

РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

УДК 539.3

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО КРИТЕРИЯ РАЗРУШЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОЧНОСТИ НА РАСТЯЖЕНИЕ И ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД

В. П. Ефимов

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,
E-mail: efimov-pedan@mail.ru, Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Апробирован метод определения прочностных характеристик горных пород в условиях растяжения, основанный на обработке данных разрушения образцов с осевыми отверстиями разного диаметра, нагруженных по диаметру. Результаты испытаний образцов горных пород и имитирующих их сред в виде кернов, имеющих осевое отверстие и разрушенных по диаметру, обработаны на основе интегрального критерия прочности Новожилова. Сравнение значений трещиностойкости и прочности на растяжение, полученных с использованием предложенного метода, с измеренными стандартным способом показывает хорошее согласие этих данных.

Разрушение, бразильский метод, прочность на растяжение, трещиностойкость, интегральный критерий прочности.

DOI: 10.15372/FTPRPI20190306

Изучение массива горных пород начинается с определения характеристик слагающих его пород. Для этого отобранные пробы испытываются в условиях разного напряженного состояния. Основная характеристика — прочность на растяжение. Хотя горные породы чаще испытывают сжимающие нагрузки, прочность на растяжение важна, поскольку породы в массиве испытывают неравноосное сжатие, что приводит к наличию областей, подвергнутых растяжению, например, вокруг подземной выработки. Практика показывает, что разрушение подземной конструкции начинается из таких областей.

Проведение испытаний на прочность горных пород по стандарту в условиях одноосного однородного растяжения — весьма трудоемкая работа. Требуется большое количество измерений, поскольку имеется изменчивость прочности пород в пределах шахтного поля. В таких условиях прямые методы испытаний на растяжение оказались малопригодными для горных пород и заменились косвенными. Наибольшее распространение среди косвенных способов получил метод раздавливания керна по диаметру, известный как бразильская проба, первоначально

Исследование выполнено в рамках проекта ФНИ (№ гос. регистрации АААА-А17-117122090002-5).

чально разработанный для бетонов. Максимальные растягивающие напряжения, возникающие в центральной части керна на линии приложения силы, близки к прочности испытываемой среды на одноосный разрыв для многих горных пород [1, 2], хотя поле в центре диска двухосное. Метод многократно проверен на большом количестве разнообразных природных и искусственных материалов и описан в литературе с различными рекомендациями для улучшения качества испытаний и повышения достоверности результатов [3], так как только образцы, разрушение которых началось в срединной части по линии симметрии, берутся в зачет.

В [4–6] предприняты попытки перенесения этого метода на образцы в виде колец или дисков с отверстием. Улучшение испытаний введением концентратора напряжений в центре диска, в виде круглого отверстия, является легко осуществимым способом, который приводит к значительной концентрации напряжений. Такая модификация дает возможность существенно снизить разрушающее усилие и гарантировать разрушение образцов из центральной части. Уменьшение прикладываемых разрушающих нагрузок, связанное с введением концентратора напряжений, позволяет расширить рамки применения метода к слабым породам, проявляющим пластические свойства (гипс, сланец, известняк). На рис. 1 показана эффективность круглого концентратора напряжений на примере образцов из гипса и оргстекла, раздавленных по диаметру.

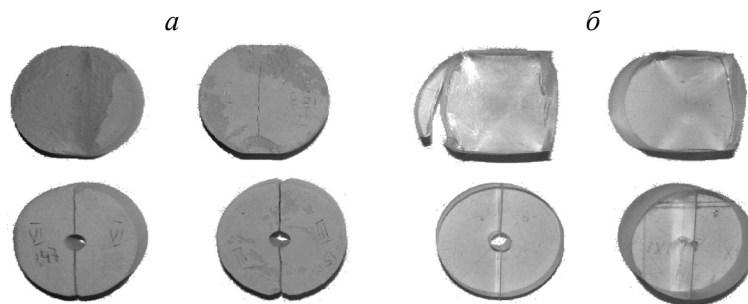


Рис. 1. Образцы из гипса искусственного (а) и органического стекла (б), испытанные методом бразильской пробы с центральным отверстием и без него

В выше упомянутых работах отмечаются преимущества таких испытаний перед стандартным бразильским методом, но не объясняются высокие значения вычисляемой прочности горных пород в опасных точках, где наблюдается концентрация напряжений, полученных с использованием упругого решения и локального критерия разрушения. Разрушающие напряжения, вычисленные на основе упругого решения и применения традиционного локального критерия разрушения в опасных точках, намного превосходят прочность среды, измеренную при одноосном растяжении. Характерным при проведении испытаний по такой схеме является существенно неоднородное поле напряжений. Использование локальных критериев разрушения, не учитывающих структуру среды, в данном случае вызывает сомнения.

