

Рис. 4

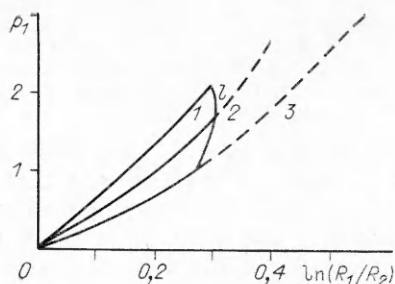


Рис. 5

Графики этой зависимости для $a = 2,72$ (кривая 1) и $2,15$ (кривая 2) показаны на рис. 4. На рис. 5 представлены графики зависимости давления на входе в матрицу от редукции при $\rho_1 = 0,85; 0,75; 0,6$ (кривые 1—3 соответственно) и $a = 2,72$.

Рассмотренное решение справедливо, только если $0 \leq |\sigma| \leq p_s$ [2]. Так как величина $|\sigma|$ уменьшается по мере продвижения частицы к выходу из очага деформации, а плотность растет, то достаточно проверять условие $p_1 \leq p_s$ у входа в матрицу. Его выполнимость зависит от начальной плотности и величины редукции. На рис. 3 и 5 линия l определяет максимальную величину редукции $\ln(R_1/R_2)$ в зависимости от начальной плотности.

Сплошными линиями выделены участки графиков, где имеет силу приведенное выше решение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петросян Г. Л. Пластическое деформирование порошковых материалов. — М.: Металлургия, 1988.
2. Друянов Б. А. Прикладная теория пластичности пористых тел. — М.: Машиностроение, 1989.
3. Друянов Б. А., Вишняков Л. Р., Александров С. Е. О расчетах процессов деформирования сжимаемых анизотропных тел // Технологическая и конструкционная пластичность порошковых материалов. — Киев: Наук. думка, 1988.
4. Drucker D. C. Limit analysis of two and three-dimensional soil mechanics problems // J. Mech. Phys. Solids. — 1953. — V. 1, N 4.
5. Ревуженко А. Ф., Стажевский С. Б., Шемякин Е. И. Несимметрия пластического течения в сходящихся осесимметричных каналах // ДАН СССР. — 1979. — Т. 246, № 3.
6. Скорород В. В., Тучинский Л. И. Условие пластичности пористых тел // Порошковая металлургия. — 1978. — № 11.
7. Хилл Р. Общий метод анализа процессов металлообработки // Механика: Сб. пер. иностр. лит-ры. — 1964. — № 3.
8. Александров С. Е., Друянов Б. А. Спрессовывание уплотняемых материалов в закрытой прессформе // ПМТФ. — 1990. — № 1.

г. Москва

Поступила 8/VIII 1988 г.,
в окончательном варианте — 21/II 1989 г.

УДК 531:539.3

И. И. Кудиш

О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ УСТАЛОСТНОГО ИЗНАШИВАНИЯ И ВЫКРАШИВАНИЯ

В [1, 2] проведен анализ поведения коэффициентов интенсивности напряжений в вершинах поверхностных трещин, расположенных в упругой преднапряженной полуплоскости, на границу которой действуют нормальные и касательные контактные напряжения. Коэффициенты интенсивности напряжений определяют развитие тре-

© 1990 Кудиш И. И.

10 ПМТФ № 4, 1990 г.

145

щин в упругой среде и, тем самым, усталостное квазихрупкое разрушение контактирующих тел. Кроме того, усталостное разрушение тел зависит от степени загрязненности материала и его трещиностойкости.

В настоящей статье изложена статистическая математическая модель процессов усталостного изнашивания и выкрашивания, основанная на изучении единого механизма развития усталостных трещин в квазихрупких материалах.

1. Применимость механики квазихрупкого разрушения при изучении контактной усталости. Основная посылка теорий усталостного разрушения — образование и развитие рассеянных микротрещин, инициируемых различными дефектами (неоднородностями) материала: микроскопическими порами, раковинами, карбидами, неметаллическими включениями и т. п. Процесс развития усталостных трещин около указанных дефектов определяется свойствами материала и напряженным состоянием материала в непосредственной окрестности дефектов, которое, в свою очередь, зависит как от нормальных и касательных напряжений в контакте, так и от остаточных напряжений в материале.

