

УДК 532.529

МИГРАЦИЯ ГРАНУЛЫ В НЕОДНОРОДНОМ БЫСТРООСЦИЛЛИРУЮЩЕМ ПОЛЕ СКОРОСТИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

И. В. Деревич

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,
105005 Москва, Россия
E-mail: DerevichIgor@gmail.com

Методом осреднения по быстрым осцилляциям скорости Крылова — Боголюбова получена замкнутая система уравнений для расчета дрейфа инерционной тяжелой гранулы в неоднородном поле скорости несущей жидкости. Представлены точные аналитические решения и проведено их сравнение с результатами численного решения уравнений движения гранулы. Исследовано влияние инерции гранулы, ускорения массовых сил и частоты колебаний на динамику гранулы в неоднородном осциллирующем поле скорости жидкости.

Ключевые слова: осреднение по быстрым осцилляциям, миграция, дрейф, инерция гранулы, частота колебаний.

ВВЕДЕНИЕ

Флуктуирующие силовые поля с неоднородной в пространстве амплитудой встречаются в природе и широко используются в технике. Сила вязкого трения, действующая на частицы в турбулентных потоках с градиентом осредненной скорости, а также сила трения, возникающая при прохождении высокочастотных звуковых колебаний в жидкости, обуславливают процессы миграции частиц, их кластеризацию и коагуляцию [1–5]. Осциллирующие неоднородные электрические и гидродинамические поля в пылевой плазме позволяют управлять процессом переноса гранулированной примеси [6, 7].

В неоднородных турбулентных потоках на частицы действует миграционная сила, направление которой противоположно направлению градиента турбулентной энергии течения [1–4]. В теории турбулентных двухфазных потоков миграционная сила появляется в уравнении баланса массы примеси в результате осреднения по ансамблю случайных флуктуаций скорости частиц (см., например, [2–4]). При этом исследование процесса миграции частиц в неоднородных потоках затруднено вследствие использования процедуры статистического осреднения. В теории пылевой плазмы переменность амплитуды быстроосциллирующего электрического поля также приводит к возникновению дрейфа дисперсной фракции [6, 7]. В работе [7] методом осреднения по быстрым осцилляциям неоднородного электрического поля получена система уравнений динамики гранул пылевой плазмы с учетом их дрейфа, обусловленного неоднородностью поля.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 11-08-00645-а).

© Деревич И. В., 2014

Настоящая работа посвящена исследованию процесса дрейфа гранул в неоднородном быстроосциллирующем поле скорости жидкости. Результаты работы могут быть использованы, в частности, для прогнозирования поведения гранул пылевой плазмы с учетом вязкости среды. На основе метода осреднения по быстрым осцилляциям Крылова — Боголюбова [8] получена замкнутая система уравнений динамики одиночной гранулы с учетом эффективного дрейфа, обусловленного неоднородностью амплитуды флуктуаций скорости жидкости. Найдены аналитические решения, которые сопоставляются с результатами численного решения системы уравнений динамики гранул. Исследовано влияние инерции, величины массовой силы и частоты осцилляций скорости среды на динамику перемещения гранул.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОДНОРОДНЫЕ ОСЦИЛЛЯЦИИ

1.1. Уравнение движения гранулы в вязкой среде. В данной работе используется одномерная форма уравнений движения. Это правомерно, когда ось x направлена вдоль направления существенного изменения амплитуды скорости среды. Система обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих движение инерционной гранулы с учетом силы вязкого трения и силы тяжести, имеет вид

$$\frac{dV(t)}{dt} = \frac{1}{\tau} [U(X(t), t) - V(t)] + g; \quad (1)$$

$$\frac{dX(t)}{dt} = V(t). \quad (2)$$

Здесь $V(t)$, $X(t)$ — скорость и координата гранулы; g — ускорение свободного падения; $U(x, t)$ — скорость несущего потока; x — координата точки пространства; τ — время динамической релаксации гранулы.

Время динамической релаксации гранулы τ связано с массой частицы и силой вязкого сопротивления сплошной среды и рассчитывается по формуле

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{\rho_p}{\rho_g} \frac{d_p}{C_D |V - U|},$$

где d_p — диаметр гранулы; ρ_g , ρ_p — плотности газа и материала гранулы; C_D — коэффициент сопротивления, зависящий от числа Рейнольдса обтекания гранулы.