Применение нелокального подхода к анализу разрушения в неоднородных полях напряжений, развиваемого в [7–12], дало возможность рассчитать прочности, полученные при испытаниях. Сопоставление значений прочности, определенных в различных полях напряжений, показало правильность данного подхода и подтвердило работоспособность выбранной схемы [13–16].

В [13] предпринята попытка на основе градиентного критерия прочности построить методику определения трещиностойкости и прочности на растяжение с использованием результатов испытаний керновых образцов с осевым отверстием разного диаметра. Это позволило сблизить вычисленную прочность с измеренной при однородном растяжении для сургуча и гипса. Последующий накопленный экспериментальный материал показал не совсем коррект-

ное применение градиентного подхода для расчета прочностных характеристик для ряда горных пород. Для многих горных пород параметр структуры среды δ , который вводится в нелокальные модели разрушения, значительно превосходит параметр L_e , характеризующий зону концентрации напряжений и использующийся в градиентном критерии. Наиболее предпочтительным оказывается интегральный критерий прочности, учитывающий распределение напряжений на всей длине δ , а не только в зоне концентрации напряжений L_e (рис. 2). Это подтверждено в [14–17]. Представленный ниже метод определения характеристик прочности горных пород основан на применении интегрального критерия разрушения.

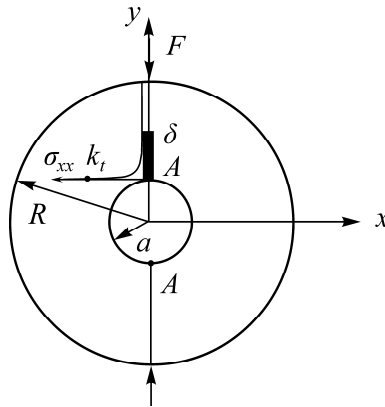


Рис. 2. Диск с центральным отверстием для испытаний по методу бразильской пробы

ПРОВЕДЕНИЕ ИСПЫТАНИЙ

Разрушения образцов с центральным отверстием и без него осуществлены на мраморе Уфалейском, долерите, граните и габбро-диорите. Образцы мрамора крупнозернистого, мраморизованного известняка, а также модельных сред: гипса, сургуча и органического стекла, разрушенные сжатием по образующей, имели внутреннее отверстие нескольких размеров, не превышающих 20 % от диаметра диска. Схема испытаний представлена на рис. 2, где изображено поле растягивающего напряжения в опасных точках A и размер параметра структуры δ , характерный для горных пород. Для определения прочности на растяжение проводили разрушение сплошных образцов бразильским методом всех сред, кроме органического стекла, прочность на растяжение которого находилась прямым растяжением. Для гипса и сургуча выполнены испытания на прямой разрыв образцов корсетного типа.

Для минимизации разброса механических характеристик испытываемых сред образцы каждой породы выпиливались из одной плиты или керна. Образцы из искусственных материалов изготавливались в одних и тех же условиях, выдерживались после обработки длительный срок и разрушались вдоль выделенного направления. Для стабилизации контактов образцов с нагрузочными плитами использовались прокладки из фторопласта (50 мкм).

Прочностные характеристики испытанных сред и размеры образцов приведены в табл. 1. Прочности образцов с отверстием σ_{ci} определены в брутто сечении, т. е. $\sigma_c = F / (\pi R t)$ (F — разрушающее усилие, R , t — радиус и толщина образца). Критические коэффициенты интенсивности напряжений K_{Ic} для горных пород и для искусственных сред получены с помощью метода [18]. Эксперименты проводились при комнатной температуре на испытательном стенде УМЭ-10ТМ при скорости подачи траверсы 0.5 мм/мин, что соответствовало скорости нагружения 1 МПа/с. Каждое значение прочности или трещиностойкости соответствует серии испытаний в количестве не менее 5 образцов.