Ряд проведенных экспериментальных и теоретических исследований [2—4] позволяет выделить основные факторы, характеризующие усталостное разрушение при нагрузках, не вызывающих значительных пластических явлений в материале, а именно: нормальные и касательные контактные напряжения, остаточные напряжения, степень загрязненности материала контактирующих тел и смазки, параметры циклической трещиностойкости материала, структура материала и т. д.

Выясним возможность применения результатов решения контактных задач для упругих тел с трещинами, основанных на линейной механике квазихрупкого разрушения, для исследования процессов контактной усталости.

1.1. Относительная длительность фаз зарождения и распространения трещин. В литературе имеются различные утверждения вплоть до прямо противоположных [5—7]. При этом утверждения о преобладании фазы зарождения, как правило, умозрительны [5], а противоположное мнение основывается на экспериментальных данных [6, 7], показывающих, что фаза развития усталостной трещины составляет не менее 80—90 % от общего времени до разрушения. Поэтому в дальнейшем считаем, что время до разрушения совпадает с временем распространения усталостных трещин, пренебрегая временем зарождения трещин.

1.2. Инициаторы разрушения. Проанализируем данный вопрос на примере стали. Наряду с раковинами и микропорами опасными дефектами являются включения, образуемые на основе различных химических соединений. Установлено, что наиболее частые инициаторы контактной усталости — оксидные включения и крупные карбиды [8, 9]. Это объясняется меньшей степенью температурного расширения указанных включений по сравнению со стальной матрицей [3], что приводит к возникновению вокруг них значительных растягивающих напряжений и быстрому возникновению микротрещин. Кроме того, как показывают многие экспериментальные исследования, характерные расстояния между дефектами стали велики по сравнению с их собственными размерами, что позволяет применить при изучении процессов усталости асимптотические методы и результаты из [1, 2].

1.3. Микроструктура материала. По данным [10, 11], границы зерен феррита размером 1,2—48,5 мкм не оказывали заметного влияния на распространение усталостной трещины.

В последнее время получены результаты, касающиеся положительного влияния остаточного аустенита на усталостную долговечность подшипников качения [8]. Этот эффект можно учесть в параметрах трещиностойкости, входящих в кинетическое уравнение развития трещин [4]. Сведений относительно влияния легирующих элементов пока недостаточно, и они весьма противоречивы (см., например, [8]) для того, чтобы ввести их в модель усталостного разрушения.

Таким образом, в настоящее время микроструктура материала может быть учтена в модели усталостного разрушения только через параметры его трещиностойкости.

1.4. Применимость механики квазихрупкого разрушения по размеру пластической зоны r_p у вершины трещины. Согласно [12], радиус пластической зоны r_p у вершины трещины при плоском напряженном состоянии вычисляется по формуле

$$(1.4.1) \quad r_p = (1/6\pi)(k_1/\sigma_T)^2,$$

где k_1 — коэффициент интенсивности напряжения нормального отрыва в вершине трещины; σ_T — напряжение текучести материала. Формула (1.4.1), очевидно, справедлива лишь для условий, когда пластическая зона у вершины трещины мала по сравнению с полудлиной трещины l , т. е.

$$(1.4.2) \quad 2r_p/l \ll 1.$$

Оценку (1.4.2) необходимо проверить как на стадии развития относительно малых трещин, на которую приходится основная доля времени до разрушения, так и на заключительной стадии процесса разрушения — доломе, при котором $k_1 \approx K_{fc}$ (K_{fc} — критическое значение коэффициента интенсивности напряжений в вершине трещины при циклическом нагружении, $K_{fc} < K_{Ic}$). На первой из указанных стадий с помощью (1.4.1) получим

$$(1.4.3) \quad \frac{2r_p}{l} = \frac{1}{3\pi} \left(\frac{\tilde{q}}{\sigma_T} k_1' \right)^2 \leq \frac{1}{3\pi} (k_1')^2$$