При малых числах Рейнольдса обтекания гранулы (режим Стокса) время динамической релаксации не зависит от модуля относительной скорости гранулы и сплошной среды. В общем случае время релаксации — эмпирическая нелинейная функция относительной скорости гранулы. Целью настоящей работы является исследование процесса миграции гранулы в неоднородном флуктуирующем поле скорости несущей среды. Поэтому время релаксации будем считать постоянной величиной. Реальное значение времени релаксации может быть уточнено в процессе итераций.

Начальные условия для системы уравнений (1) имеют вид

$$V(0) = V_0, \quad X(0) = X_0. \quad (3)$$

В интегральном виде система уравнений (1), (2) с начальными условиями (3) записывается следующим образом:

$$V(t) = V_0 e^{-t/\tau} + \tau g (1 - e^{-t/\tau}) + \frac{1}{\tau} \int_0^t e^{-(t-s)/\tau} U(X(s), s) ds; \quad (4)$$

$$X(t) - X_0 = \tau V_0(1 - e^{-t/\tau}) + \tau g[t + \tau(1 - e^{-t/\tau})] + \int_0^t (1 - e^{-(t-s)/\tau}) U(X(s), s) ds. \quad (5)$$

При достаточно больших временах ($t \gg \tau$) и постоянной скорости жидкости $U(x, t) = U_0$ стационарная скорость гранулы равна $V = \tau g + U_0$. Координата гранулы представляет собой сумму длины инерционного пробега, зависящей от начальной скорости, и перемещения (со стационарной скоростью) гранулы $X(t) - X_0 = \tau V_0 + Vt$.

1.2. Однородное осциллирующее поле скорости. Рассмотрим случай, когда начальная скорость и начальная координата гранулы равны нулю: $V_0 = 0$, $X_0 = 0$ и движение происходит в отсутствие массовой силы: $g = 0$. Для однородной в пространстве жидкости, скорость которой осциллирует во времени: $U(t) = U_0 e^{i\omega t}$ (ω — частота осцилляций), скорость гранулы определяется по формуле (4):

$$V(t) = \frac{U_0}{1 + i\omega\tau} (e^{i\omega t} - e^{-t/\tau}).$$

Отсюда следует, что при $t \gg \tau$ устанавливается колебательный режим движения:

$$V(t) = \frac{U_0 e^{i\omega t}}{1 + i\omega\tau}.$$

Квадрат модуля флуктуаций скорости гранулы равен

$$|V|^2 = V(t)V^*(t) = \frac{(U_0)^2}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (6)$$

(звездочка обозначает комплексное сопряжение).

Из формулы (6) следует, что гранула совершает установившиеся колебания с частотой, равной частоте колебаний скорости несущей среды, но с меньшей амплитудой. При больших временах ($t \gg \tau$) смещение гранулы согласно (5) равно

$$X(t) = \frac{U_0}{i\omega} \left(1 - \frac{e^{i\omega t}}{1 + i\omega\tau}\right).$$

Также устанавливается колебательный режим перемещения гранулы. Квадрат координаты гранулы равен

$$|X(t)|^2 = X(t)X^*(t) = \frac{2 + (\omega\tau)^2 - 2[\omega\tau \sin(\omega t) + \cos(\omega t)]}{1 + (\omega\tau)^2} \frac{(U_0)^2}{\omega^2}.$$

Средний за период $T = 2\pi/\omega$ квадрат модуля амплитуды смещения гранулы рассчитывается по формуле

$$\langle |X|^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T |X(t)|^2 dt = \frac{2 + (\omega\tau)^2}{1 + (\omega\tau)^2} \frac{(U_0)^2}{\omega^2}.$$

Для гранул с малой инерцией ($\omega\tau \ll 1$) квадрат модуля перемещения гранулы стремится к величине $\langle |X|^2 \rangle = 2(U_0)^2/\omega^2$. Для гранул, обладающих большой инерцией ($\omega\tau \gg 1$), квадрат модуля перемещения отличен от нуля: $\langle |X|^2 \rangle = (U_0)^2/\omega^2$. Заметим, что полученные результаты справедливы для установившегося режима $t \gg \tau$.

