

Рис. 6. Изменение теплоотдачи (а) и поверхностного трения (б) вдоль пластины при различных значениях параметра вдува.

$$(\rho v)_w/(\rho v)_\infty: 1 - 7,2 \cdot 10^{-3}, 2 - 3,6 \cdot 10^{-2}, 3 - 2,4 \cdot 10^{-3},$$

дает достаточно хорошие результаты при анализе процессов свободной и смешанной конвекции.

2. Применение приближения Обербека — Буссинеска для решения задач с горением является неоправданным.

3. Возникающие в пристенном факеле подъемные силы приводят к интенсификации процесса горения, а также увеличению теплоотдачи к поверхности.

Поступила в редакцию 20/VII 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. K. V. Liu, J. R. Lloyd, K. T. Yang. Int. J. Heat and Mass Transfer, 1981, 24, 12.
2. C. N. Liu, T. M. Shih. Trans. ASME. J. Heat Transf., 1980, 102, 4.
3. T. M. Shih, P. G. Pagni. Trans. ASME. J. Heat Transf., 1978, 100, 2.
4. H. Krier, H. Kerzner. AIAA J., 1973, 11, 12.
5. Н. Н. Смирнов. ФГВ, 1982, 18, 5.
6. T. Ahwad, G. M. Faeth. Trans. ASME. J. Heat. Transf., 1978, 100, 4.
7. S. V. Patankar, D. B. Spalding. Heat and Mass Transfer in Boundary Layers. London: Intertext Books, 1970.
8. Г. А. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969.

ВЗРЫВНЫЕ ВОЛНЫ, ГЕНЕРИРОВАННЫЕ ДЕФЛАГРАЦИОННЫМ ГОРЕНИЕМ

В. А. Горев, С. А. Быстров

(Москва)

При аварийных взрывах горючих газов и паров в открытой воздушной атмосфере реализуются такие режимы горения, когда скорость выделения энергии в зоне химической реакции лежит в широком диапазоне значений, причем минимальная величина соответствует ламинарной скорости распространения пламени, а максимальная — детонации. Случаи прямого возникновения детонации маловероятны, и в существующих обзорах по случайным газовым взрывам в неограниченном пространстве нет достоверных сведений о том, чтобы горение переходило в детонацию [1]. Таким образом, дефлаграция — наиболее вероятная, а скорее, единственная форма выделения энергии при аварийных взрывах неограниченных облаков горючих газов.

В последние годы значительное внимание уделено изучению волн давления от расширяющихся с постоянной скоростью сферических пламен [2—6]. Решение задачи, полученное в [2, 3], неудобно тем, что весь диапазон возможных скоростей горения разбит на несколько частей и каждая часть решается различными способами. В [4, 5] численные решения не перекрывают весь диапазон возможных скоростей. В работе [6] получены асимптотические решения, справедливые для малых ско-

ростей горения отдельно в окрестности пламени и вблизи ударного фронта, однако полное аналитическое решение не найдено, так как авторы не указывают, где они сшиваются. В реальных условиях скорость горения не является постоянной величиной, и, конечно, форма пламени далека от сферической. Однако перепад давления во взрывной волне, вычисленный для постоянной скорости сферического пламени, часто дает оценку сверху для максимального давления в реальных ситуациях, если эта постоянная скорость равна наибольшей скорости горения во время взрыва.

В данной работе аналитически решается задача о течении газа перед сферическим фронтом горения, распространяющимся с постоянной скоростью, а продукты взрыва можно считать неподвижными. Попутно будет решена задача и для цилиндрического пламени, ограниченного сверху и снизу жесткими плоскостями. Уравнения движения газа в этих случаях имеют вид [7]

$$\begin{aligned} \rho_t + (u\rho)_r + ku\rho/r &= 0, \\ u_t + uu_r &= -1/\rho \cdot p_r, \\ S_t + uS_r &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где ρ , u , S — плотность, скорость и энтропия газа; t — время; r — расстояние от центра или от оси симметрии. Движение газа в данных условиях должно быть автомодельным [6]. Буквенные индексы означают дифференцирование по указанной переменной, $k=1$ или 2 для случая цилиндрической и сферической симметрии соответственно. После введения новых переменных $x = r/D_y t$, $y = u/D_y$, $z = (a/D_y)^2$, где D_y — скорость головного ударного фронта, a — скорость звука, система уравнений (1) может быть представлена в виде

$$\frac{dx}{dy} = \frac{x[(x-y)^2 - z]}{kyz}, \quad (2)$$

$$\frac{dz}{dy} = (\gamma - 1)(x - y), \quad (3)$$

где γ — показатель изэнтропы.