(\tilde{q} — максимальное герцевское напряжение, k_1' — безразмерный коэффициент интенсивности: $k_1 = k_1' \tilde{q} l^{1/2}$). Неравенство (1.4.3) следует из условия отсутствия макроскопических пластических деформаций. Зададимся теперь характерным для условий смазки коэффициентом трения $\lambda = 0,01$ и углом ориентации трещины $\alpha = \pi/2$ (т. е. углом между направлением трещины и положительным направлением оси Ox системы координат, совпадающей с поверхностью тела). При таком α , как показывают расчеты [1, 2], достигаются максимальные k_1' при условии, что остаточные напряжения $q^0 = 0$. В силу того что с ростом наработки остаточные напряжения сжатия имеют тенденцию нарастать [13], принятое допущение ($q^0 = 0$) отвечает, как правило, большим k_1' . Наличие сжимающих напряжений в приповерхностных слоях материала связано с различными видами обработки [13, 14]. Наконец, приняв во внимание относительно слабую зависимость k_1' от $\delta_0 = l/\tilde{b}$ (\tilde{b} — полуширина герцевской области контакта, или малая полуось эллипса контакта) и глубины залегания трещины $y^0 = y^0/\tilde{b}$, зададимся значениями $\delta_0 = 0,1$ и $y^0 = -0,5$. Тогда расчеты [1, 2] дают $\max k_1' = 5,5 \cdot 10^{-5}$ и с помощью (1.4.3) приводят к неравенству $2r_p/l = 3,03 \cdot 10^{-9} \ll 1$. На рассмотренной стадии процесса оценка (1.4.2) выполняется.

При $k_1 = K_{Ic}$ из (1.4.1), например, для случая мартенситно стареющей стали ($K_{Ic} = 76 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$, $\sigma_T = 1,8 \text{ ГПа}$), найдем $2r_p = 189 \text{ мкм}$. Полученный r_p сравним с характерными размерами зон герцевского контакта. Поэтому выполнение оценки (1.4.2) приводит к нарушению одного из условий справедливости асимптотического анализа [1, 2], т. е. условия $\delta_0 = l/\tilde{b} \ll 1$. Однако учтя тот факт, что скорость роста трещины при доломе весьма велика, а время, затрачиваемое на долом, мало, можно с достаточной для практики точностью не принимать в расчет нарушения условия $\delta_0 \ll 1$. Иными словами, считаем оценку (1.4.2) выполненной в течение всего процесса развития усталостных трещин, производя расчеты по асимптотическим формулам из [1, 2] в допущении, что $\delta_0 \ll 1$ также в течение всего процесса разрушения.

Таким образом, при изучении процессов контактной усталости с достаточной для практики точностью может быть применена линейная механика квазихрупкого разрушения.

2. Математическая модель процесса контактной усталости. Статистическая модель разрушения должна включать в себя как описание элементарного акта разрушения, т. е. процесса развития усталостной трещины, так и статистику данных элементарных актов разрушения. Примеры подобного подхода, ориентированные на применение в конструкциях, можно найти в [15, 16]. Кроме того, при анализе усталости часто привлекается понятие поврежденности материала [16].

2.1. Элементарный акт разрушения. Достаточно полный обзор кинетических уравнений развития усталостных трещин приведен в [4]. В общем виде исследование развития усталостной трещины сводится к решению задачи Коши

$$(2.1.1) \quad dl/dN = g(k_1), \quad l|_{N=0} = l_0$$

(функция g для каждого конкретного вида кинетического уравнения имеет свой вид, N — число циклов нагружения).

В случае контактной усталости k_1 определяется из решения контактной задачи для трещиноватых упругих тел. Принимая в расчет допущение о малости размеров усталостных трещин по сравнению с размером области контакта, получим [1, 2], что коэффициенты интенсивности в вершинах трещины весьма близки и в главном представимы в виде

$$(2.1.2) \quad k_1 = k_{10}l^{1/2}$$

(k_{10} зависит от N , α , координат расположения центра трещины (x, y) и не зависит от l).

