УДК 539.3

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ УЗКИХ ТОНКИХ ПЛАСТИН НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ ПРИ СЖАТИИ

В. Д. Кургузов, А. Г. Демешкин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия E-mails: kurguzov@hydro.nsc.ru, demeshkin@hydro.nsc.ru

Рассмотрены процессы упругой деформации тонких пленок при механическом нагружении. Пленка моделируется продольно сжатой пластиной, расположенной на упругом основании. Построена компьютерная модель потери устойчивости узкой тонкой пластины с участком отслоения, находящейся на упругом основании. Исследовано закритическое поведение системы пластина — подложка. Выполнены эксперименты по осевому сжатию металлической полосы, приклеенной к резиновой пластине, в которых получено от 2 до 7 форм потери устойчивости. Проведено сравнение полученных в численном расчете критических нагрузок и форм потери устойчивости с экспериментальными данными. Показана возможность прогрессирующего отслоения металлической пластины от основания при превышении критической нагрузки. Установлено, что при использовании предлагаемого подхода, в котором в отличие от других подходов учитывается упругая деформация подложки, возникает зависимость критических напряжений изгиба от жесткости основания.

Ключевые слова: тонкие пленки, отслоение, упругое основание, потеря устойчивости, нелинейное деформирование.

DOI: 10.15372/PMTF20160313

Введение. Тонкие пленки широко применяются в современной микроэлектронике при разработке интегральных схем, микросенсоров, датчиков и т. д. Использование новых химических и физических способов нанесения тонких пленок позволяет получать гетероструктуры с уникальными функциональными характеристиками, а также различные композитные материалы с градиентными структурой и свойствами. В промышленности применяется способ нанесения пленок на большую площадь, что позволяет создавать функциональные материалы с нелинейными электрофизическими, оптическими, трибологическими и другими параметрами [1].

Тонкие пленки могут быть твердыми или жидкими. Состав, структура и свойства тонкой пленки и основного материала, из которого она образовалась, могут различаться. К числу твердых тонких пленок относятся оксидные пленки на поверхности металлов и искусственные пленочные покрытия, формируемые на различных материалах и используемые в микроэлектронике, для предотвращения коррозии, улучшения внешнего вида изделий и т. д. [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-08-00113).

[©] Кургузов В. Д., Демешкин А. Г., 2016



Рис. 1. Схемы деформирования тонких пленок, находящихся на подложке, под действием сжимающих сил:

a — гофрирование пленки на податливой подложке,
б — отслоение пленки на жесткой подложке; 1 — пленка, 2 — подложка

В процессе создания микроэлектронных устройств возникает проблема устойчивости тонких пленок на подложке. При вакуумном напылении металлов на поверхность происходит осаждение тонких пленок, в которых в процессе роста, а также при термомеханических воздействиях возникают напряжения, обусловленные различием температурных и механических характеристик пленки и подложки. Под действием напряжений пленка и подложка испытывают деформации различной степени, но, поскольку они жестко связаны, для достижения состояния равновесия система пленка — подложка должна изгибаться. Изгиб тонких пленок на подложке аналогичен классическому случаю эйлеровой упругой неустойчивости стержня, находящегося под действием продольных сжимающих сил [3]. При превышении критического значения сжимающей силы происходит потеря устойчивости стержня, приводящая к его изгибу, при сколь угодно малом возмущении, вызванном начальными несовершенствами (эксцентриситет приложенной силы, неоднородность материала по сечению и т. п.). Изгиб, минимизирующий энергию упругой деформации стержня, зависит от типа закрепления его торцов.

В работе [4] рассмотрены процессы упругой деформации металлических пленок при механическом нагружении. Показано, что при продольном сжатии тонких пленок на податливой подложке в них формируются складки и происходит когерентная деформация подложки. В случае жесткой подложки наличие сжимающих напряжений приводит к упругому изгибу пленки с локальным отслаиванием от подложки. На рис. 1 представлены схемы деформирования тонких пленок на подложке под действием сжимающих сил [4].