ТАБЛИЦА 1. Измеренная прочность на растяжение, напряжение и критический коэффициент интенсивности напряжений

Порода/среда	σ_0 , МПа	K_{Ic} , МПа·м ^{1/2}	δ , мм	D , мм	a_1 , мм	σ_{c1} , МПа	a_2 , мм	σ_{c2} , МПа	a_3 , мм	σ_{c3} , МПа
Долерит	25.0	2.06	4.35	37.6	1.70	16.90	—	—	—	—
Габбро-диорит	13.4	1.25	5.50	37.6	3.25	7.80	—	—	—	—
Гранит	11.2	1.14	6.60	37.6	3.25	7.00	—	—	—	—
Мрамор Уфалейский	6.9	0.90	10.80	37.6	3.25	5.11	—	—	—	—
Мрамор крупнозернистый	5.9	0.86	13.40	37.6	2.00	4.70	3.0	4.24	—	—
Мраморизованный известняк	5.6	—	—	57.0	3.00	3.11	5.0	2.46	—	—
Гипс искусственный	2.5	0.20	4.00	40.0	2.00	1.27	4.0	0.90	—	—
Сургуч	2.2	0.16	3.40	40.0	2.00	1.14	3.0	0.94	4.0	0.83
Оргстекло	75.0	1.40	0.22	40.0	1.00	19.80	3.0	15.70	4.0	14.30

Примечание. D — диаметр зерна; δ — структурный параметр. Средняя прочность $\sigma_{c1} - \sigma_{c3}$ соответствует образцам с центральным отверстием радиуса $a_1 - a_3$

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ОБРАЗЦОВ С ОСЕВЫМ ОТВЕРСТИЕМ НА ОСНОВЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО КРИТЕРИЯ РАЗРУШЕНИЯ

Для расчета прочности образцов с отверстием воспользуемся малостью радиуса отверстия $a \ll R$ и будем считать, что отверстие расположено в двухосном поле напряжений, задаваемом упругим решением задачи о сжатии диска сосредоточенными силами. Получим распределение растягивающего напряжение вдоль линии приложения нагрузки возле опасных точек A :

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{2} \left[2 - \frac{2a^2}{r^2} + \frac{12a^4}{r^4} \right], \quad (1)$$

где напряжение $\sigma = F / (\pi R t)$ в момент разрушения достигает максимального значения σ_c .

Применение интегрального критерия В. В. Новожилова [7]

$$\sigma_0 = \frac{1}{\delta} \int_a^{a+\delta} \sigma_x(r) dr$$

для рассматриваемой геометрии приводит к следующему выражению вычисляемой прочности образца с отверстием:

$$\sigma_c = \sigma_0 \left[1 + \frac{5a^3 + 4a^2\delta + a\delta^2}{(a + \delta)^3} \right]^{-1}. \quad (2)$$

Здесь σ_0 — прочность на растяжение в однородном поле; δ — площадка осреднения, определенная соотношением [10, 14]:

$$\delta = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_0} \right)^2, \quad (3)$$

K_{Ic} — критический коэффициент интенсивности напряжений.

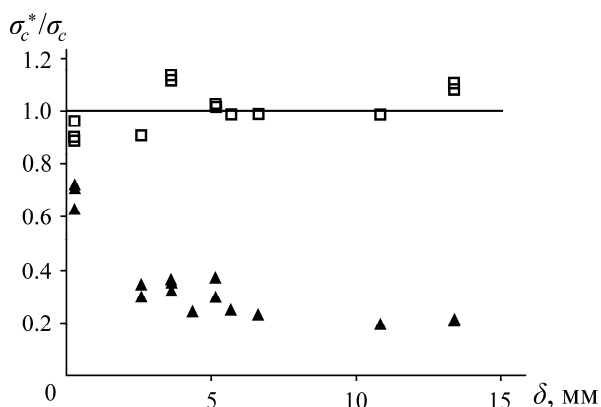


Рис. 3. Отношение расчетных разрушающих напряжений к измеренным при разрушении образцов с осевым отверстием для испытанных сред: □ — интегральный критерий; ▲ — локальный критерий разрушения

На рис. 3 приведены отношения вычисленных значений разрушающих напряжений к измеренным для образцов с осевым отверстием из табл. 2. Расчетные значения получены на основе интегрального критерия разрушения (2). Значения, определенные с помощью локального традиционного критерия разрушения, рассчитаны по формуле $\sigma_c^{лок} = \sigma_0 / k_t(a)$, где $k_t(a)$ — коэффициент концентрации напряжений.