Согласно [12, 17], направление развития усталостной трещины (угол α) после относительно небольшого числа циклов найдем из уравнения

$$(2.1.3) \quad k_2(N, x, y, \alpha) = 0,$$

где коэффициент интенсивности напряжений сдвига k_2 также аппроксимируем одночленным асимптотическим разложением [1, 2], вычисленным в точке (x, y) . Разрешив (2.1.3) относительно α , имеем два угла α_1 и α_2 : $\alpha_2 - \alpha_1 = \pi/2$. При этом в качестве решения выберем угол, при котором k_1 максимален. Трещину в течение всего процесса ее развития считаем прямолинейной. Это допущение согласуется с предположением о малости трещины в сравнении с размером области контакта и, следовательно, в силу выражения для k_2 [1, 2] в одночленном приближении при постоянной амплитуде нагружения, с независимостью угла α от N , т. е. $\alpha = \alpha(x, y)$. В дальнейшем предполагаем, что независимость α от N имеет место также и в случае переменной по времени амплитуды нагружения. При этом в качестве $\alpha = \alpha(x, y)$ может быть выбрано, например, некоторым образом усредненное значение, полученное по углам $\alpha_i = \alpha_i(x, y)$, соответствующим нагружениям с i -ми амплитудами.

Учитывая, что в (2.1.1) входит максимальный k_1 за цикл при $\alpha = \alpha(x, y)$, считаем (2.1.1) записанным для $\max k_1$.

2.2. Вероятность разрушения. Предположим, что вероятность наработки без разрушения некоторого числа циклов деталью (образцом) является функцией локального разрушения в материале.

Пусть вероятность отсутствия разрушения в точке (x, y) по истечении N циклов есть $p(N, x, y)$. Тогда

$$(2.2.1) \quad p(N + \Delta N, x, y) = p_0(N, \Delta N, x, y)p(N, x, y),$$

где $p_0(N, \Delta N, x, y)$ — условная вероятность отсутствия разрушения в точке (x, y) за ΔN циклов, начиная с состояния, соответствующего истечению N циклов нагружения. Вероятность $p_0(N, \Delta N, x, y)$ свяжем

с накоплением поврежденности следующим образом:

$$(2.2.2) \quad p_0(N, \Delta N, x, y) = 1 - \Delta N v(\bar{N}, x, y)$$

($v(N, x, y)$ — скорость накопления поврежденности материала в точке (x, y) по истечении N циклов). Подставив (2.2.2) в (2.2.1) и перейдя к пределу $\Delta N \rightarrow 0$, получим

$$(2.2.3) \quad p(N, x, y) = p(0, x, y) \exp \left[- \int_0^N v(s, x, y) ds \right],$$

$p(0, x, y)$ — вероятность отсутствия разрушения в точке (x, y) в начале процесса нагружения, для которой без ограничения общности примем

$$(2.2.4) \quad p(0, x, y) = \exp \left[- \int_{-\infty}^0 v(s, x, y) ds \right].$$

Таким образом, задача сводится к определению лишь поврежденности материала $\int_{-\infty}^N v ds$ при любом заданном N в каждой точке (x, y) .

2.3. Поврежденность материала и вероятность $p(N, x, y)$. Введем три масштаба длины: L_0, L_1 и L_2 . Положим L_0 соизмеримым с характерным размером задачи, например, с размером области контакта, L_2 — с характерным размером микронеоднородности материала (для стали это может быть размер игл мартенсита), а L_1 выберем таким образом, что $L_2 \ll L_1 \ll L_0$ и в объеме материала L_1^3 содержится достаточно большое число дефектов (трещин). В дальнейшем не будем делать различий между дефектами разной природы в материале, приводящими к усталостным трещинам, и трещинами.

Рассмотрим объем материала с характерным линейным размером L_1 , отождествляя его с материальной точкой. Введем понятие функции плотности вероятности распределения количества трещин по размерам l в единичном объеме с центром в точке (x, y) по истечении N циклов нагружения и обозначим ее $f(N, x, y, l)$. Тогда количество трещин в единичном объеме с длиной в диапазоне $[l, l + dl]$ есть $f(N, x, y, l)dl$. Поэтому

$$(2.3.1) \quad \int_0^{\infty} f(N, x, y, l) dl = n(N, x, y)$$

($n(N, x, y)$ — плотность трещин).