2. НЕОДНОРОДНОЕ ПОЛЕ СКОРОСТИ ЖИДКОСТИ

2.1. Неоднородное осциллирующее поле скорости. Осреднение по быстрым осцилляциям. Зададим неоднородное в пространстве поле скорости несущей среды в виде

$$U(x, t) = U_0[1 + f(x) \sin(\omega t)].$$

Тогда уравнение для скорости гранулы (1) принимает вид

$$\frac{dV(t)}{dt} = \frac{1}{\tau} \{U_0[1 + f(X(t)) \sin(\omega t)] - V(t)\} + g. \quad (7)$$

Исключив из уравнений (7), (2) скорость гранулы, получаем уравнение для ее координаты

$$\frac{d^2X(t)}{dt^2} = \frac{1}{\tau} \left(U_0[1 + f(X(t)) \sin(\omega t)] + \tau g - \frac{dX(t)}{dt} \right), \quad (8)$$

решение которого будем искать в виде

$$X(t) = \langle X(t) \rangle + \xi(t) \sin(\omega t) + \eta(t) \cos(\omega t). \quad (9)$$

Коэффициенты ξ и η в формуле (9) меняются существенно медленнее, чем поле скорости несущей среды. Эти коэффициенты определяются ниже.

Уравнение (8) с учетом аппроксимации (9) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2\langle X \rangle}{dt^2} - \omega^2[\xi \sin(\omega t) + \eta \cos(\omega t)] = \\ = \frac{1}{\tau} \left[U_0[1 + f(\langle X \rangle + \xi \sin(\omega t) + \eta \cos(\omega t)) \sin(\omega t)] + \tau g - \right. \\ \left. - \left(\frac{d\langle X \rangle}{dt} + \omega \xi \cos(\omega t) - \omega \eta \sin(\omega t) \right) \right]. \quad (10) \end{aligned}$$

Для уравнения (10) используем процедуру линеаризации амплитуды $f(x)$ по малым флуктуирующим смещениям гранулы:

$$f(\langle X \rangle + \xi \sin(\omega t) + \eta \cos(\omega t)) \approx f(\langle X \rangle) + \frac{df(\langle X \rangle)}{dx} [\xi \sin(\omega t) + \eta \cos(\omega t)]. \quad (11)$$

Подставляя выражение (11) в уравнение (10), получаем уравнение для определения неизвестных коэффициентов ξ и η

$$\begin{aligned} \frac{d^2\langle X \rangle}{dt^2} - \omega^2[\xi \sin(\omega t) + \eta \cos(\omega t)] = \\ = \frac{1}{\tau} \left[U_0 \left(1 + f(\langle X \rangle) \sin(\omega t) + \frac{df(\langle X \rangle)}{dx} [\xi \sin(\omega t) + \eta \cos(\omega t)] \sin(\omega t) \right) + \tau g - \right. \\ \left. - \left(\frac{d\langle X \rangle}{dt} + \omega \xi \cos(\omega t) - \omega \eta \sin(\omega t) \right) \right]. \quad (12) \end{aligned}$$

Приравнявая в уравнении (12) слагаемые с $\sin(\omega t)$ и $\cos(\omega t)$, находим выражения для коэффициентов ξ и η

$$\xi = -\frac{\tau U_0 f(\langle X \rangle)}{1 + (\omega \tau)^2}, \quad \eta = -\frac{U_0 f(\langle X \rangle)}{\omega [1 + (\omega \tau)^2]}.$$

Уравнение, описывающее дрейф гранулы, получается путем осреднения уравнения (12) по периоду колебаний T :

$$\frac{d^2\langle X \rangle}{dt^2} = \frac{1}{\tau} \left[U_0 \left(1 - \frac{\tau}{2} U_0 \frac{df(\langle X \rangle)}{dx} \frac{f(\langle X \rangle)}{1 + (\omega \tau)^2} \right) + \tau g - \frac{d\langle X \rangle}{dt} \right]. \quad (13)$$

Миграция гранулы — результат действия инерции. С одной стороны, вследствие инерции гранула попадает из области с высоким уровнем флуктуаций скорости среды в область с низким уровнем, с другой — инерция гранулы препятствует ее возвращению в область с более высоким уровнем пульсационной энергии несущей фазы. Процесс миграции гранулы в неоднородном быстроосциллирующем поле является результатом осреднения по многим периодам флуктуаций скорости несущей среды при $t \gg T$.

В зависимости от значения критерия Стокса $St = \tau/T$ (время динамической релаксации рассчитывается по формуле Стокса) гранулы можно разделить на две группы. В случае гранул с малой инерцией ($St \ll 1$) скорость миграции существенно уменьшается. В случае гранул со значительной инерцией ($St \gg 1$) процесс миграции прекращается, так как движение частиц этой группы слабо зависит от флуктуаций скорости несущей среды. Процесс миграции имеет место при $St \approx 1$.

