

16. Неудачин И. Г., Породнов Б. Т., Суетин П. Е. Формирование узких молекулярных пучков цилиндрическими каналами.— ЖТФ, 1972, т. 42, № 5.
17. Марчук Г. И. Методы расчета ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1961.
18. Неудачин И. Г., Породнов Б. Т., Суетин П. Е. Применение функции распределения к описанию свободномолекулярных пучков.— ЖТФ, 1974, т. 44, № 4.
19. Тарин А. А., Барашкин С. Т., Породнов Б. Т., Суетин П. Е. Применение модуляционного метода к детектированию молекулярных пучков.— ЖТФ, 1976, т. 46, № 1.
20. Барашкин С. Т., Породнов Б. Т., Чемагин М. Ф. Экспериментальное исследование полных потоков и диаграмм направленности при истечении газа в вакуум через капилляры различной длины.— ПМТФ, 1977, № 4.

УДК 537.311.33

СВОЙСТВА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В НЕОДНОРОДНЫХ ПРОВОДЯЩИХ СРЕДАХ, НАХОДЯЩИХСЯ В СИЛЬНОМ ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*Ю. М. Васецкий, Ю. П. Емец**(Киев)*

Исследования эффективных параметров и характеристик электрических полей в неоднородных средах давно привлекают большое внимание в связи с изучением полупроводниковых соединений и композитных материалов [1]. Аналогичные вопросы возникают в неоднородной плазме. В зависимости от характера неоднородностей обобщенные свойства среды могут сильно отличаться от локальных значений, также существенными могут оказаться флуктуации электрических полей, особенно вблизи порога протекания [2, 3].

В сильных магнитных полях, когда отношение ларморовской частоты вращения носителей тока ω к частоте столкновений ν велико ($\beta = \omega/\nu > 1$), картина распределения тока в неоднородной среде значительно усложняется. В этом случае проводимость становится тензорной величиной и даже весьма слабые флуктуации свойств среды приводят к сильному возмущению локальных электрических полей, в результате чего эффективные параметры претерпевают коренное изменение [4—7].

Структура гетерогенных сред может быть различной. Помимо сред с локализованными включениями и сред с регулярными неоднородностями, характерными для твердого тела, часто встречаются среды со случайно-неоднородными свойствами. Последние в большей степени типичны для низкотемпературной плазмы, механических смесей и поликристаллов.

В зависимости от структуры неоднородностей имеются различные теоретические методы исследования. При рассмотрении простых структур общий метод состоит в использовании теории краевых задач для расчета электрических полей и их последующего усреднения [8, 9]. Решения, полученные этим методом для изолированных включений, распространяются на случай сред с большой концентрацией неоднородностей с помощью приема самосогласования [10]. Справедливость такого подхода обосновывается сравнением с некоторыми точными результатами [5, 6]. Для случайно-неоднородных сред естественным аппаратом расчета является теория случайных функций, которая использована в работах ряда авторов [7, 11—13].

В данной работе с помощью теории случайных функций и теории краевых задач исследуются характеристики сплошь неоднородных сред в магнитном поле, причем основное внимание уделяется мало изученному вопросу особенностей формирования локальных электрических полей в таких средах и их статистическим характеристикам.

1. Рассмотрим проводящую двухфазную среду со статистически однородным и изотропным распределением мелкомасштабных областей повышенной и пониженной проводимости, которые ориентированы вдоль магнитного поля. Предполагается, что размер неоднородностей значительно превосходит длину свободного пробега.

Стационарное распределение плотности тока $\mathbf{j} = \{j_x(x, y), j_y(x, y)\}$ и напряженности электрического поля $\mathbf{e} = \{e_x(x, y), e_y(x, y)\}$ в такой среде описываются системой уравнений

$$(1.1) \quad \operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{e} = 0, \quad \hat{\sigma} = \begin{pmatrix} p & -q \\ q & p \end{pmatrix}, \quad \mathbf{j} = \hat{\sigma} \mathbf{e},$$

где $p = \sigma/(1 + \beta^2)$, $q = \sigma\beta/(1 + \beta^2)$ — компоненты тензора проводимости — определяются через проводимость σ в отсутствие магнитного поля и параметр β . Оба параметра σ и β являются случайными функциями координат x и y .

