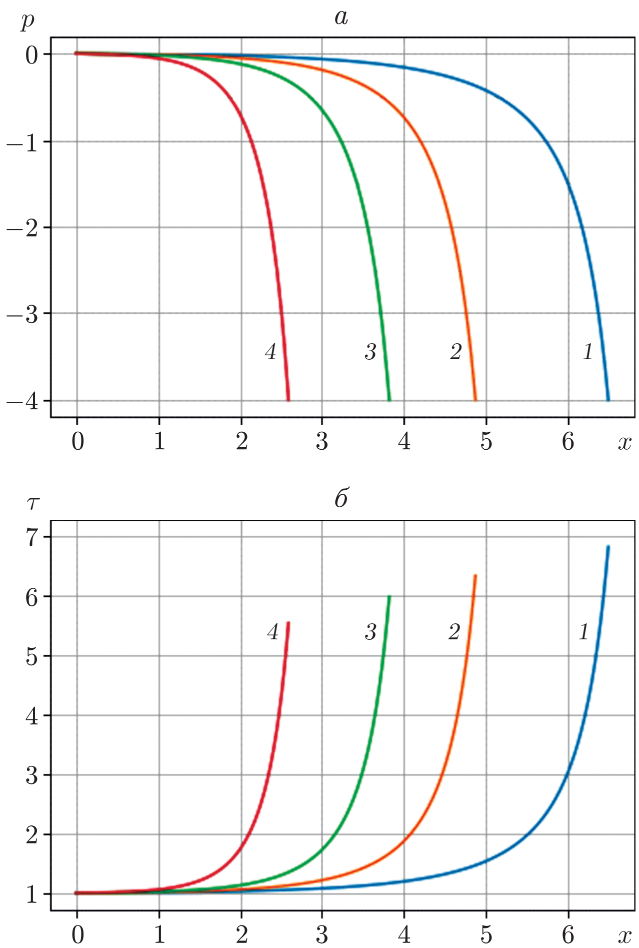
$$P_x = \frac{dp}{dx}, \qquad F(P_x) = A_{n+1} - A_n + \frac{h_p}{P_x}\,p_n = 0,$$
$$P_{x,n+1} = P_{x,n} - \frac{\Delta P_x\,F(P_{x,n})}{F(P_{x,n} + \Delta P_x) - F(P_{x,n})}.$$

Опишем метод релаксации, используемый для решения системы на слое $n > 1$. Уравнение является нелинейным, однако при фиксированных значениях коэффициентов оно преобразуется в линейное уравнение, которое можно решить методом прогонки. Поэтому можно найти решение, используя метод последовательных приближений. Сначала задаются некоторые профили u_n^m и ψ_n^m, с использованием которых вычисляются коэффициенты при нелинейных членах уравнений. Далее находятся новые значения $u_{n\,sol}^m$ и $\psi_{n\,sol}^m$. В качестве следующего приближения выбираются смещения

$$(u_n^m)^{k+1} = (u_n^m)^k + s[(u_n^m)_{sol}^k - (u_n^m)^k], \qquad (\psi_n^m)^{k+1} = (\psi_n^m)^k + s[(\psi_n^m)_{sol}^k - (\psi_n^m)^k].$$

Данная процедура продолжается до тех пор, пока норма разности последовательных приближений не станет меньше некоторой заданной малой величины.

С помощью данной схемы получено численное решение для различных значений безразмерной скорости перемещения волны u_w (см. рисунок). На рисунке видно, что амплитуда возмущения давления вниз по потоку уменьшается и стремится к $-\infty$. Уменьшение давления сопровождается увеличением скорости газа на дне пограничного слоя. Особое поведение решения обусловлено изменением его структуры при увеличении амплитуды волны разрежения: вместо трехслойной структуры возникает четырехслойная [1]. Введение дополнительной области обусловлено необходимостью корректного учета влияния вязкости в тонкой пристенной области.



Распределения возмущений давления (*а*) и поверхностного трения (*б*)
при различных значениях скорости перемещения:
1 — $u_w = 0$, *2* — $u_w = 0{,}5$, *3* — $u_w = 1$, *4* — $u_w = 2$

Также на рисунке видно, что при увеличении скорости стенки рост давления и трения начинается раньше. Можно показать, что в области больших перепадов давления течение описывается четырехслойной структурой, в которой исходная область вязкого течения разделяется на основную область, где происходит основное изменение толщины вытеснения, и относительно более тонкий пристенный пограничный слой. Течение в основной части описывается стационарным уравнением Бюргерса

$$(A + u_w)\,\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} = 0. \qquad (2)$$

В случае если волна разрежения находится в начале координат, решение уравнения (2) имеет вид

$$A + u_w = -2/x.$$

При нулевой скорости поверхности ранее найденные решения нестационарного уравнения Бюргерса можно обобщить на случай подвижной стенки при условии, что вместо величины A используется сумма $A + u_w$.

Заключение. В работе для рассматриваемой модельной задачи о взаимодействии бегущей волны разрежения с пограничным слоем получены численные решения для линейной и нелинейной постановок этой задачи. Для линейной задачи, когда возмущения малы, найдено универсальное решение в виде экспоненциальной волны, затухающей при $x \to -\infty$. Показано, что линейное и нелинейное решения совпадают при малой величине возмущения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Нейланд В. Я.** Асимптотическая теория сверхзвуковых течений вязкого газа / В. Я. Нейланд, В. В. Боголепов, Г. Н. Дудин, И. И. Липатов. М.: Физматлит, 2004.
2. **Asymptotic** method in fluid mechanics. Survey and recent advances / Ed. by H. Steinrück. Udine: Springer, 2010.
3. **Сычев В. В.** Асимптотическая теория отрывных течений / В. В. Сычев, А. И. Рубан, Вик. В. Сычев, Г. Л. Королев. М.: Наука, 1987.
4. **Рубан А. И.** Численные методы в теории взаимодействия пограничного слоя с невязким потоком // Учен. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та. 1990. Т. 21, № 5. С. 3–25.
5. **Ruban A. I., Araki D., Yapalparvi R., Gajjar J. S. B.** On unsteady boundary-layer separation in supersonic flow. Pt 1. Upstream moving separation point // J. Fluid Mech. 2011. V. 678. P. 124–155.
6. **Жук В. И.** Волны Толлмина — Шлихтинга и солитоны. М.: Наука, 2001.

Поступила в редакцию 28/VII 2020 г.,
после доработки — 29/IX 2020 г.
Принята к публикации 26/X 2020 г.