Влияние начального значения скорости гранулы исчезает за время порядка времени динамической релаксации (4), поэтому вклад начальных условий в процесс миграции незначителен.

2.2. Дрейф гранулы в неоднородном осциллирующем поле скорости. Из формулы (13) можно получить систему уравнений движения гранулы с учетом дрейфа в результате неоднородности флуктуаций скорости жидкости:

$$\frac{d\langle V(t) \rangle}{dt} = \frac{1}{\tau} \left(U_0 - \frac{\tau}{4} \frac{(U_0)^2}{1 + (\omega\tau)^2} \frac{df^2(x)}{dx} \Big|_{x=\langle X(t) \rangle} + \tau g - \langle V(t) \rangle \right); \quad (14)$$

$$\frac{d\langle X(t) \rangle}{dt} = \langle V(t) \rangle. \quad (15)$$

Из уравнения (14) следует, что в неоднородном осциллирующем поле скорости среды появляется эффективная сила, направленная в сторону уменьшения энергии колебательного движения гранулы (см. (6)). Максимум этой силы достигается при времени релаксации $\omega\tau = 1$. Для гранул с большой ($\omega\tau \gg 1$) и малой ($\omega\tau \ll 1$) инерцией сила миграции существенно уменьшается.

Начальные условия для системы уравнений (14), (15) получаются следующим образом. Актуальная координата гранулы (9) равна

$$X(t) = \langle X(t) \rangle - \frac{\tau U_0 f(\langle X(t) \rangle)}{2[1 + (\omega\tau)^2]} \sin(\omega t) - \frac{U_0 f(\langle X(t) \rangle)}{\omega[1 + (\omega\tau)^2]} \cos(\omega t). \quad (16)$$

Начальное значение для осредненной координаты гранулы следует из формулы (16) и условий (3):

$$\langle X(0) \rangle \approx X_0 + \frac{U_0 f(X_0)}{\omega[1 + (\omega\tau)^2]}. \quad (17)$$

Актуальная скорость гранулы рассчитывается по формулам (2), (16):

$$V(t) \approx \langle V(t) \rangle - \frac{U_0 f(\langle X(t) \rangle)}{1 + (\omega\tau)^2} [\tau\omega \cos(\omega t) - \sin(\omega t)]. \quad (18)$$

Начальное условие для осредненной скорости гранулы можно получить из выражения (18) и условий (3):

$$\langle V(0) \rangle \approx V_0 + \frac{\tau\omega U_0 f(X_0)}{1 + (\omega\tau)^2}. \quad (19)$$

Из формул (16), (18) следует, что актуальные скорость и смещение гранулы при известных осредненных значениях определяются аналитически.

2.3. Линейная зависимость амплитуды скорости среды от координаты x . С использованием полученных формул (16), (18) рассмотрим случай $f(x) = ax$, $a > 0$, $x \geq 0$. Скорость жидкости имеет только пульсационную компоненту $U(x, t) = U_0 f(x) \sin(\omega t)$. Уравнение для осредненного смещения (13) принимает вид

$$\frac{d^2 \langle X \rangle}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{d \langle X \rangle}{dt} + \frac{1}{2} \frac{(U_0)^2 a^2}{1 + (\omega \tau)^2} \langle X \rangle = g. \quad (20)$$

Решение уравнения (20) записывается следующим образом:

$$\langle X(t) \rangle = A_1^0 e^{\gamma_1 t} + A_2^0 e^{\gamma_2 t} + \frac{g}{\gamma_1 \gamma_2}. \quad (21)$$

Здесь

$$A_1^0 = A_1 + \frac{g}{\gamma_1(\gamma_1 - \gamma_2)}, \quad A_2^0 = A_2 - \frac{g}{\gamma_2(\gamma_1 - \gamma_2)}, \quad \gamma_{1,2} = -\frac{1}{2\tau} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{2(\tau a U_0)^2}{1 + (\omega \tau)^2}} \right).$$

Значения констант A_1 , A_2 определяются из начальных условий (17), (19):

$$A_1 + A_2 = X_0 \left(1 + \frac{U_0 a}{\omega [1 + (\omega \tau)^2]} \right), \quad \gamma_1 A_1 + \gamma_2 A_2 = V_0 + \frac{\tau \omega U_0 a X_0}{1 + (\omega \tau)^2}.$$

Из формулы (21) следует, что в поле силы тяжести $g > 0$ существует стационарная осредненная координата $\langle X|_{t \rightarrow \infty} \rangle = g/(\gamma_1 \gamma_2)$, вблизи которой группируются гранулы. В отсутствие массовой силы, направленной в сторону увеличения координаты $x > 0$, гранулы осаждаются на поверхность $x = 0$.