Если связь пленки с подложкой недостаточно сильная либо ослаблена теми или иными дефектами на границе раздела, то может произойти локальное отслоение пленки от подложки (см. рис. $1, \delta$), обусловленное появлением в зонах изгиба растягивающих напряжений вследствие потери устойчивости тонкой пленки при ее сжатии продольными усилиями. Хрупкое разрушение при сжатии исследовалось во многих работах, однако некоторые особенности механизма разрушения остаются неизученными [5]. Ниже построена модель квазихрупкого отслоения узкой тонкой пластины от упругой подложки при осевом сжатии, в которой учитывается возможность прогрессирующего отслоения пластины от основания при превышении критической нагрузки. В данной работе не рассматривается поперечное волнообразование, возникающее при продольном сжатии тонких широких пластин, размеры которых в плане одного порядка. Проводится сравнение данных компьютерного моделирования и результатов натурных экспериментов.

1. Моделирование потери устойчивости продольно сжатой пластины, расположенной на упругом основании. При решении нелинейных задач деформирования тонкостенных конструкций (балок, пластин и оболочек) большое значение имеет выбор определяющих соотношений упругости при малой деформации тела. При изгибе пластины, как правило, выполняется условие малости деформаций, несмотря на то что смещения и повороты могут быть достаточно большими. Поэтому для формулировки уравнений, описывающих изгиб тонкостенных конструкций при упругом деформировании, целесообразно использовать определяющие уравнения гиперупругого материала, поскольку только для такого материала гарантируется сохранение потенциальной энергии внутренних сил на замкнутых путях деформирования в пространстве компонент тензора деформаций [6].

Определяющие соотношения гиперупругого материала в модели Кирхгофа — Сен-Венана имеют вид

$$S = \frac{\partial W(E)}{\partial E}, \qquad W \equiv \frac{1}{2}E : C^E : E.$$

Здесь W(E) — удельная потенциальная энергия деформации; S — второй тензор напряжений Пиолы — Кирхгофа; E — тензор деформаций Грина — Лагранжа; $C^E = \lambda C_{\rm I} + \mu (C_{\rm II} + C_{\rm III})$ — тензор упругости четвертого порядка, связывающий скорости изменения тензоров E и S соотношением $\dot{S} = C^E : \dot{E}; C_{\rm I}, C_{\rm II}, C_{\rm III}$ — базовые изомеры тензора четвертого порядка [6]; λ, μ — константы Ламе, которые выражаются через модуль Юнга E и коэффициент Пуассона ν следующим образом:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \qquad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

На рис. 1,6 показано деформирование тонкой пленки на подложке, в случае когда на участке границы раздела уже произошло отслоение. Исследуем устойчивость такой пленки на основе модели продольно сжатой пластины, частично покоящейся на упругом основании (рис. 2). В силу симметрии задачи рассмотрим половину пластины длиной 200 мм, шириной 10 мм, толщиной 0,1 мм с участком отслоения длиной l = 25 мм. Пластина частично покоится на упругом основании длиной 175 мм. На ее левом торце ставится условие симметрии u = 0 (u — горизонтальные смещения), на правом торце — условие шарнирного опирания. Пластина подвергается продольному сжатию в режиме жесткого нагружения, т. е. на правом торце заданы горизонтальные смещения u = -20 мм. Закон нарастания нагрузки во времени считается линейным, под временем в квазистатических задачах понимается некоторый монотонно возрастающий параметр нагружения.



Рис. 2. Схема нагружения (a) и формы потери устойчивости (b) пластины с участком отслоения, расположенной на упругом основании: 1 - l = 25 мм, 2 - l = 50 мм

Разобьем пластину на 50 000 20-узловых гексагональных элементов размером $0,2 \times 0,2 \times 0,1$ мм с квадратичной аппроксимацией перемещений. Выберем следующие механические характеристики материала: $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0,35$, коэффициент жесткости упругого основания c = 0,0016 Н/мм³. Компьютерное моделирование деформирования пластины проводится с использованием пакета MSC.Marc 2012 [7].