Уравнения (2), (3) описывают движение газа, вызванное как пламенем, так и поршнем, расширяющимся с постоянной скоростью. Задачу о сферическом поршне впервые численно решил Тейлор [8]. Он же привел аналитическое решение в акустическом приближении

$$\frac{u}{a_0} = \frac{\alpha^3}{1 - \alpha^2} \left[\left(\frac{a_0 t}{r} \right)^2 - 1 \right], \quad (4)$$

$$\frac{\Delta p}{p_0} = \frac{2\gamma\alpha^3}{1 - \alpha^2} \left(\frac{a_0 t}{r} - 1 \right), \quad (5)$$

где $\alpha = u_{\pi}/a_0$; u_{π} — скорость поршня; a_0 — скорость звука в невозмущенном газе. При малых скоростях поршня ($\alpha \ll 1$) распределение скорости (4) хорошо согласуется с точным решением. В то же время приближенное решение (5) и численное решение для $\Delta p/p_0$ значительно различаются вблизи поршня. Кроме того, передней границей течения газа впереди поршня является ударный фронт, а в акустическом решении ударные волны отсутствуют.

Рассмотрим сначала задачу о твердом непроницаемом поршне. Граничные условия на ударном фронте имеют вид

$$x_y = 1,$$

$$y_y = \frac{2}{\gamma + 1} \left(1 - \frac{1}{M_y^2} \right) = \delta,$$

$$z_y = \frac{1}{\gamma + 1} \left(\gamma - 1 + \frac{2}{M_y^2} \right) \left(2\gamma - \frac{\gamma - 1}{M_y^2} \right) = 1 - \frac{3 - \gamma}{2} \delta - \frac{\gamma - 1}{2} \delta^2,$$

где $M_y = D_y/a_0$. На поршне $x_{\pi} = y_{\pi} = \beta$.

Если ограничиться небольшими скоростями пламени, то и интенсивность ударного фронта, характеризуемая величиной δ , будет мала. Попробуем представить решение системы (2), (3) с помощью ряда по степеням малого параметра δ . Ограничимся линейными по δ членами

$$y = \delta y_1, \quad (6)$$

$$z = 1 + \delta z_1. \quad (7)$$

Подстановка (6) и (7) в уравнение (2) дает

$$k \frac{dx}{dy_1} = \frac{x(x^2 - 1)}{y_1}, \quad (8)$$

отсюда

$$x = \frac{1}{\sqrt{1 + C y_1^{2/k}}}. \quad (9)$$

Выражение (9) хорошо соответствует точному решению около поршня, в то время как в окрестности ударного фронта при $x = 1$ это решение непригодно, так как приближенное уравнение (8) имеет особенность при $x = 1$ из-за отбрасывания членов порядка δ и выше. В результате величина скорости здесь стремится к нулю. Исходная система (2), (3) особенности при $x = 1$ не имеет, и скорость на ударном фронте равна δ . Чтобы сделать решение (9) пригодным во всей области между поршнем и ударным фронтом, подправим уравнение (8) так, что в окрестности $x = 1$ оно сохраняло бы для значений скорости и скорости звука члены с точностью до δ , а в окрестности поршня решение этого подправленного уравнения должно стремиться к (9). Для этой цели сделаем такую замену переменных, чтобы уравнение (8) стало однородным по координате. Очевидно, этому требованию удовлетворяет замена

$$x = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi}}, \quad \xi = \frac{4}{x^2} - 1, \quad (10)$$