Полное смещение гранулы рассчитывается по формуле (16):

$$X(t) = \langle X(t) \rangle \left(1 - \frac{a U_0}{\omega [1 + (\omega \tau)^2]} [\tau \omega \sin(\omega t) + \cos(\omega t)] \right). \quad (22)$$

Осредненная скорость гранулы определяется из уравнения (14), которое для рассматриваемого частного случая принимает вид

$$\frac{d \langle V(t) \rangle}{dt} + \frac{\langle V(t) \rangle}{\tau} = -\frac{1}{2} \frac{(a U_0)^2}{1 + (\omega \tau)^2} \langle X(t) \rangle + g.$$

Решение уравнения для скорости дрейфа записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle V(t) \rangle = \langle V(0) \rangle e^{-t/\tau} + \tau g (1 - e^{-t/\tau}) - \frac{1}{2} \frac{\tau a^2}{1 + (\omega \tau)^2} \left(\frac{A_1^0}{1 + \gamma_1 \tau} (e^{\gamma_1 t} - e^{-t/\tau}) + \right. \\ \left. + \frac{A_2^0}{1 + \gamma_2 \tau} (e^{\gamma_2 t} - e^{-t/\tau}) + \frac{g}{\gamma_1 \gamma_2} (1 - e^{-t/\tau}) \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Полная скорость гранулы вычисляется по формуле (18):

$$V(t) = \langle V(t) \rangle - \frac{U_0 a \langle X(t) \rangle}{1 + (\omega \tau)^2} [\tau \omega \cos(\omega t) - \sin(\omega t)]. \quad (24)$$

Выражения (21)–(24) определяют динамику гранулы в неоднородном быстроосциллирующем поле скорости жидкости.

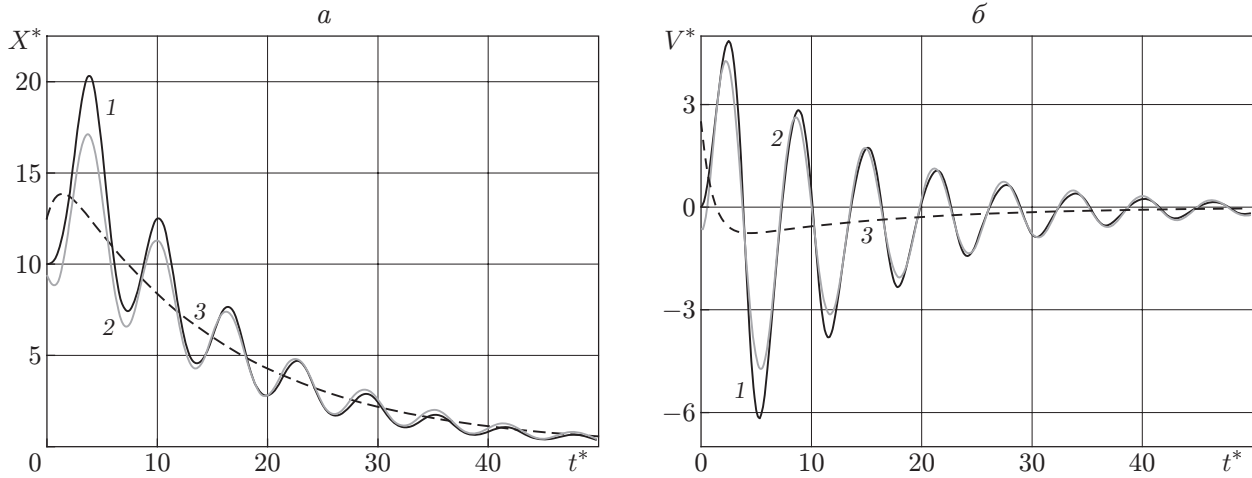


Рис. 1. Координата (а) и скорость (б) гранулы при $St = 1$ в отсутствие силы тяжести:
 1 — численное решение системы (1), (2); 2 — расчет по формулам (22), (24); 3 — расчет по формулам (21), (23)

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Проведено сравнение результатов расчета траектории гранулы на основе численного интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений (1), (2) и вычислений по алгебраическим формулам (21)–(24).