Предположим, что трещины не взаимодействуют, т. е. удалены друг от друга на расстояния, существенно превосходящие их собственные размеры. Это приводит к невозможности слияния трещин. Считаем также, что размеры трещин в процессе их развития остаются значительно меньше L_0 (см. п. 1.4). Кроме того, пренебрегаем возможностью ветвления трещин. С помощью сделанных допущений приходим к выводу о сохранении количества трещин в заданном объеме в процессе их циклического нагружения. Отсюда находим

$$(2.3.2) \quad f(N, x, y, l)dl = f(0, x, y, l_0)dl_0$$

(l подчиняется задаче Коши (2.1.1)). Из (2.3.2) получим $f(N, x, y, l) = f(0, x, y, l_0)dl_0/dl$ и $n(N, x, y) = n(0, x, y)$.

Критической полудлиной трещины $l_k = l_k(N, x, y)$ назовем такую полудлину, при которой в точке (x, y) $k_1 = K_{fc}$. Тогда из (2.1.2) имеем

$$(2.3.3) \quad l_k = (K_{fc}/k_{10})^2.$$

По определению, при достижении трещиной значения l_k происходит катастрофическое неустойчивое разрушение. Очевидно, что если в точке (x, y) не существует трещин с полудлиной, превышающей $l_k(N, x, y)$,

то $\int_{l_k}^{\infty} f(N, x, y, l) dl = 0$ и $p(N, x, y) = 1$. Наоборот, если в анализируемой точке длины всех трещин превышают $l_k(N, x, y)$, то $\int_{l_k}^{\infty} f(N, x, y, l) dl = n(0, x, y)$ и $p(N, x, y) = 0$, т. е. в точке (x, y) имеет место разрушение. В общем случае с ростом интеграла $\int_{l_k}^{\infty} f(N, x, y, l) dl$ $p(N, x, y)$ будет уменьшаться. Поэтому поврежденность материала $\int_{-\infty}^N v(s, x, y) ds$ — монотонно возрастающая функция интеграла $\int_{l_k}^{\infty} f(N, x, y, l) dl$. Следовательно, из (2.2.3) и (2.2.4) получим

$$(2.3.4) \quad p(N, x, y) = \exp \left\{ -G \left[\int_{l_k(N, x, y)}^{\infty} f(N, x, y, l) dl \right] \right\}$$

($G(x)$ — монотонно возрастающая функция x ; $G(0) = 0$; $G(n) = +\infty$). Для функции G возможны различные аппроксимации, простейшая из которых $G(x) = -\ln(1 - x/n)$. При этом с помощью (2.3.1) и (2.3.4) найдем

$$(2.3.5) \quad p(N, x, y) = \int_0^{l_k(N, x, y)} f(N, x, y, l) dl / n(0, x, y).$$

Определение (2.3.5) вероятности $p(N, x, y)$ наиболее естественно и задается начальным распределением дефектов в материале. Действительно, пусть $l_{0k} = l_{0k}(N, x, y)$ — начальная полудлина трещины в точке (x, y) , которая за N циклов нагружения достигает l_k . Тогда из (2.3.2) и (2.3.5) имеем

$$(2.3.6) \quad p(N, x, y) = \int_0^{l_{0k}(N, x, y)} f(0, x, y, l_0) dl_0 / n(0, x, y).$$

Отметим, что изложенная модель усталостного разрушения является основной для описания различных видов усталости. Кроме того, подчеркнем, что двумерность постановки при построении статистической модели усталостного разрушения, по существу, нигде не использовалась. Поэтому проведенный анализ с тривиальными видоизменениями переносится на случай трех измерений.

3. Износ и выкрашивание. Процессы износа и выкрашивания описывают различным образом, хотя в основе их лежит один механизм развития усталостных трещин. Усталостное выкрашивание принято характеризовать вероятностью $P(N)$ наработки изделия без отказа N циклов нагружения, а износ, как правило, оценивают по глубине $Y(N, x)$ в данной точке поверхности, на которую изношен материал (линейный износ).