На рис. 2 представлены эпюры прогибов w пластины с участком отслоения длиной l = 25, 50 мм. Видно, что пластина теряет устойчивость, при этом образуются три полуволны. Формы потери устойчивости на рис. 2 представлены в отсчетной конфигурации, поэтому координата правого торца пластины равна x = 200, несмотря на то что он сместился на 20 мм. Следует отметить, что математическая модель дает только тривиальное решение w = 0 (пластина сжимается без потери устойчивости, т. е. остается плоской). Для того чтобы получить изгибные формы, показанные на рис. 2, необходимо вводить начальные возмущения в виде малых поперечных сил порядка 10^{-7} H, приложенных к лицевой поверхности пластины.

В случае если продольные напряжения σ больше критических напряжений σ^* , пластина теряет устойчивость, при этом образуются три полуволны (см. рис. 2). Результаты расчетов для участка отслоения длиной l = 25, 38, 50 мм показывают, что критические напряжения уменьшаются с увеличением l. Это позволяет утверждать, что при превышении критической нагрузки возможно прогрессирующее отслоение. Кроме того, предложенная модель учитывает влияние упругой деформации подложки; например, при c = 0,0016 H/мм³ критическое значение напряжения равно $\sigma^* = 5,169$ МПа, при c = 0,0004 H/мм³ $\sigma^* = 1,837$ МПа.

2. Экспериментальные исследования. Для экспериментального исследования форм потери устойчивости гибких пластин на упругом основании была создана экспериментальная установка (рис. 3). Пластинами служили шлифованные стальные полосы различной длины ($L = 80 \div 140$ мм), толщины ($h = 0.2 \div 0.6$ мм) и ширины ($a = 8 \div 10$ мм). В качестве упругого основания, которое приклеивалось к полосам, использовалась пористая либо вакуумная резина с модулями Юнга E = 0.6; 2,3 МПа и коэффициентами Пуас-



Рис. 3. Сжатие пластин, расположенных на упругом основании, с образованием трех (a) и шести (b) полуволн:

a — упругое основание — вакуумная резина, $L=80\,$ мм, $h=0.25\,$ мм, $a=8\,$ мм, $b=18,5\,$ мм; δ — упругое основание — пористая резина, $L=135\,$ мм, $h=0.2\,$ мм, $a=10\,$ мм, $b=10\,$ мм

сона $\nu = 0,39$; 0,47 соответственно, толщина резины $b = 10 \div 24$ мм. Для обеспечения устойчивости процесса деформирования в срединной плоскости к резине приклеивалась жесткая пластина из гетинакса. Продольная нагрузка на стальную полосу прикладывалась симметрично относительно ее концов и замерялась динамометром с ценой деления 0,025 Н. По мере увеличения продольной нагрузки в зависимости от длины полосы наблюдалось 2–7 форм потери устойчивости. При каждой фиксированной нагрузке измерялось поперечное смещение стальной пластины в точках, соответствующих вершинам полуволн, с точностью до 0,01 мм.

3. Компьютерное моделирование. Рассмотрим задачу о деформировании стальной пластины, приклеенной к упругому основанию, под действием продольной сжимающей нагрузки в двумерной постановке в условиях плоской деформации. Пластину будем моделировать одним слоем восьмиузловых прямоугольных элементов с квадратичной аппроксимацией перемещений, основание разобьем на четырехузловые прямоугольные элементы с линейной аппроксимацией перемещений. Воздействие пластины из гетинакса на резину учитывается с помощью условия жесткой заделки. К торцевым поверхностям пластины прикладываются горизонтальные смещения u = 1 мм, в средних узлах ставятся условия шарнирного опирания. На границе раздела системы пластина — основание задаются условия склейки, т. е. рассматривается жесткий контакт двух деформируемых тел. Как показали предварительные численные эксперименты, использование стандартных конечных элементов при решении задачи контакта деформируемых тел с существенно различающимися характеристиками приводит к нежелательным вычислительным эффектам, например к прониканию элементов через неподвижную границу. На поверхности контакта двух смежных элементов условие равновесия оказывается выполненным только для элемента в целом. Поэтому возникла необходимость использования элементов Геррманна, в которых наряду с аппроксимацией узловых перемещений используется дополнительная функция среднего напряжения.