Введем следующие безразмерные величины: $t^* = t/T$, $\tau^* = \tau/T$, $\omega^* = \omega T$, $V^* = V/U_0$, $g^* = Tg/U_0$, $x^* = x/(U_0T)$, $X^* = X/(U_0T)$, $a^* = a(U_0T)$. Например, уравнение (20) в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{d^2 X^*}{dt^{*2}} + \frac{1}{St} \frac{dX^*}{dt^*} + \frac{1}{2} \frac{a^{*2} X^*}{1 + (\omega^* St)^2} = g^*.$$

Для расчетов выбраны значения $a^* = 0,5$, $\omega^* = 1$, параметры St и g^* меняются. На рис. 1 показаны траектория и скорость гранулы, полученные в результате численного интегрирования системы уравнений (1), (2), модифицированной для случая, рассмотренного в подп. 2.3, без учета силы тяжести. На рис. 1 приведены также результаты расчетов по алгебраическим формулам (21)–(24). Кривыми 3 показаны осредненные координата и скорость гранулы. Видно, что данные численного интегрирования удовлетворительно согласуются с результатами расчетов по алгебраическим формулам. Несмотря на отсутствие осредненной компоненты скорости жидкости, гранула мигрирует к границе области $x = 0$. По мере приближения к границе скорость гранулы уменьшается. На рис. 2 показана фазовая траектория гранулы при $St = 1$, $g^* = 0$, представляющая собой сворачивающуюся спираль, которая сходится к точке $X^* = 0$, $V^* = 0$.

Гранулы с малой инерцией ($St \ll 1$) и гранулы с существенной инерцией ($St \gg 1$) движутся аналогично (рис. 3). Однако скорость дрейфа этих гранул существенно меньше, что объясняется уменьшением миграционной силы для частиц с малой и большой инерцией (см. (14)).

Наличие силы тяжести $g^* = 0,5$, направленной вдоль оси x , приводит к скопленю частиц на некотором расстоянии от границы области $x^* = 0$. На рис. 4 показана динамика выхода гранулы на стационарную координату. В установившемся состоянии осредненная скорость гранулы обращается в нуль, но актуальная скорость гранулы не равна нулю.

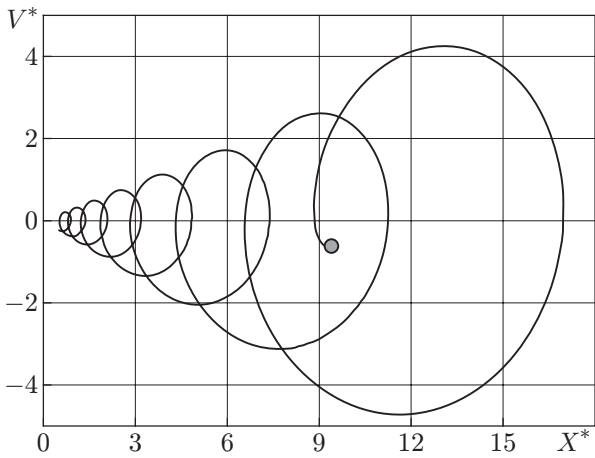


Рис. 2. Фазовая траектория гранулы при $St = 1$ в отсутствие силы тяжести (точка — начальное положение гранулы)

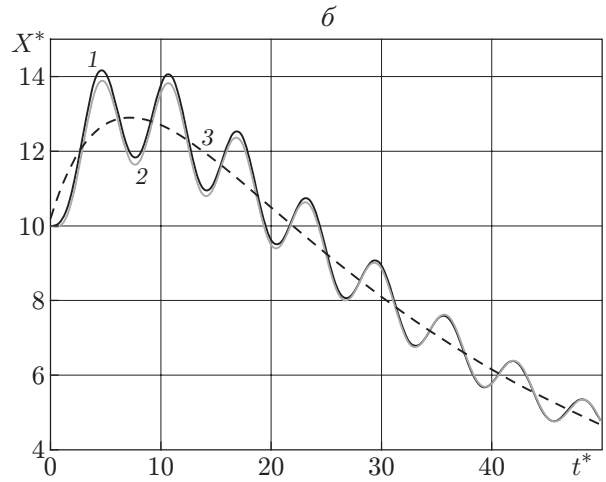
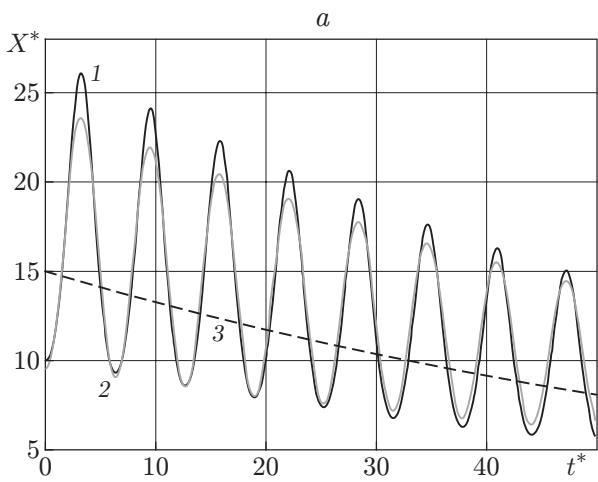