Общая задача состоит в определении тензора эффективной проводимости $\hat{\sigma}_e$, который связывает усредненные по объему поля

$$(1.2) \quad \langle \mathbf{j} \rangle = \hat{\sigma}_e \langle \mathbf{e} \rangle,$$

а также в нахождении статистических моментов электрических полей.

Представим случайные функции в виде суммы математических ожиданий и флуктуаций

$$\mu = \langle \mu \rangle + \mu_0 \quad (\mu = p, q, \mathbf{e}, \mathbf{j}, \dots)$$

и введем следующие обозначения для двухточечных моментов поля $\{\mathbf{e}, p, q\}$:

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \langle p_0^m(M) q_0^n(M) \mathbf{e}_0(N) p_0(N) \rangle &= A^{m+1, n}(\mathbf{r}), \\ \langle p_0^m(M) q_0^n(M) \mathbf{e}_0(N) q_0(N) \rangle &= A^{m, n+1}(\mathbf{r}), \\ \langle p_0^m(M) q_0^n(M) p_0(N) \rangle &= D^{m+1, n}(\mathbf{r}), \\ \langle p_0^m(M) q_0^n(M) q_0(N) \rangle &= D^{m, n+1}(\mathbf{r}). \end{aligned}$$

В этих обозначениях усредненный закон Ома (1.2) можно представить в виде

$$(1.4) \quad \langle j_i \rangle = \langle p \rangle \delta_{ik} + \langle q \rangle \varepsilon_{ik} \langle e_k \rangle + \delta_{ik} A_k^{1,0}(0) + \varepsilon_{ik} A_k^{0,1}(0),$$

где δ_{ik} — единичный тензор; ε_{ik} — единичный антисимметричный тензор. Отсюда видно, что для нахождения эффективных параметров необходимо определить одноточечные моменты второго порядка $A^{1,0}(0)$, $A^{0,1}(0)$.

Из уравнений (1.1) можно получить интегральные рекуррентные уравнения, связывающие одноточечные моменты с двухточечными моментами более высокого порядка,

$$(1.5) \quad A_i^{m, n}(0) = - \int_S \frac{\partial G}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_l} \{ [D^{m+1, n}(\mathbf{r}) \delta_{lk} + D^{m, n+1}(\mathbf{r}) \varepsilon_{lk}] \langle e_k \rangle + \delta_{lk} A_k^{m+1, n}(\mathbf{r}) + \varepsilon_{lk} A_k^{m, n+1}(\mathbf{r}) \} dS$$

G — функция Грина).

Уравнения (1.5) получены с помощью интегрального представления решения уравнений (1.1), умножения их на $p_0^m q_0^n$ и последующего усреднения. Эти рекуррентные уравнения вполне разрешимы, если использовать, как это принято в теории турбулентности, представления моментов через основные инварианты векторных полей.

Поле $\{e, p, q\}$ обладает осевой симметрией в том смысле, что имеется выделенное направление среднего поля $\langle e \rangle$, поэтому двухточечные моменты функции распределения этого поля можно представить в виде [14]

$$(1.6) \quad A_i^{m,n}(r) = [(a_1^{m,n} \delta_{ik} + a_2^{m,n} \varepsilon_{ik}) \lambda_k + (a_3^{m,n} \delta_{ik} + a_4^{m,n} \varepsilon_{ik}) \gamma_k] |\langle e \rangle|.$$

В выражении (1.6) λ — единичный вектор в направлении среднего поля $\langle e \rangle$; γ — единичный вектор в направлении между двумя точками, для которых рассматриваются моменты; $a_\alpha^{m,n}$ ($\alpha = 1, 2, 3, 4$) — скалярные функции от следующих трех аргументов: r , $\gamma_i \lambda_k \delta_{ik}$, $\gamma_i \lambda_k \varepsilon_{ik}$. Здесь учтено, что для случайного вектора e в магнитном поле не будет выполняться условие инвариантности относительно преобразования зеркального отражения. Это связано с тем, что тензор проводимости $\hat{\sigma}$ в законе Ома (1.1) содержит антисимметричные члены, которые при преобразовании зеркального отражения меняют знак. Поэтому при использовании этого преобразования было бы необходимо одновременно изменять направление магнитного поля на противоположное.