На рис. 4 показаны расчетные формы потери устойчивости с образованием четырех и семи полуволн. Как и в п. 1, для получения нетривиального решения в задачу вводились начальные возмущения в виде малых поперечных сил порядка 10^{-7} H, приложенных к лицевой поверхности пластины. Сравнение экспериментальных данных и результатов компьютерного моделирования показывает, что они качественно согласуются. В зависимости от количества полуволн погрешность определения прогибов пластины в точках выпуклости и вогнутости полуволн для пористой резины составляет $10 \div 30$ %, для вакуумной резины — $15 \div 50$ %. Следует отметить, что для вакуумной резины данные эксперимента и расчета различаются более существенно, чем для пористой. По-видимому, это объясняется использованием неадекватной модели материала.

4. Моделирование отслоения пластины от упругой подложки. Рассмотрим вопрос о возможности прогрессирующего отслоения продольно сжатой пластины от основания при превышении критической нагрузки. На рис. 5 показана стальная пластина с участком отслоения, расположенная на основании из пористой резины. Из результатов теоретического анализа задачи устойчивости продольно сжатой пластины и данных экспериментов следует, что амплитуда прогибов уменьшается с увеличением числа полуволн, поэтому отслоение подложки происходит при появлении первых форм потери устойчивости (число полуволн не больше 2–3). Также на отслоение оказывают влияние длина пластины, механические свойства подложки, прочностные свойства клеевого соединения. В экспериментах металлическая пластина склеивалась с резиной трехкомпонентным клеем на основе эпоксидной смолы, не содержащим растворитель. Такой клей состоит из связующего вещества (эпоксидной смолы ЭД-20), пластификатора (дибутилфталата) и отвердителя (полиэтиленполиамина). В зависимости от концентрации компонентов прочностные



Рис. 4. Расчетные формы потери устойчивости пластин, расположенных на упругом основании, с образованием четырех (*a*) и семи (*б*) полуволн: *a* — упругое основание — вакуумная резина, L = 80 мм, h = 0.25 мм, a = 8 мм, b = 18.5 мм, δ — упругое основание — пористая резина, L = 138 мм, h = 0.2 мм, a = 10 мм, b = 10 мм



Рис. 5. Отслоение стальной пластины, приклеенной к пористой резине, с образованием трех полуволн (l = 10 мм, L = 120 мм, h = 0.25 мм, a = 8 мм, b = 20 мм)



 $8,15 \quad 7,34 \quad 6,52 \quad 5,70 \quad 4,89 \quad 4,07 \quad 3,25 \quad 2,44 \quad 1,62 \quad 0,81 \quad -0,01 \quad w, \text{ mm}$

Рис. 6. Результаты моделирования отслоения пластины от подложки в различные моменты времени:

 $a-t=0,7659,\; \delta-t=0,7666$

свойства клея можно варьировать. Пластификатор особенно важен при склеивании металла и резины для обеспечения эластичности соединения при больших деформациях. В экспериментах, описанных в п. 2, прочность склейки была достаточной, чтобы не допустить отслоения резины при образовании изгибных форм в продольно сжатой пластине. В эксперименте, результаты которого показаны на рис. 5, прочность клея была сопоставима с прочностными свойствами пористой резины, что привело к появлению чередующихся участков отрыва по клеевому соединению и резине. В момент времени, соответствующий рис. 5, при некоторой нагрузке появился участок отрыва. При малейшем увеличении продольной силы этот участок быстро расширяется, практически достигая обоих торцов пластины.