ТАБЛИЦА 2. Расчетные значения разрушающих напряжений для образцов испытанных материалов с осевым отверстием

Материал	D, мм	σ_0 , МПа	a, мм	σ_c , МПа	σ_c^* , МПа	k_t	$\sigma_c^{лок}$, МПа	σ_c^* / σ_c	$\sigma_c^{лок} / \sigma_c$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Долерит	37.6	25.00	1.70	16.90	16.82	6.05	4.13	0.99	0.24
Габбро-диорит	37.6	13.40	3.25	7.82	7.74	6.96	1.93	0.99	0.25
Гранит	37.6	11.20	3.25	7.00	6.92	6.96	1.61	0.99	0.23
Мрамор Уфалейский	37.6	6.90	3.25	5.11	5.06	6.96	0.99	0.99	0.19
Мрамор крупнозернистый	37.6	5.93	2.00	4.70	5.08	6.13	0.97	1.08	0.20
Мрамор крупнозернистый	37.6	5.93	3.00	4.24	4.70	6.61	0.90	1.11	0.23
Мраморизованный известняк	57.0	5.58	3.00	3.11	3.20	6.05	0.92	1.03	0.30
Мраморизованный известняк	57.0	5.58	5.00	2.46	2.51	6.10	0.92	1.02	0.38
Гипс искусственный	40.0	2.30	2.00	1.27	1.16	6.13	0.38	0.91	0.30
Гипс искусственный	40.0	2.30	4.00	0.90	0.82	7.40	0.31	0.91	0.34
Сургуч	40.0	2.20	2.00	1.14	1.29	6.13	0.36	1.14	0.29
Сургуч	40.0	2.20	3.00	0.94	1.07	6.61	0.33	1.13	0.35
Сургуч	40.0	2.20	4.00	0.80	0.92	7.40	0.30	1.12	0.36
Оргстекло	40.0	75.00	1.00	19.80	17.60	6.00	12.50	0.89	0.63
Оргстекло	40.0	75.00	3.00	15.70	14.20	6.61	11.35	0.90	0.72
Оргстекло	40.0	75.00	4.00	14.30	13.80	7.40	10.14	0.96	0.71

Примечание. σ_c^* — на основе нелокального критерия прочности; $\sigma_c^{лок}$ — на основе локального критерия

Сравнение столбцов 9 и 10 (табл. 2) показывает, что применение интегрального подхода к расчету прочности образцов, имеющих внутреннее отверстие, дает результаты более близкие к полученным в эксперименте, чем применение локального критерия прочности. Этот вывод наглядно виден на рис. 3.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОЧНОСТИ НА РАСТЯЖЕНИЕ И ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ

Чувствительность прочности материала к неравномерности поля напряжений, учитываемая в нелокальном подходе, дает возможность определения прочности на растяжение и трещиностойкости испытываемого материала из двух серий образцов, отличающихся геометрией. Так как имеется дефицит kernового материала, предлагается испытывать керны одного диаметра с осевыми отверстиями разного диаметра. Формула распределения напряжения в окрестности отверстия по направлению будущей трещины (1) эффективно работает в области $a/R < 0.2$, поэтому выбор диаметра внутреннего отверстия не должен выходить за обозначенную область.

Результаты экспериментов, проведенных на образцах мрамора крупнозернистого, мраморизованного известняка, гипса искусственного, сургуча, имеющих внутренние отверстия двух и более размеров, обработаны по следующей процедуре.

Решение системы двух уравнений для образцов с разными внутренними отверстиями

$$\sigma_0 = \sigma_{c1} \left[1 + \frac{5a_1^3 + 4a_1^2\delta + a_1\delta^2}{(a_1 + \delta)^3} \right], \quad \sigma_0 = \sigma_{c2} \left[1 + \frac{5a_2^3 + 4a_2^2\delta + a_2\delta^2}{(a_2 + \delta)^3} \right] \quad (4)$$

позволяет определить параметр структуры δ . На этом этапе из-за разброса экспериментальных данных имеется специфическая трудность. На рис. 4 показана зависимость разности правых частей $(\sigma_{01}^* - \sigma_{02}^*)$ в зависимости от δ . Эта разница (невязка решения) перемещается вдоль оси ординат при изменении входных данных внутри доверительного интервала измеренной прочности образцов.