Для осесимметричных случайных полей значения моментов в нуле и на бесконечности не должны зависеть от направления между двумя точками. Поэтому можно записать

$$a_3^{m,n} = a_4^{m,n} = 0 \text{ при } r = 0, \infty.$$

Отсюда получаем, что составляющие одноточечных моментов $a_1^{m,n}(0)$ и $a_2^{m,n}(0)$ представляют собой соответственно продольную и поперечную компоненты вектора $A^{m,n}(0)$ к вектору $\langle e \rangle$.

Подставляя (1.6) в уравнения (1.5), систему интегральных рекуррентных уравнений можно привести к системе алгебраических рекуррентных уравнений

$$(1.7) \quad D^{m+1,n}(0) + a_1^{m+1,n}(0) - a_2^{m,n+1}(0) - D^{m,n}(0) [a_1^{1,0}(0) - a_2^{0,1}(0)] + \\ + 2 \langle p \rangle a_1^{m,n}(0) - R_1^{m+1,n} - R_2^{m,n+1} = 0, \\ D^{m,n+1}(0) + a_1^{m,n+1}(0) + a_2^{m+1,n}(0) - D^{m,n}(0) [a_1^{0,1}(0) + a_2^{1,0}(0)] + \\ + 2 \langle p \rangle a_2^{m,n}(0) + R_1^{m,n+1} - R_2^{m+1,n} = 0,$$

где $R_{1,2}^{m,n}$ — определенные интегралы от значений коэффициентов разложения функций $a_\alpha^{m,n}(r)$ в ряды Фурье по углу между векторами λ и γ .

Уравнения (1.7) и представления моментов (1.6) справедливы для произвольной функции распределения параметров неоднородной среды p и q . В случае двухфазной среды с относительными объемными концентрациями фаз c_1 и c_2 ($c_1 + c_2 = 1$) и при $\beta = \text{const}$ уравнения (1.7) упрощаются. Пренебрегая членами $R_2^{m,n}$ для $m = 1, n = 0$ и $m = 0, n = 1$ и используя выражение усредненного закона Ома (1.4), получаем соотношение, связывающее эффективные параметры p_e и q_e ,

$$2\beta(1 + \beta^2)(c_2 - c_1)p_e \Delta + 2(1 + \beta^2)q_e = \beta(1 - \Delta^2)(\sigma_1 + \sigma_2) \\ (\Delta = (\sigma_1 - \sigma_2)/(\sigma_1 + \sigma_2)).$$

Вместе с дополнительным выражением [5]

$$4\beta(1 + \beta^2)(p_e^2 + q_e^2) - 4(1 + \beta^2)(\sigma_1 + \sigma_2)q_e + \beta(1 - \Delta^2)(\sigma_1 + \sigma_2)^2 = 0$$

получаем систему двух алгебраических уравнений для определения эффективных параметров при произвольных концентрациях фаз и флуктуациях проводимости. Эти выражения вполне соответствуют решению, полученному в работе [10] методом самосогласования локальных полей.

Не останавливаясь на анализе эффективных параметров, рассмотрим более подробно вопрос о свойствах средних значений электрических полей случайно-неоднородных сред в сильных магнитных полях.

Для определения средних полей в фазах $\langle e \rangle_1$ и $\langle e \rangle_2$ необходимо вычислить одноточечный момент второго порядка $A^{1,0}(0)$. В соответствии с (1.3) можно записать

$$(1.8) \quad A^{1,0}(0) = \int \int (p - \langle p \rangle) (\langle e | p, q \rangle - \langle e \rangle) f(p, q) dp dq,$$

где $\langle e | p, q \rangle$ — условное математическое ожидание e ; $f(p, q)$ — плотность распределения параметров p и q .

В принятой модели двухфазной среды, используя δ -функцию, $f(p, q)$ можем представить в виде

$$(1.9) \quad f(p, q) = c_1 \delta(p - p_1) \delta(q - q_1) + c_2 \delta(p - p_2) \delta(q - q_2).$$

Из формул (1.8), (1.9) находим

$$A^{1,0}(0) = c_1 c_2 (p_1 - p_2) (\langle e \rangle_1 - \langle e \rangle_2).$$

Отсюда, учитывая, что

$$\langle e \rangle = c_1 \langle e \rangle_1 + c_2 \langle e \rangle_2,$$

имеем

$$\langle e \rangle_1 = \langle e \rangle + \frac{A^{1,0}(0)}{c_1(p_1 - p_2)}, \quad \langle e \rangle_2 = \langle e \rangle - \frac{A^{1,0}(0)}{c_2(p_1 - p_2)}.$$