С целью моделирования прогрессирующего отслоения в модели, описанной в п. 3, была учтена возможность разрушения материала вдоль границы контакта пластины и основания при достижении на этой границе критических значений нормальных напряжений. На рис. 6 представлены изолинии вертикальных перемещений отслоившейся пластины в моменты времени t = 0,7659; 0,7666. К торцевым поверхностям пластины прикладывались горизонтальные смещения, которые в момент времени t = 1 достигали значения u = 1 мм, т. е. в момент времени t = 0,7659 торцы пластины перемещались навстречу друг другу на расстояние, равное 0,7659 мм. Предел прочности клеевого соединения определялся в эксперименте при одноосном растяжении склеенных призматических образцов. Несмотря на то что моменты времени t = 0,7659 и t = 0,7666 очень близки, вычислительная процедура между этими моментами включает 50 шагов. Это приводит к существенному различию деформированных конфигураций пластины и основания. Сравнение экспериментальных

данных и результатов численных расчетов позволяет сделать вывод, что предлагаемая модель адекватно описывает процесс прогрессирующего отслоения пластины от подложки.

Заключение. Построена модель квазихрупкого отслоения тонкой пленки от упругой подложки при осевом сжатии. Пленка моделируется расположенной на упругом основании узкой тонкой пластиной с малым участком ее отслоения от подложки. Численно решена задача о потере устойчивости тонкой пластины на упругом основании в геометрически нелинейной постановке, для сжатой пластины получены формы потери устойчивости, исследовано закритическое поведение системы пластина — подложка. На границе участка отслоения x = l в области изгиба пластины возникают большие градиенты напряжений, вызывающие дальнейшее отслаивание пластины и соответствующее изменение формы изгиба. В предлагаемом подходе, в отличие от известных подходов [8–10], учитывается упругая деформация подложки, т. е. зависимость критических напряжений изгиба от жесткости основания.

Проведены экспериментальные исследования форм потери устойчивости узких стальных пластин, расположенных на упругом основании (пористая либо вакуумная резина). По мере увеличения продольной нагрузки в зависимости от длины полосы наблюдалось 2–7 форм потери устойчивости. Экспериментально зафиксировано возникновение участка отрыва, который даже при незначительном увеличении продольной силы быстро расширялся, практически достигая обоих торцов пластины. Результаты моделирования показывают, что при превышении критической нагрузки тонкая пластина практически мгновенно отслаивается от основания. Сравнение экспериментальных данных и результатов численных расчетов позволяет сделать вывод, что предложенная модель адекватно описывает процесс прогрессирующего отслоения пластины от подложки.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. **Фелдман Л.** Основы анализа поверхности и тонких пленок / Л. Фелдман, Д. Майер. М.: Мир, 1989.
- Freund L. B. Thin film materials: stress, defect formation and surface evolution / L. B. Freund, S. Suresh. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003.
- 3. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967.
- Шугуров А. Р., Панин А. В. Механизмы периодической деформации системы "пленка подложка" под действием сжимающих напряжений // Физ. мезомеханика. 2009. Т. 12, № 3. С. 23–32.
- Wang E. Z., Shrive N. G. Brittle fracture in compression: mechanisms, models and criteria // Engng Fracture Mech. 1995. V. 52, N 6. P. 1107–1126.
- 6. **Коробейников С. Н.** Нелинейное деформирование твердых тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
- 7. MARC users guide. V. A: Theory and users information. Santa Ana: MSC.Software Corp., 2012.
- Janssen G. C. A. M., Dammers A. J., Sivel V. G. M., Wang W. R. Tensile stress in hard metal films // Appl. Phys. Lett. 2003. V. 83, N 16. P. 3287–3289.
- Cotterell B., Chen Z. Buckling and cracking of thin films on compliant substrates under compression // Intern. J. Fracture. 2000. V. 104, N 2. P. 169–179.
- Yu H.-H., Hutchinson J. W. Influence of substrate compliance on buckling delamination of thin films // Intern. J. Fracture. 2002. V. 113, N 1. P. 39–55.

Поступила в редакцию 30/III 2015 г., в окончательном варианте — 19/V 2015 г.