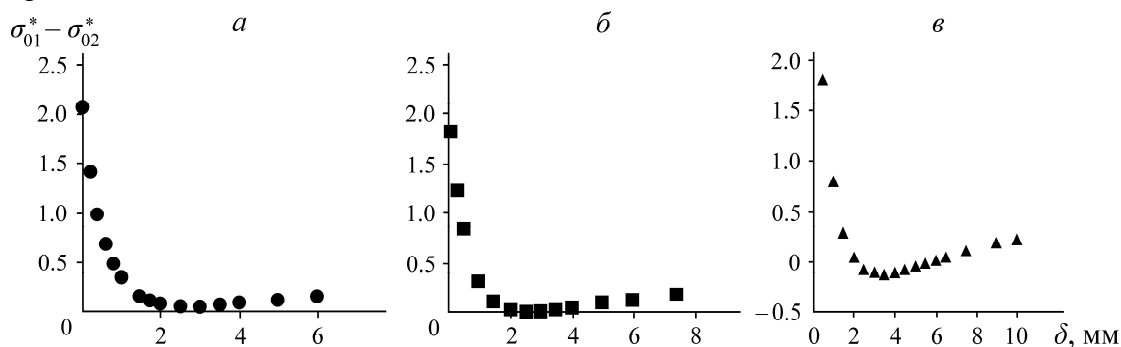


Рис. 4. Зависимость невязки решения системы (4) от параметра структуры δ : а — сургуч; б — гипс искусственный; в — мраморизованный известняк

Решение системы (4), которое дает минимальную невязку, соответствует δ^* , определенной из условия $d(\sigma_{01}^* - \sigma_{02}^*) / d\delta = 0$. Расчетное значение σ_0^* находится как среднее арифметическое вычисленной прочности на растяжение σ_{0i}^* для определенного описанным способом δ^* . Результаты испытаний, обработанные по такой процедуре, представлены в табл. 3 и на рис. 5.

ТАБЛИЦА 3. Вычисленные значения прочности на растяжение и трещиностойкости исследованных сред

Порода/среда	σ_0 , МПа	K_{lc} , МПа·м ^{1/2}	δ , мм	σ_0^* , МПа	K_{lc}^* , МПа·м ^{1/2}	δ^* , мм	σ_0^* / σ_0	K_{lc}^* / K_{lc}	δ^* / δ
Мрамор крупнозернистый	5.93	0.86	13.0	5.94	0.71	9.00	1.00	0.82	0.70
Мраморизованный известняк	5.58	—	—	5.06	0.49	5.00	0.91	—	—
Гипс искусственный	2.50	0.20	4.0	2.35	0.16	3.00	0.94	0.80	0.74
Сургуч	2.20	0.16	3.4	2.14	0.14	2.88	0.97	1.00	0.85
Оргстекло	75.00	1.40	0.2	77.00	1.67	0.30	1.03	1.19	1.36

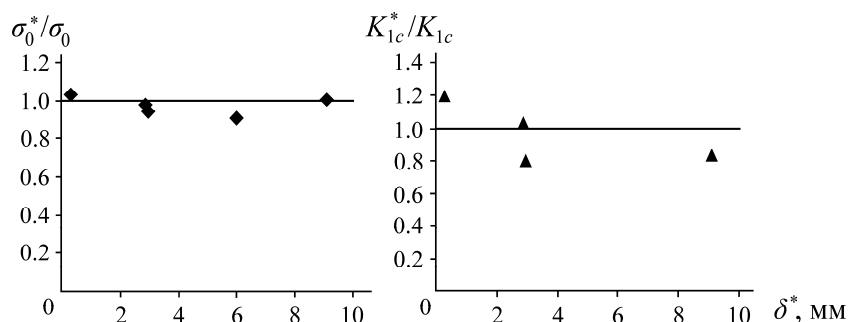


Рис. 5. Отношение вычисленных (со звездочкой) прочностных характеристик к измеренным

Для обработки результатов испытаний по разрушению образцов органического стекла и сургуча, которые имели три диаметра внутреннего отверстия, применяли процедуру минимизации функционала на основе дисперсии:

$$D = \sum_{i=1}^n \frac{(\sigma_{0i}^* - \bar{\sigma}_0^*)^2}{\bar{\sigma}_0^*}$$

Для сургуча обе процедуры дали одинаковый результат определения δ . Для органического стекла, зависимость расчетной прочности которого от параметра δ для образцов с отверстиями разного диаметра представлена на рис. 6а, минимизация функционала D позволяет однозначно вычислить параметр δ (рис. 6б). Результаты расчета искомых значений прочностных характеристик органического стекла, выполненные по этой процедуре, также представлены на рис. 5 и в табл. 3.