Используя формулы (1.4), (1.6), при $\sigma_1 \neq \sigma_2$ и $\beta = \text{const}$ окончательно получаем

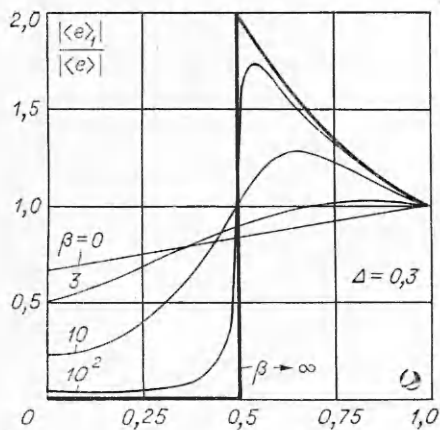
$$\langle e_i \rangle_1 = \left\{ \left[1 + \frac{p_e - \langle p \rangle + \beta(q_e - \langle q \rangle)}{c_1(\sigma_1 - \sigma_2)} \right] \delta_{ik} + \frac{q_e - \langle q \rangle - \beta(p_e - \langle p \rangle)}{c_1(\sigma_1 - \sigma_2)} \varepsilon_{ikh} \right\} \langle e_k \rangle,$$

$$\langle e_i \rangle_2 = \left\{ \left[1 - \frac{p_e - \langle p \rangle + \beta(q_e - \langle q \rangle)}{c_2(\sigma_1 - \sigma_2)} \right] \delta_{ik} - \frac{q_e - \langle q \rangle - \beta(p_e - \langle p \rangle)}{c_2(\sigma_1 - \sigma_2)} \varepsilon_{ikh} \right\} \langle e_k \rangle.$$

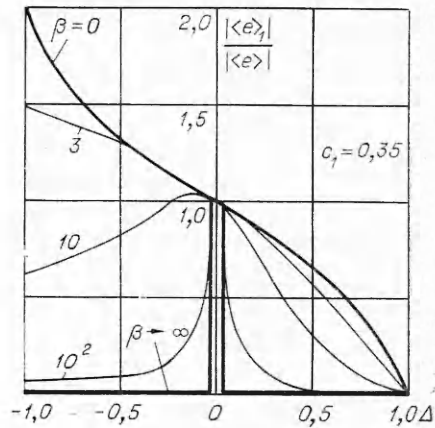
Как видно из этих формул, чтобы вычислить средние поля $\langle e \rangle_1$ и $\langle e \rangle_2$, необходимо знать только эффективные параметры p_e и q_e .

Аналогичные выражения можно получить для средних значений плотности тока $\langle j \rangle_1$ и $\langle j \rangle_2$.

Для того чтобы показать влияние магнитного поля и концентрации неоднородностей на распределение электрических полей, на фиг. 1 приведены зависимости модуля среднего значения поля в одной фазе в зависимости от концентрации неоднородностей при относительно небольшой флуктуации проводимости $\Delta = 0,3$. Как видно из кривых, если концентрация фазы меньше половины всего состава ($c_1 < 0,5$), значение средней напряженности поля в фазе в этом случае уменьшается и соответственно увеличивается при $c_1 > 0,5$. Это означает, что электрическое поле как бы «вытесняется» из фазы, объем которой меньше, в другую фазу большего объема. Наиболее резкое изменение $|\langle e \rangle_1|$ происходит вблизи $c_1 = 0,5$.



Ф и г. 1



Ф и г. 2

В пределе сильных магнитных полей ($\beta \rightarrow \infty$) зависимость изменяется скачком от нуля до $2|\langle e \rangle|$ при $c_1 = c_2 = 0,5$ (жирная линия).