причем на ударном фронте $\xi_y = 0$, а на поршне $\xi_n = (1/\beta^2) - 1$. Перепишем систему (2), (3), используя замену (10):

$$-\frac{k}{2} \frac{d\xi}{dy} = \frac{(1 - y \sqrt{1 + \xi})^2 - z(1 + \xi)}{yz}, \quad (11)$$

$$\frac{dz}{dy} = (\gamma - 1) \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \xi}} - y \right). \quad (12)$$

Если теперь в эту систему подставить (6) и (7), то в первом приближении (11) дает

$$\frac{d\xi}{dy_1} = \frac{2}{k} \frac{\xi}{y_1}. \quad (13)$$

Из вывода уравнения (13) следует, что оно, как и (8), справедливо у поршня, а из вида его нетрудно заметить, что любое растяжение координаты ξ , например

$$\xi = \delta \xi_1, \quad (14)$$

сохраняет вид этого уравнения. Будем искать решение вблизи ударного фронта, учитывая члены порядка δ . Для этого в систему (11), (12) подставим (6), (7) и (14) и получаем

$$\frac{k}{2} \frac{d\xi_1}{dy_1} = \frac{2y_1 + z_1 + \xi_1}{y_1}, \quad (15)$$

$$\frac{dz_1}{dy_1} = \gamma - 1. \quad (16)$$

Из (16) и граничных условий на ударном фронте следует

$$z_1 = (\gamma - 1)y_1 - (\gamma + 1)/2. \quad (17)$$

В результате использования (17) уравнение (15) принимает вид

$$\frac{k}{2} \frac{d\xi_1}{dy_1} = \frac{\xi_1}{y_1} + \frac{(\gamma+1) \left(y_1 - \frac{1}{2}\right)}{y_1}.$$

Умножив последнее выражение на δ , получим

$$\frac{d\xi}{dy_1} = \frac{2\xi}{ky_1} + \frac{2(\gamma+1)}{ky_1} \delta \left(y_1 - \frac{1}{2}\right). \quad (18)$$

Из сравнения этого уравнения с (13) видно, что первый член правой части дает вклад в описание распределения скорости во всей области ее изменения, а второй существен только в окрестности ударного фронта. Таким образом, уравнение (18) должно дать решение задачи для скорости газа.

Рассмотрим случай цилиндрической симметрии ($k=1$). Уравнение (18) с учетом граничных условий на ударном фронте дает

$$\xi = \frac{3}{2}(\gamma+1)\delta y_1^2 + 2(\gamma+1)\delta \left(\frac{1}{4} - y_1\right)$$

или

$$x = \frac{1}{\sqrt{1 + (\gamma+1) \left[\frac{3}{2} \frac{y^2}{\delta} + 2 \left(\frac{\delta}{4} - y \right) \right]}}, \quad (19)$$

или

$$y = \frac{2}{3} \delta \left[1 + \sqrt{\frac{3 \left(\frac{1}{x^2} - 1 \right)}{2\delta(\gamma+1)} + \frac{1}{4}} \right]. \quad (20)$$

На поршне $y_n = x_n = \beta$, поэтому

$$\beta = \frac{2}{3} \delta \left[1 + \sqrt{\frac{3 \left(\frac{1}{\beta^2} - 1 \right)}{2\delta(\gamma+1)} + \frac{1}{4}} \right].$$

Таким образом, получена связь интенсивности ударной волны со скоростью поршня

$$\delta = \left[\frac{1}{\beta^2} - 1 + 2\beta \right] - \sqrt{\left(\frac{1}{\beta^2} - 1 + 2\beta \right)^2 - 3\beta^2}. \quad (21)$$

Для малых β ($\beta < 1$, $M_\gamma - 1 \ll 1$, $\beta \approx \alpha = u_n/a_0$) $\delta = \frac{3}{2}(\gamma+1)\alpha^4$ или $M_\gamma = 1 + \frac{3}{8}(\gamma+1)^2\alpha^4$, что точно соответствует решению, полученному Лайтхилом с помощью метода деформированных координат [9].