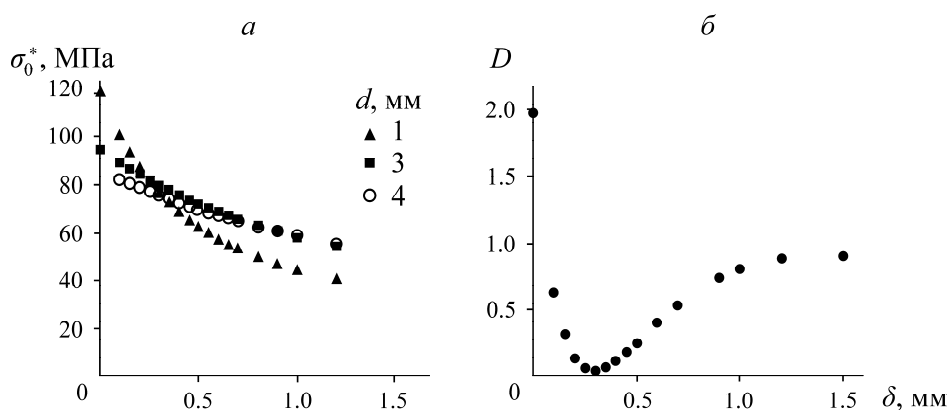


Рис. 6. Зависимость расчетной прочности оргстекла от параметра δ для образцов с разными диаметрами внутреннего отверстия d (а) и определение параметра δ по минимизации функционала D (б)

Предложенный способ одновременного определения прочности на растяжение и трещиностойкости исследованных сред позволяет вычислить эти характеристики с точностью 20%. Заметим, что структурный параметр δ изменяется в широком диапазоне. Для ряда горных пород, перечисленных в табл. 1, проведены испытания сплошных образцов методом бразильской пробы и образцов с одним осевым отверстием. Это достаточно крепкие горные породы, и значения прочности на растяжение, полученные методом бразильской пробы, близки к прочности на разрыв. По результатам испытаний двух видов образцов: сплошных и с осевым отверстием, определена трещиностойкость этих пород. В табл. 4 приведены результаты определения критического коэффициента интенсивности напряжений испытанных пород.

ТАБЛИЦА 4. Вычисленные значения трещиностойкости горных пород

Порода	σ_0 , МПа	K_{Ic} , МПа·м ^{1/2}	δ , мм	D , мм	a_1 , мм	σ_{c1} , МПа	δ^* , мм	K_{Ic} , МПа·м ^{1/2}
Долерит	25.00	2.06	4.35	37.6	1.70	16.90	4.4	2.08
Габбро-диорит	13.40	1.25	5.50	37.6	3.25	7.00	5.7	1.27
Гранит	11.20	1.14	6.60	37.6	3.25	7.00	6.8	1.15
Мрамор Уфалейский	6.90	0.90	10.80	37.6	3.25	5.11	11.0	0.91
Мрамор крупнозернистый	5.93	0.86	13.00	37.6	2.00	4.70	9.0	0.70
Мрамор крупнозернистый	5.93	0.86	13.00	37.6	3.00	4.24	9.0	0.71
Мраморизованный известняк	5.58	—	—	57.0	3.00	3.11	4.8	0.48
Мраморизованный известняк	5.58	—	—	57.0	5.00	2.46	5.0	0.49

На рис. 7 показано отношение вычисленной и измеренной трещиностойкости. Вычисленные критические коэффициенты интенсивности напряжений близки к измеренным. Даже самый худший результат для мрамора крупнозернистого отличается от измеренного менее чем на 20 %. Сравнение результатов вычисленной трещиностойкости мраморизованного известняка из табл. 3 и 4 показывает действенность предложенного метода.