Влияние флуктуации проводимости при различных магнитных полях отражено на фиг. 2, 3. В фазе с меньшей концентрацией ($c_1 = 0,35$) в отсутствие магнитного поля $|\langle e \rangle_1|$ плавно изменяется от $2|\langle e \rangle|$, когда проводимость этой фазы σ_1 равна нулю, до нуля, когда проводимость $\sigma_1 \rightarrow \infty$. В сильном магнитном поле характер зависимости резко меняется. Средняя напряженность электрического поля оказывается всегда меньше $2|\langle e \rangle|$. В пределе $\beta \rightarrow \infty$ средняя напряженность поля в первой фазе стремится к нулю при любых флуктуациях проводимости, за исключением тех случаев, когда $\Delta \approx 0$. Все значения $|\langle e \rangle_1|$ лежат между кривыми для $\beta = 0$ и $\beta \rightarrow \infty$ (жирные линии). Соответственно во второй фазе (фиг. 3) при любых флуктуациях проводимости средняя напряженность электрического поля возрастает с увеличением β . Все значения $|\langle e \rangle_2|$ лежат между кривыми для $\beta = 0$ и $\beta \rightarrow \infty$.

2. Как следует из проведенного анализа вблизи порога протекания ($c_1 = c_2 = 0,5$) имеют место большие флуктуации электрического поля, которые значительно возрастают в сильных магнитных полях. Чтобы объяснить такое состояние неоднородной системы, рассмотрим ее характеристики более подробно. С этой целью рассмотрим неоднородную среду с дwoякопериодическим распределением неоднородностей с одинаковыми периодами по двум осям, которая позволяет проанализировать также локальную структуру полей.

В том случае, когда на границах ячеек с различными проводимостями выполняются условия омического контакта, из решения краевой задачи для уравнений (1.1) получаем выражения для плотностей тока в двух смежных квадратных ячейках ($0 < x < l$, $0 < y < l$) и ($0 < x < l$, $-l < y < 0$)

$$(2.1) \quad j_1(z) = j_{x_1} - ij_{y_1} = |B| \left[|C_1| (-1)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2} + \nu + \alpha + \delta \right) X + |C_2| (-1)^{\frac{1}{2}} \left(-\frac{1}{2} + \nu - \alpha + \delta \right) X^{-1} \right] \quad (z = x + iy),$$

$$j_2 = \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}} |B| \left[|C_1| (-1)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2} + \nu + \alpha + \delta \right) X + |C_2| (-1)^{\frac{1}{2}} \left(-\frac{1}{2} - \nu + \alpha + \delta \right) X^{-1} \right],$$

где

$$|B| = \frac{1}{2\sigma_1} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1\beta_2 - \sigma_2\beta_1)^2}; \quad \gamma = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} |B| \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}};$$

$$\alpha = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\sigma_2\beta_1 - \sigma_1\beta_2}{\sigma_1 + \sigma_2}; \quad \delta = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\sigma_2\beta_1 - \sigma_1\beta_2}{\sigma_1 - \sigma_2};$$

$$X = \left[\frac{\operatorname{cn} u}{\operatorname{sn} u \cdot \operatorname{dn} u} \right]^{2\gamma},$$

где u — аргумент эллиптических функций Якоби $\operatorname{sn} u$, $\operatorname{cn} u$, $\operatorname{dn} u$; K — эллиптический интеграл первого рода; k — модуль эллиптического интеграла; для рассматриваемого здесь случая квадратных ячеек имеем $K = 1,8541$, $k = \sqrt{0,5}$. Действительные постоянные $|C_1|$ и $|C_2|$ определяются заданием внешнего тока J , который протекает через всю систему.

Как следует из (2.1), при $|C_2| = 0$ локальные значения токов в двух смежных ячейках связаны соотношениями симметрии

$$\bar{j}_2(\bar{z}) = \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}} (-1)^{-\frac{1}{2}-\delta} j_1(z).$$

Соотношения симметрии такого типа справедливы и для усредненных значений по ячейкам

$$\langle j \rangle_2 = \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}} (-1)^\alpha \langle j \rangle_1.$$

Используя имеющуюся симметрию, можно определить средние значения электрического поля в ячейках и эффективные параметры среды в целом. Для одной из фаз получаем формулы, которые связывают средние значения в фазе со средним полем по всей системе

$$\langle j \rangle_1 = 2 \left(1 + \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}} e^{i\pi\alpha} \right) \langle j \rangle, \quad \langle e \rangle_1 = 2 \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}} \left(\sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}} + e^{i\pi\alpha} \right) \langle e \rangle.$$

Аналогичные выражения можно получить для второй фазы.