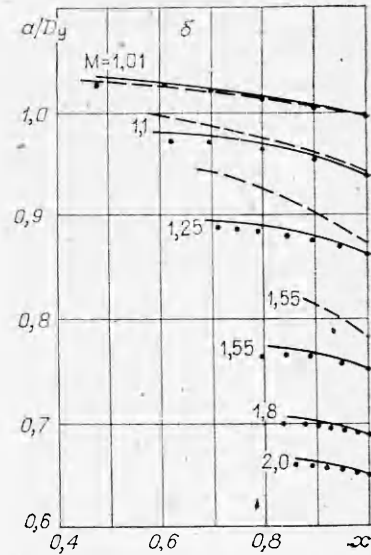
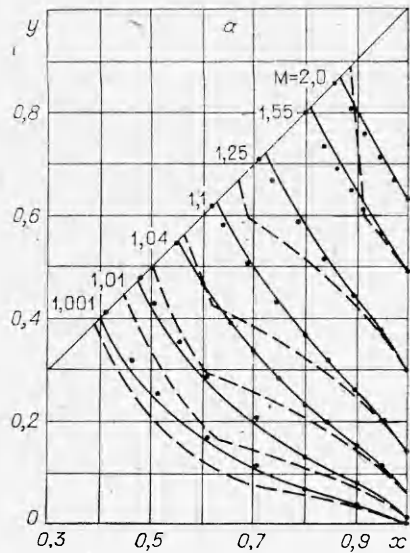
Распределение скорости звука определяется из (9) и (19)

$$\frac{dz}{dy} = (\gamma-1) \left[\frac{1}{\sqrt{1 + (\gamma+1) \left[\frac{3}{2} \frac{y^2}{\delta} + 2 \left(\frac{\delta}{4} - y \right) \right]}} - y \right].$$

Последнее уравнение решается с учетом граничных условий на ударном фронте

$$z = 1 - \frac{3-\gamma}{2} \delta + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} A \ln \left[\frac{\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2} - 1 + \frac{1}{4} A^2}}{1 + \frac{1}{2} A} \right] + \frac{\gamma-1}{2(\gamma+1)^2} A^4 \left[1 + \frac{1}{A} \sqrt{\frac{1}{x^2} - 1 + \frac{1}{4} A^2} \right]^2, \quad (22)$$

где $A = \sqrt{2\delta(\gamma+1)/3}$.



Для случая сферического поршня ($k=2$) решение (18) дает

$$x = \frac{1}{\sqrt{1 + (\gamma + 1) \left(y \ln y / \delta - \frac{y - \delta}{2} \right)}}. \quad (23)$$

Если подставить эту связь между скоростью газа и координатой в уравнение (3), то получим уравнение для определения распределения скорости звука. Однако проинтегрировать его в элементарных функциях не удастся. По этой причине в (3) подставим приближенную связь (9), которая с учетом граничных условий на поршне имеет вид

$$x = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1 - \beta^2}{\beta^3} y}}.$$

В результате интегрирования и учета граничных условий на ударном фронте получается связь между скоростью звука и скоростью газа в области течения

$$z = 1 - \frac{3 - \gamma}{2} \delta + (\gamma - 1) \left[\frac{2\beta^3}{1 - \beta^2} \left(\sqrt{1 + \frac{1 - \beta^2}{\beta^3} y} - \sqrt{1 + \frac{1 - \beta^2}{\beta^3} \delta} \right) - \frac{y^2}{2} \right]. \quad (24)$$

Если в выражение (23) подставить условия на поршне $x_n = y_n = \beta$, то получим связь между скоростью поршня и интенсивностью ударной волны для сферической волны

$$\frac{\delta}{\beta} = \exp \frac{1}{2} \left(\frac{\delta}{\beta} - 1 \right) \exp \left[- \frac{1}{\gamma + 1} \left(\frac{1 - \beta^2}{\beta^3} \right) \right]. \quad (25)$$