Рис. 3. Траектории гранул при $St = 0,1$ (а) и $St = 5$ (б) (остальные обозначения те же, что на рис. 1)

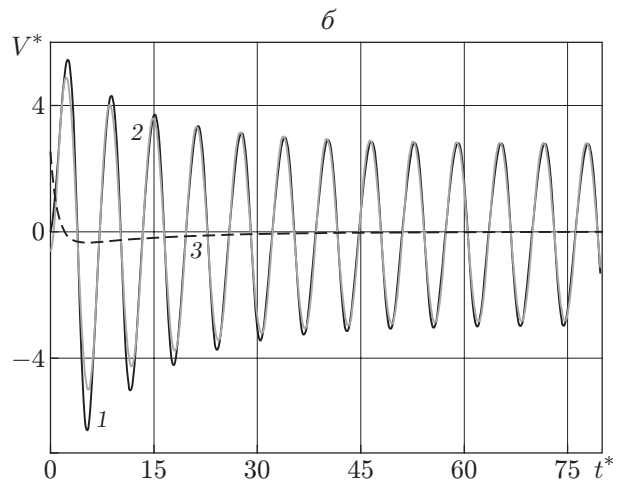
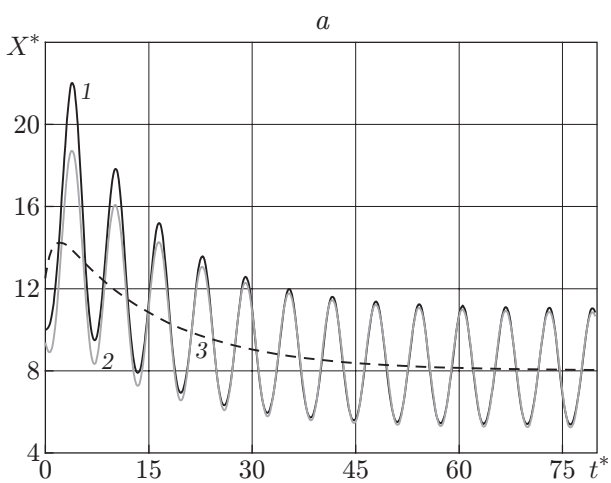


Рис. 4. Координата (а) и скорость (б) гранулы при $St = 1$ в поле силы тяжести $g^* = 0,5$ (остальные обозначения те же, что на рис. 1)

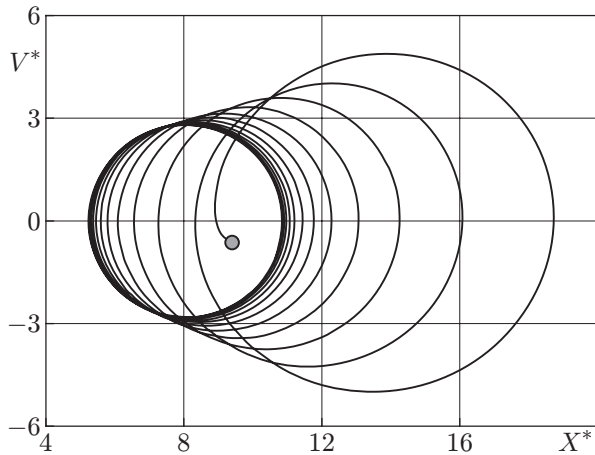


Рис. 5. Фазовая траектория гранулы при $St = 1$ в поле силы тяжести $g^* = 0,5$ (точка — начальное положение гранулы)

Гранула совершает периодические колебания вблизи стационарной координаты, о чем свидетельствует форма фазовой траектории, показанной на рис. 5. Траектория представляет собой спираль, переходящую в замкнутое кольцо.