Из этих формул видно, что если проводимость какой-либо фазы уменьшается, то ток из нее вытесняется, а напряженность поля соответственно возрастает, не превосходя, однако, удвоенного значения среднего поля. Оказывается, что джоулева диссипация в такой модели в обеих фазах одинакова при любых магнитных полях и флуктуациях проводимости.

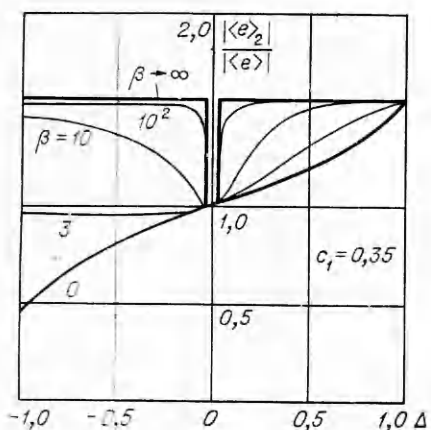
В сильных магнитных полях даже малые различия в проводимостях фаз приводят к значительным изменениям средней напряженности электрического поля (фиг. 4).

О величине флуктуаций полей можно судить из рассмотрения дисперсии поля в отдельных ячейках и всей системы в целом. При $\beta = \text{const}$ дисперсия поля по всей системе определяется выражением

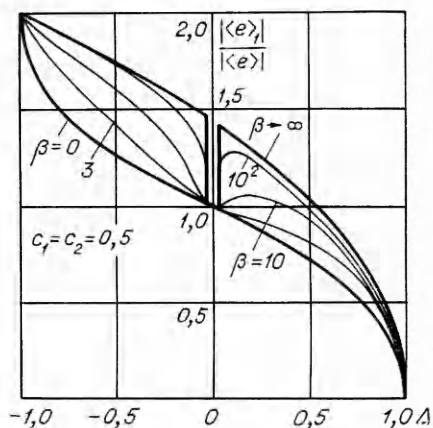
$$(2.2) \quad D = \frac{\langle |e|^2 \rangle - |\langle e \rangle|^2}{|\langle e \rangle|^2} = \frac{\sqrt{1 + \beta^2 \Delta^2} - \sqrt{1 - \Delta^2}}{\sqrt{1 - \Delta^2}}.$$

Для отдельных фаз дисперсия дается формулой

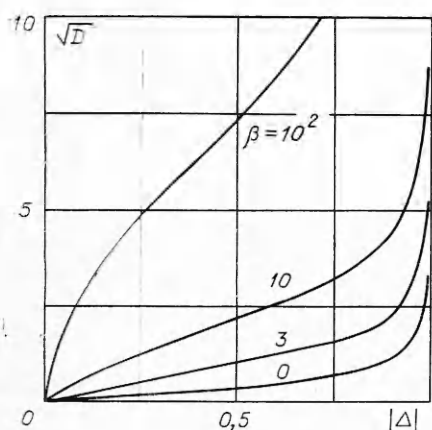
$$(2.3) \quad D_1 = \frac{\langle |e|^2 \rangle_1 - |\langle e \rangle_1|^2}{|\langle e \rangle_1|^2} = \sqrt{1 + \beta^2 \Delta^2} \left[\sqrt{\frac{1 - \Delta}{1 + \Delta}} - \frac{2(1 - \Delta)}{\sqrt{1 + \beta^2 \Delta^2} + \sqrt{1 - \Delta^2}} \right].$$



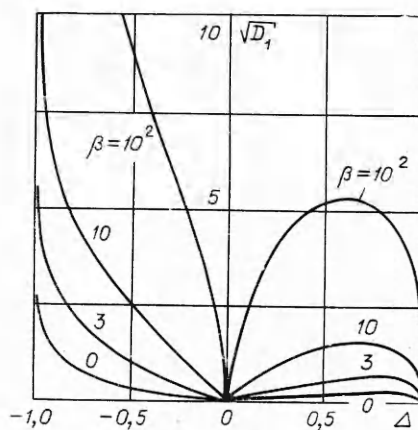
Ф и г. 3



Ф и г. 4



Ф и г. 5



Ф и г. 6

В сильных магнитных полях ($\beta \rightarrow \infty$) D_1 и D_2 изменяются пропорционально параметру $\beta\Delta$, который не мал при относительно небольших флуктуациях проводимости Δ . Возрастание дисперсии в предельных случаях $|\Delta| \rightarrow 1$ происходит за счет только одной фазы, в то время как во второй фазе она конечна. Это видно из фиг. 5, 6, построенных по формулам (2.2), (2.3).