При $\beta \ll 1$ можно считать, что $\beta = \alpha = u_n / a_0$, тогда

$$\delta = \alpha \exp \left(- \frac{1}{2} \right) \exp \left[- \frac{1 - \alpha^2}{(\gamma + 1) \alpha^3} \right], \quad (26)$$

$$\frac{\Delta p_z}{p_0} = \gamma \alpha \exp \left(- \frac{1}{2} \right) \exp \left[- \frac{1 - \alpha^2}{(\gamma + 1) \alpha^3} \right]. \quad (27)$$

Для определения давления на поршне для малых скоростей его расширения достаточно в (24) отбросить члены с δ и учесть, что течение между поршнем и ударным фронтом изэнтропическое и скорость звука свя-

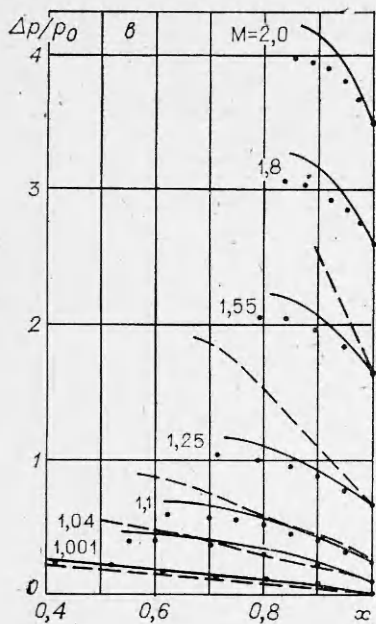


Рис. 1. Распределение скорости газа (а); звука (б) и избыточного давления (в) между сферическим поршнем и ударным фронтом.

зана с давлением соотношением

$$\frac{p}{p_0} = \frac{p_y}{p_0} \left(\frac{z}{z_y} \right)^{\gamma/\gamma-1} \quad (28)$$

После алгебраических выкладок получим давление на поршне

$$\frac{\Delta p_{\Pi}}{p_0} = \frac{2\gamma\alpha^2}{1+\alpha} \frac{3-\alpha}{4} \quad (29)$$

Это выражение лучше соответствует численному решению для $\alpha \ll 1$, чем акустическое решение (5).

Таким образом, получено решение задачи о течении газа перед равномерно расширяющимся сферическим и цилиндрическим поршнем. Процедура вычисления

всех величин может выглядеть, например, так:

- 1) задается интенсивность ударной волны M_y или δ ;
- 2) по выражению (19) или (23) определяем распределение скорости газа между ударным фронтом ($x_y = 1, y = \delta$) и поршнем ($x_{\Pi} - y_{\Pi} = \beta$), для чего задаемся значением скорости газа ($y > \delta$), и по (19) или (23) определяем соответствующую координату x . Так действуем до момента, пока y и x сравниваются, что означает условие на поршне;
- 3) выражения (22) и (24) дают распределение скорости звука в газе, а (28) определяет величину давления между поршнем и ударной волной. Давление на ударном фронте связано с числом Маха известным соотношением

$$p_y/p_0 = \left(1 + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) M_y^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \quad (30)$$

Сравнение распределений скорости газа, скорости звука и давления, определенных в данной работе, с численным решением самих авторов (сплошные линии) показано на рис. 1—2, а на рис. 1 нанесены расчеты по результатам работы [6] (штриховые линии). Из рис. 1 видно, что

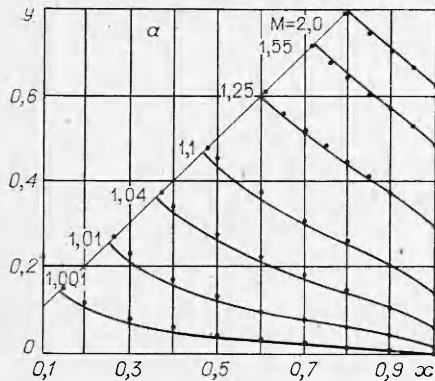
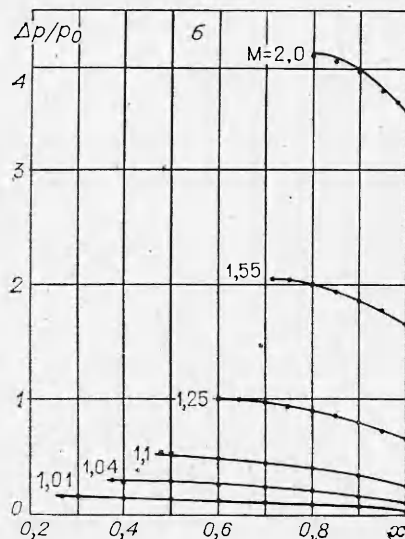