Продукты (очаги) разрушения охарактеризуем двумя геометрическими параметрами: толщиной, которую оценим по глубине залегания центра трещины y , и длиной, связанной с критическим размером трещины:

$$(3.1) \quad \tilde{l}_k = \tilde{l}_k(N, x, y) = l_k(N, x, y - Y(N, x)).$$

Для каждой точки поверхности детали $y = Y(N, x)$ введем множество $\Omega_x = \Omega_x(N, y_*, l_*)$:

$$(3.2) \quad \Omega_x = \{y \mid 0 < Y(N, x) - y \leq y_*, \tilde{l}_k \leq l_*\}.$$

Количество отделившихся на единичной площади Ω рабочей поверхности продуктов разрушения с толщиной $0 < Y(N, x) - y \leq y_*$ и длиной $2\tilde{l}_k \leq 2l_*$ определим как

$$I(N, y_*, l_*) = \int_{\Omega} dx \int_{\Omega_x(N, y_*, l_*)} n(0, x, y) [1 - \tilde{p}(N, x, y)] dy$$

$\tilde{p}(N, x, y)$ — вероятность отсутствия разрушения в точке (x, y) после N циклов нагружения, когда поверхность детали описывается уравнением $y = Y(N, x)$. При этом с помощью (2.3.6) (или (2.3.5)) имеем

$$\tilde{p}(N, x, y) = \int_0^{\tilde{l}_{0k}} f(0, x, y, l_0) dl_0 / n(0, x, y).$$

Здесь $\tilde{l}_{0k} = \tilde{l}_{0k}(N, x, y)$ — полудлина трещины в начальный момент времени, которая после N циклов нагружения достигает \tilde{l}_k из (3.1). Далее под износом понимаем условия, при которых

$$(3.3) \quad I(N, y_*, l_*) > I_w,$$

под выкрашиванием —

$$(3.4) \quad I(N, +\infty, +\infty) - I(N, y_*, l_*) \leq I_p.$$

Постоянные l_* , I_w и I_p определяются экспериментально.

В процессе износа поверхность детали перемещается. Очевидно, что перемещение границы тела за ΔN циклов нагружения, вызванное износом и отслаиванием, совпадает с приращением глубины разрушенного слоя материала за это время. Отсюда получим

$$Y(N, x) = m_c^{-1} \int_{\Omega_x} y [1 - \tilde{p}(N, x, y)] dy,$$

$$(3.5) \quad m_c = \int_{\Omega_x} [1 - \tilde{p}(N, x, y)] dy$$

(y_* , входящее в (3.2), находится из (3.3)).

Учитывая локальность разрушения и независимость реализации акта выкрашивания в различных точках материала детали, приходим к выводу о том, что выкрашивание зависит от слабейшего элемента материала. Поэтому вероятность отсутствия выкрашивания $P(N)$ принимает вид

$$P(N) = \min_{x: y \in C\Omega_x} \tilde{p}(N, x, y),$$

где величина y_* определяется из критерия усталостного изнашивания (3.3), а $C\Omega_x$ — дополнение Ω_x до интервала $(-\infty, Y(N, x))$. При этом, очевидно, процесс выкрашивания имеет место при выполнении критерия (3.4).

4. Переменное во времени и стохастическое нагружения. Рассмотрим периодический во времени режим циклического нагружения такой, что амплитуда максимального контактного нагружения принимает значения $\tilde{q}(N) = q_i$ при $kN_0 + n_i < N \leq kN_0 + n_{i+1}$ ($i = 0, \dots, j$). Здесь N_0 — период изменения нагрузки; n_i — неотрицательные числа: $n_0 = 0, n_{j+1} = N_0, k = 0, 1, \dots$