Из приведенных графиков можно сделать вывод о безграничном возрастании среднеквадратичных флуктуаций электрического поля вблизи порога протекания ($|\Delta| \rightarrow 1$). Значения средних полей при этом оказываются конечными (см. фиг. 4).

Таким образом, при изучении статистических свойств полей вблизи порога протекания недостаточно знания только моментов первого порядка, гораздо больше сведений об особенностях распределения поля дают моменты второго порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Негушия А. В. Модели электрических полей в гетерогенных средах нерегулярных структур. — «Электричество», 1975, № 10.
2. Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Теория протекания и проводимость сильно неоднородных сред. — УФН, 1975, т. 117, вып. 3.
3. Дыхне А. М. Проводимость двумерной двухфазной системы. — ЖЭТФ, 1970, т. 59, вып. 1(7).
4. Herring C. J. Effect of random inhomogeneities on electrical and galvanomagnetic measurements. — «J. Appl. Phys.», 1960, vol. 31, N 11.
5. Дыхне А. М. Аномальное сопротивление плазмы в сильном магнитном поле. — ЖЭТФ, 1970, т. 59, вып. 2.
6. Martinez-Sanchez M., De Saro R., Louis J. F. Effective Ohm's law for a class of inhomogeneous plasmas and its effect on the performance of combustion — driven MHD generators. — In: VI Intern. Conf. on MHD Power Generation. Vol. 4. Washington, 1975.
7. Hower N. R., Mitchner M. Nonlinear calculations of the effective conductivity of inhomogeneous MHD generator plasmas. — In: VI Intern. Conf. on MHD Power Generation. Vol. 4. Washington, 1975.
8. Емец Ю. П. О проводимости среды с неоднородными включениями в магнитном поле. — ЖТФ, 1974, т. 44, № 5.
9. Емец Ю. П., Резцов В. Ф. О тензоре эффективной проводимости проводящей среды в магнитном поле с включениями эллиптической формы. — «Письма в ЖТФ», 1975, вып. 1.
10. Shama S. E., Martinez-Sanchez M., Louis J. F. Ohm's law for plasmas with non-isotropic inhomogeneous and its effect on the performance of MHD generations. — In: 16th Symp. Engineering Aspects of MHD. Pittsburg, 1977.
11. Joshikawa S., Reese D. J. Anomalous diffusion of a plasma across a magnetic field. — «Phys. Fluids», 1961, vol. 5, N 3.
12. Louis J. F. Effective Ohm's law in a partially ionized plasma with electron density fluctuations. — «Phys. Fluids», 1967, vol. 10, N 9.
13. Ганефельд Р. В. Эффективные параметры турбулентной низкотемпературной плазмы. — Киев, ИЭД АН УССР, Препринт 134, 1977.
14. Бэтчелор Дж. К. Теория однородной турбулентности. — М., ИЛ, 1955.

УДК 538.4 : 532.51

**ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ
СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ,
РАСПОЛОЖЕННОЙ МЕЖДУ СФЕРИЧЕСКИМИ ЭЛЕКТРОДАМИ
ПРИ НАЛИЧИИ СЛАБОЙ ИНЖЕКЦИИ**

А. И. Жакин

(Харьков)

Высоковольтная проводимость жидких диэлектриков может вызываться инжекцией зарядов с электродов [1—6]. При этом заряды, стекающие с электрода, имеют тот же знак, что и полярность последнего. Приэлектродная область заряжается, что приводит к появлению кулоновских сил, направленных в сторону от электрода. Так возникает неустойчивое состояние равновесия, и при достаточно больших напряженностях электрического поля жидкость приходит в движение [3—6].

В данной работе получены критерии устойчивости равновесия слабопроводящей жидкости, расположенной между двумя сферическими концентрическими электродами для случаев униполярной инжекции с внутреннего и внешнего электродов.

1. Постановка задачи. Пусть радиусы электродов равны R_1, R_2 ($R_1 < R_2$) и между ними имеется разность потенциалов $U = \text{const}$. Объемный заряд $q = n_2 - n_1$ в жидкости образуется за счет инжекции