Рис. 2. Распределение скорости газа (а) и профиль избыточного давления (б) между цилиндрическим поршнем и ударным фронтом.



решение для скорости газа, полученное в [6], количественно и качественно отличается от точного уже при $M_y > 1,01$, а для скорости звука и давления при $M_y > 1,1$. Результаты настоящей работы дают хорошее совпадение с численным решением при $\beta = 0 \div 0,9$ ($M_y = 2$). Для $\beta \leq 0,2$ данное решение совпадает с акустическим.

Чтобы перейти к горению, необходимо учесть проницаемость пламени. При горении с постоянной скоростью имеем

$$w = u_r + s_n,$$

где s_n — скорость горения по частицам газа; u_r — скорость газа перед фронтом пламени; w — видимая скорость пламени. Если продукты горения остаются неподвижными, справедливо соотношение

$$u_r = w(\sigma - 1)/\sigma,$$

где $\sigma = \rho_2/\rho_1$ — расширение газа при сгорании.

При горении обычных углеводородовоздушных смесей с постоянной скоростью продукты сгорания можно считать неподвижными, пока скорость горения не будет соответствовать числу Маха ударной волны $M_y \approx 2$ [3]. Кроме того, следует отметить, что, хотя величина σ зависит от скорости горения, комбинация $(\sigma - 1)/\sigma$ практически не изменяется в пределах изучаемых скоростей горения. В дальнейших вычислениях можно считать $(\sigma - 1)/\sigma = (\sigma_0 - 1)/\sigma_0$, где σ_0 — расширение газа при горении с минимальной скоростью.

Если учесть проницаемость пламени, то при $x_n = \beta$ перед фронтом $u_r = \frac{\sigma_0 - 1}{\sigma_0} \beta$. С учетом этого обстоятельства выражение (25) принимает вид

$$\frac{\delta}{\beta} = \frac{\sigma_0 - 1}{\sigma_0} \exp \frac{1}{2} \left(\frac{\delta \sigma_0}{\beta(\sigma_0 - 1)} - 1 \right) \exp \frac{\sigma_0}{\sigma_0 - 1} \left[\frac{\beta^2 - 1}{(\gamma + 1) \beta^3} \right].$$

Порядок вычисления всех величин такой же, как и в случае поршня. Состояние продуктов сгорания можно определить, согласно [2, 3] или [40], после чего задача о сферической дефлаграции решена.

Приведем конкретный пример расчета для случая сферического поршня и $\gamma = 1,4$.

Первый вариант. Задана интенсивность ударного фронта $M_y = 1,1$. Значения остальных величин на ударном фронте определяем через число Маха по выражениям, приведенным в тексте. Они имеют следующие значения: $\delta = 0,145$, $z_y = 0,88$, $p_y/p_0 = 1,245$. По формуле (23) строим профиль скорости газа. Расчет начинаем с ударного фронта, затем увеличиваем y , определяем соответствующее значение x до тех пор, пока x не будет равно y (это произойдет на поверхности поршня). Если нужно рассчитать течение перед пламенем, то расчет ведется до того значения x , где $y = \frac{\sigma_0 - 1}{\sigma_0} x$. При известном профиле скорости можно по формулам (24) и (28) найти распределение скорости звука в газе и профиль давления. Результаты вычислений сведены в таблицу.