Изложенный выше метод описания контактной усталости распространяется на изучаемый случай. В практически важных ситуациях N_0 пренебрежимо мало в сравнении с количеством циклов нагружения N , за которое линейный износ или вероятность выкрашивания изменяются на ощутимую величину. Поэтому с достаточной точностью можно углы ориентации α_i , соответствующие i -й амплитуде q_i , определять из уравнений (см. (2.1.3))

$$(4.1) \quad k_{2i}(\alpha_i) = 0, \quad i = 0, \dots, j,$$

а результирующий угол распространения трещины α_m — из равенства*

$$\operatorname{tg} \alpha_m = \frac{\sum_{i=0}^j \Delta n_i k_{10i}^{2m} \sin \alpha_i}{\sum_{i=0}^j \Delta n_i k_{10i}^{2m} \cos \alpha_i},$$

$$(4.2) \quad \Delta n_i = n_{i+1} - n_i.$$

Среднее значение Mk_{10} величины k_{10} , которое вместо последней следует использовать всюду в соотношениях пп. 1—3, можно принять в виде

$$(4.3) \quad Mk_{10} = \left\{ \frac{1}{N_0} \left[\left(\sum_{i=0}^j \Delta n_i k_{10i}^{2m} \cos \alpha_i \right)^2 + \left(\sum_{i=0}^j \Delta n_i k_{10i}^{2m} \sin \alpha_i \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/(2m)}.$$

В (4.2) и (4.3) величины k_{10i} вычисляются с помощью углов α_i из (4.1). При непрерывном изменении $\tilde{q}(N)$ суммы в (4.2) и (4.3) заменяются соответствующими интегралами.

При стохастическом распределении $\tilde{q}(t)$ с плотностью вероятности $f_q(t)$ аналогами соотношений (4.1) и (4.3) являются

$$\int_{\Omega_t} k_2(t, \alpha) f_q(t) dt = 0, \quad Mk_{10} = \left[\int_{\Omega_t} k_{10}^{2m}(t) f_q(t) dt \right]^{1/(2m)},$$

где Ω_t — носитель $f_q(t)$; $k_{10}(t)$ и $k_2(t, \alpha)$ — значения коэффициентов k_{10} и k_2 при $\tilde{q} = \tilde{q}(t)$.

Заметим, что если развитие трещин описывается уравнением Пэриса, то при постоянном во времени внешнем нагружении можно показать нереализуемость стационарного износа.

Таким образом, на основании изучения единого механизма развития усталостных трещин впервые сформулирована статистическая модель усталостного износа и выкрашивания, учитывающая исходную загрязненность материала, его трещиностойкость, контактные и остаточные напряжения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кудиш И. И. Контактная задача теории упругости тел с трещинами // ПММ.— 1986.— Т. 50, вып. 6.
2. Кудиш И. И. Контактная задача теории упругости для предварительно напряженных тел с трещинами // ПМТФ.— 1987.— № 2.
3. Спектор А. Г., Зельбет Б. М., Киселева С. А. Структура и свойства подшипниковых сталей.— М.: Металлургия, 1980.
4. Ярема С. Я. Методология определения характеристик сопротивления развитию трещины (трещиностойкости) материалов при циклическом нагружении // Физ.-хим. механика материалов.— 1981.— № 4.
5. Иоанидис Е., Харрис Т. Новая модель усталостной долговечности подшипников качения // Проблемы трения и смазки.— 1985.— Т. 107, № 3.
6. Tanaka T., Sakai T., Okada K. A statistical study of fatigue life distribution based on the coalescence of cracks from surface defects // Trans. JSME. Ser. A.— 1984.— V. 50, N 454.
7. Ichikawa M. Some problems in probabilistic fracture mechanics // Trans. JSME. Ser. A.— 1984.— V. 50, N 456.
8. Kashimura H., Tsushima N. Improvement of rolling contact fatigue life of bearing steels.— S. I., 1984.— (Techn. Pap. Ser./SAE; N 841123).
9. Bowen P., Druce S. G., Knott J. F. Effects of microstructure on cleavage fracture in pressure vessel steel // Acta Metallurgica.— 1986.— V. 34, N 6.
10. Rodriguez Ibabe J. M., Gil Sevillano J. Fatigue crack path in medium — high carbon ferrite-pearlite structures // Advanced Fracture Research: Proc. VIth Intern. conf. fracture (ICF6), New Delhi, 1984.— Oxford e. a., 1984.— N 3.
11. Schaper M., Bösel D. Rasterelektronenmikroskopische in-situ-Untersuchungen der Ermüdungstrissausbreitung in metallischen Werkstoffen // Prakt. Metallographie.— 1985.— Bd 22, N 4.
12. Партон В. З., Морозов Е. М. Механика упругопластичного разрушения.— М.: Наука, 1985.