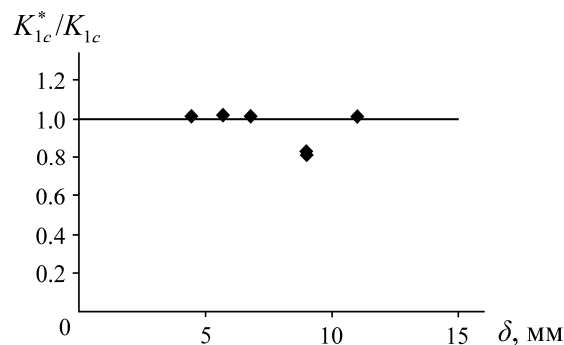


Рис. 7. Отношение вычисленного K_{Ic}^* и измеренного K_{Ic} критического коэффициента интенсивности напряжений в зависимости от параметра структуры

ВЫВОДЫ

При разрушении образцов горных пород и твердых материалов, подобных им, в неоднородных полях напряжений, особенно при концентрации напряжений, применение традиционных локальных критериев прочности приводит к ошибочным результатам. Предложенный метод определения прочности на растяжение и трещиностойкости горных пород по результатам испытаний дисков с осевым отверстием разного диаметра на основе интегрального критерия разрушения позволяет вычислить искомые параметры с точностью не менее 20 %.

По результатам испытаний дисков с осевым отверстием определен критический коэффициент интенсивности напряжений для ряда горных пород разной крепости. Выполненное сравнение показало хорошее согласие вычисленных и измеренных значений трещиностойкости. Это дает возможность рекомендовать данный способ для определения трещиностойкости хрупких горных пород.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fairhurst C. On the validity of the Brazilian test for brittle materials, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 1964, Vol. 1. — P. 535–546.
2. Введение в механику скальных пород. — М.: Мир, 1983. — 276 с.
3. Brawn E. T. and Trollope D. H. The failure of linear brittle materials under effective tensile stress, *J. Rock Mech. Eng. Geol.*, 1967, Vol. 5. — P. 229–241.
4. Jaeger J. C. and Hoskins E. R. Stresses and failure in rings of rock loading in diametral tension or compression, *J. Brit. J. Appl. Phys.*, 1966, Vol. 17. — P. 685–692.
5. Hudson J. A. Tensile strength and the ring test, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 1969, Vol. 6, Issue 1. — P. 91–97.
6. Mellor M. and Hawkes I. Measurement of tensile strength by diametral compression of disks and annuli, *J. Eng. Geol.*, 1971, Vol. 5. — P. 173–222.
7. Новожилов В. В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // ПММ. — 1969. — Т. 33. — Вып. 2. — С. 212–222.
8. Lajtai E. Z. Effect of tensile stress gradient on brittle fracture initiation, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 1972, Vol. 9. — P. 569–578.
9. Сукнев С. В., Новопашин М. Д. Применение градиентного подхода для оценки прочности горных пород // ФТПРПИ. — 1999. — № 4. — С. 54–60.
10. Леган М. А. О взаимосвязи градиентных критериев локальной прочности в зоне концентрации напряжений с линейной механикой разрушения // ПМТФ. — 1993. — Т. 34. — № 4. — С. 146–154.
11. Корнев В. М. Обобщенный достаточный критерий прочности. Описание зоны предразрушения // ПМТФ. — 2002. — Т. 43. — № 5. — С. 153–161.
12. Yao W., Xia K., and Li X. Non-local failure theory and two-parameter tensile strength model for semi-circular bending tests of granitic rocks, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2018, Vol. 110. — P. 9–18.
13. Ефимов В. П. Экспресс-метод оценки прочности на растяжение и трещиностойкости хрупких сред // ФТПРПИ. — 2003. — № 4. — С. 79–82.
14. Ефимов В. П. Испытания горных пород в неоднородных полях растягивающих напряжений // ПМТФ. — 2013. — Т. 54. — № 5. — С. 199–209.
15. Ефимов В. П. Определение прочности горных пород на растяжение по результатам испытаний дисковых образцов с центральным отверстием // ФТПРПИ. — 2016. — № 5. — С. 54–61.
16. Legan M. A. and Blinov V. A. Stress analysis for perforated cylinders with combined use of the boundary element method and nonlocal fracture criteria, *J. Appl. Mech. and Tech. Phys.*, 2018, Vol. 59, No. 7. — P. 1227–1234.
17. Сукнев С. В. Разрушение хрупкого геоматериала с круговым отверстием при двухосном сжатии // ПМТФ. — 2015. — Т. 56. — № 6. — С. 166–172.
18. Джон Е. Сроули. Вязкость разрушения при плоской деформации. Разрушение. — Т. 4. — М.: Машиностроение, 1977. — С. 47–67.

Поступила в редакцию 26/V 2019

После доработки 26/V 2019

Принята к публикации 28/V 2019