Второй вариант. Задана скорость поршня $\alpha = u_n/u_0$. Используя равенство $\beta = \alpha/M_y$ и выражение (25), получим связь между α и интенсивностью ударного фронта (δ, M_y).

y	x	$z^{1/2}$	p/p_0
0,145	1	0,938	1,245
0,2	0,958	0,946	1,319
0,3	0,864	0,957	1,432
0,4	0,774	0,965	1,516
0,5	0,696	0,97	1,569
0,600	0,632	0,972	1,591
0,6205	0,6205	0,972	1,592

Определив интенсивность ударного фронта, приходим к первому варианту расчета. В случае цилиндрической симметрии схема действия остается той же самой.

Итак, в работе дан новый метод определения параметров взрывных волн при дефлаграционном горении со сферической и цилиндрической

(одномерный случай) симметрией. Преимущество этого метода состоит в том, что он позволяет вести расчет течения газа в широком диапазоне скоростей пламени: от минимальных, соответствующих ламинарному горению, до ~ 500 м/с.

Поступила в редакцию 11/VII 1983,
после доработки — 20/I 1984

ЛИТЕРАТУРА

1. R. A. Strehlow, W. E. Baker. Prog. Energy and Comb. Sci., 1976, 2, 27.
2. В. А. Горев, С. Н. Мирошников, Я. К. Трошин. ФГВ, 1979, 15, 2, 73.
3. В. А. Горев, С. Н. Мирошников, Я. К. Трошин. ФГВ, 1980, 16, 2, 132.
4. L. M. Cohen e. a. Comb. Flame, 1975, 24, 319.
5. A. L. Kuhl e. a. 14-th Symp. (Intern.) on Combustion, 1973.
6. С. М. Guirao, G. G. Bach, J. H. Lee. Comb. Flame, 1976, 27, 3, 341.
7. Л. Н. Седов. Методы подобия и размерности в механике. М.: Гостехиздат, 1957.
8. G. I. Taylor. Proc. Roy. Soc., 1946, 186 A, 1004, 273.
9. А. Найфа. Методы возмущений. М.: Мир, 1976.
10. К. И. Щелкин, Я. К. Трошин. Газодинамика горения. М.: Изд-во АН СССР, 1968.

ГОРЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОГО ТОПЛИВА В ПОТОКЕ ГАЗООБРАЗНОГО ОКИСЛИТЕЛЯ

Н. И. Зверев, Н. Н. Смирнов

(Москва)

Исследования химически реагирующих газовых потоков при их взаимодействии с термически разрушающимися поверхностями проводились особенно широко в последние 15—20 лет [1—5]. Эти исследования требуют сопряженного решения динамической тепловой и диффузионной задач с учетом уравнений химической кинетики и переменности теплофизических свойств среды с распределенными параметрами. Картина усложняется из-за термохимического разрушения поверхности, при котором пары горючих веществ, составляющих материал поверхности, диффундируют в пограничный слой и химически реагируют с внешним потоком.

В настоящее время накоплен значительный экспериментальный материал по горению твердых [3, 5] и жидких топлив с различными теплофизическими свойствами [2, 4], но почти во всех теоретических исследованиях движением в слое топлива пренебрегается [1—3]. Только в [5] сделана попытка приближенно учесть движение поверхностного расплава. Немаловажным фактором в рассматриваемых процессах является скорость протекания химической реакции, которая в системах с распределенными параметрами определяется не только кинетикой, но и диффузией реагирующего вещества к зоне реакции.

В настоящей работе исследуется горение плоской поверхности жидкого топлива в потоке окислителя при отсутствии продольного градиента давления. Задача решается в рамках теории пограничного слоя. Вблизи поверхности топлива в газе возникает пограничный слой, внутри которого протекают экзотермические химические реакции между парами топлива и окислителя. В результате горения в пограничном слое в газе выделяется энергия. Тепло передается в слой горючего, которое, испаряясь, поступает в результате диффузии в пограничный слой, где вступает в реакцию с окислителем. Постоянно поступающее от газовой фазы тепло прогревает топливо, и вблизи поверхности раздела фаз в жидкости образуется температурный пограничный слой. Сила трения, возникающая на поверхности раздела из-за наличия градиента скорости, вовлекает в движение частицы жидкости. Из-за боль-