* Здесь $2m$ — показатель степени в уравнении Пэриса $dl/dN = g_0 k_1^{2m}$, которому подчиняется развитие усталостных трещин.

13. Фоскамп. Изменения в материале под действием контактной нагрузки при качении // Проблемы трения и смазки.— 1985.— Т. 107, № 3.
14. Nakashima H., Maeda K., Tsushima N., Muro H. Application of X-ray measurement to bearing failure analysis.— S. I., 1983.— (Techn. Pap. Ser./SAE; N 830825).
15. Болотин В. В. Статистические методы в строительной механике.— М.: Стройиздат, 1965.
16. Болотин В. В. Энергетический подход к описанию роста усталостных трещин при неоднородном напряженном состоянии // ПМТФ.— 1985.— № 2.
17. Финкель В. М. Физические основы торможения разрушения.— М.: Metallургия, 1977.

г. Москва

Поступила 21/IV 1988 г.,
в окончательном варианте — 7/II 1989 г.

УДК 534.1

В. П. Лебедев, В. М. Родюшкин

МЕТОД ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ НЕОДНОРОДНОСТИ ПОЛЯ ВНУТРЕННИХ ДИНАМИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ УЛЬТРАЗВУКА

Динамическое напряженное состояние элементов машин и конструкций определяют по результатам измерений вибрации на их поверхности. Данные о структуре упругого поля внутри элементов получают путем последующих расчетов [1] на базе известных в теории упругости математических соотношений. Такие методы, основанные на измерениях и расчетах, оправдывают себя при оценке структуры статического и квазистатического упругого поля, но становятся практически непригодными в тех случаях, когда следует принять во внимание волновой характер поля. Однако в технике появляется все больше задач, где именно волновые процессы в машинах и конструкциях составляют предмет исследований [2]. Возникает необходимость поиска новых принципов экспериментальной оценки структуры поля.

1. Обратимся к работам [3, 4], где предложено использовать явление нелинейного взаимодействия упругих волн. Смысл его в том, что плоская монохроматическая ультразвуковая волна, проходя зону достаточно мощного звукового поля, модулируется при этом по фазе. Эффект модуляции накапливается на протяжении всего пути волны в зоне и зависит от направления ее распространения. Таким образом обеспечивается добыча информации о структуре низкочастотного упругого волнового поля внутри элемента конструкции. Общий вид математической связи мгновенного приращения фазы акустического сигнала с динамическими деформациями искомого поля для изотропного твердого тела получен в [3] при условии, что временной масштаб изменения динамических деформаций много больше периода ультразвуковой волны, а амплитуда смещения искомого поля — смещений, вызываемых ультразвуковой волной:

$$(1) \quad \varphi(t) = B \int_0^{z_0'} (\beta \varepsilon'_{11} + \gamma \varepsilon'_{22} + \gamma \varepsilon'_{33}) |_{t=t_0+z'/c} dz',$$

где $B = \omega/(2\rho c^2)$; ω — частота ультразвука; ρ — плотность; c — скорость распространения ультразвука; $\beta = 6\mu + 3\lambda + 4m + 2l$, $\gamma = \lambda + 2l$ — параметры нелинейности материала; μ, λ, l, m, n — константы упругости 2-го и 3-го порядков соответственно; ε'_{ii} — диагональные компоненты тензора деформаций упругого динамического поля.

Ниже рассматривается метод оценки неоднородности поля внутренних динамических напряжений в элементах машин и конструкций, основанный на использовании соотношения (1) и пригодный для практических приложений.