Приведем некоторые оценки, подтверждающие возможность реализации условий рассмотренной задачи. Выражение для времени динамической релаксации получено для однородной в пространстве скорости среды. Это приближение справедливо, если характерный масштаб неоднородности поля скорости сплошной среды существенно больше диаметра частицы: $d_p \ll a$. Поскольку глубина проникновения высокочастотного поля в вязкую среду порядка $\delta = \sqrt{2\nu/\omega}$ (ν — кинематическая вязкость) [9], условие пространственной однородности скорости жидкости на масштабе порядка диаметра частицы накладывает ограничения на частоту флуктуаций скорости среды: $\delta = \sqrt{2\nu/\omega} \gg d_p$, $\omega \ll \nu/d_p^2$.

Для газа при нормальных условиях кинематическая вязкость порядка $\nu \approx 10^{-6}$ м²/с, отношение плотностей материала гранулы и газа равно $\rho_p/\rho_f \approx 10^3$. В этом случае при частоте $\omega = 10$ с⁻¹ глубина проникновения $\delta \approx 600$ мкм, а размер гранул, для которых $St = 1$, составляет $d_p \approx 60$ мкм, что существенно меньше глубины проникновения. При $\omega = 10^2$ с⁻¹ размер частиц, для которых $St = 1$, равен $d_p \approx 20$ мкм, что меньше, чем $\delta \approx 200$ мкм.

Для воды при нормальных условиях $\nu \approx 8 \cdot 10^{-7}$ м²/с, $\rho_p/\rho_f \approx 7$, диаметр частиц, соответствующих критерию $St = 1$, приблизительно равен глубине проникновения. Например, при $\omega = 10$ с⁻¹ $d_p \approx \delta \approx 400$ мкм, при частоте $\omega = 10^2$ с⁻¹ $d_p \approx \delta \approx 130$ мкм.

4. ВЫВОДЫ

Исследован процесс дрейфа инерционной тяжелой гранулы в неоднородном осциллирующем поле скорости жидкости. Методом осреднения по быстрым флуктуациям Крылова — Боголюбова получена замкнутая система уравнений для расчета осредненной траектории гранулы. Показано, что неоднородность амплитуды флуктуаций скорости жидкости приводит к появлению осредненного дрейфа, направленного в сторону уменьшения пульсационной энергии гранулы. Величина скорости дрейфа пропорциональна градиенту энергии пульсаций скорости. Установлено, что наличие массовой силы, направленной в сторону увеличения амплитуды флуктуаций скорости среды, приводит к скоплению гранул в области, удаленной от границы. В окрестности этой координаты гранулы совершают периодические колебания.

Результаты численного интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих траекторию гранулы в осциллирующем поле скорости жидко-

сти, удовлетворительно согласуются с алгебраическими формулами, полученными для частного случая.

Получены оценки условий, при которых справедлива предложенная модель.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Медников Е. П.** Турбулентный перенос и осаждение аэрозолей. М.: Наука, 1981.
2. **Derevich I. V.** Statistical modeling of mass transfer in turbulent two-phase dispersed flows. 1. Model development // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2000. V. 43, N 19. P. 3709–3723.
3. **Зайчик Л. И.** Статистические модели движения частиц в турбулентной жидкости / Л. И. Зайчик, В. М. Алипченков. М.: Физматлит, 2007.
4. **Терехов В. И.** Теплоперенос и гидродинамика в газочапельных потоках / В. И. Терехов, М. А. Пахомов. Новосибирск: Новосиб. гос. техн. ун-т, 2008.
5. **Cleckler J., Elghobashi S., Feng L.** On the motion of inertial particles by sound waves // Phys. Fluids. 2012. V. 24. P. 033301.
6. **Гапонов А. В., Миллер М. А.** О потенциальных ямах для заряженных частиц в высокочастотном электромагнитном поле // Журн. эксперим. и теорет. физики. 1958. Т. 34, № 1. С. 242–243.
7. **Дубинов А. Е.** Пондеромоторный транспорт заряженной гранулы в плазме // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37, № 3. С. 59–63.
8. **Митропольский Ю. А.** Метод усреднения в нелинейной механике. Киев: Наук. думка, 1971.
9. **Ландау Л. Д.** Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 1988.

*Поступила в редакцию 8/XI 2013 г.,
в окончательном варианте — 13/I 2014 г.*
