

5. Дорренс У. Х. Гиперзвуковые течения вязкого газа.— М.: Мир, 1966.
6. Линь Ц. Ц. Теория гидродинамической устойчивости.— М.: ИЛ, 1958.
7. Mack L. M. Boundary layer stability theory.— Pasadena, California: JPL, 1969.— (Document 900—277, Rev. A).
8. Лысенко В. И. О роли первой и второй мод возмущений в процессе перехода сверхзвукового пограничного слоя // ПМТФ.— 1985.— № 6.
9. Mack L. M. The inviscid stability of the compressible laminar boundary layer // Space Programs Summary 37—36.— Pasadena, California: JPL, 1964.— V. 4.
10. Gill A. A. Instabilities of «top-hat» jets and wakes in compressible fluids // Phys. Fluids.— 1965.— V. 8, N 8.
11. Lysenko V. I., Maslov A. A. The effect of cooling on the supersonic boundary layer stability // J. Fluid Mech.— 1984.— V. 147, Oct.

Поступила 12/III 1987 г.

УДК 532,526

О НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ПУЛЬСИРУЮЩЕМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

С. Н. Тимошин

(Москва)

Рассматриваются предельные свойства задачи Коши для интегродифференциального уравнения в частных производных, описывающего нестационарное взаимодействие в пульсирующем пограничном слое при больших числах Рейнольдса Re [1]. Показано, что если минимальная за период величина напряжения поверхностного трения перед областью взаимодействия отрицательна и по порядку величины больше, чем $Re^{-1/8}$, то в спектре возмущенного решения выделяется диапазон волновых чисел, для которых в ограниченном интервале времени происходит возбуждение соответствующих гармоник. Обсуждается физический механизм возбуждения как проявление мгновенной неустойчивости течения. Приведена классификация предельных форм течения в случае, когда минимум невозмущенного трения положителен и много больше, чем $Re^{-1/8}$.

1. Введение. В [1] изучалось течение со взаимодействием в пульсирующем пограничном слое в несжимаемой жидкости около плоской пластины с малой локальной деформацией поверхности. Асимптотическая теория течения при большом Re строилась в предположении, что поток вне пограничного слоя не меняет своего направления на всем периоде времени, а минимум невозмущенного напряжения трения на пластине перед областью взаимодействия по порядку величины равен $O(Re^{-1/8})$. Оказалось, что для построения равномерно пригодного по времени решения требуется исследование, по меньшей мере, трех характерных режимов взаимодействия. Наиболее интересным представляется нестационарное взаимодействие, которое реализуется в интервале времени длительностью $O(Re^{-1/16})$, когда невозмущенное трение на пластине близко к минимуму. Течение в этом интервале описывается сформулированной в [1] задачей Коши для нелинейного интегродифференциального уравнения в частных производных:

$$(1.1) \quad \frac{\partial B(X, T)}{\partial T} = -\gamma \frac{\partial}{\partial X} \int_{-\infty}^X \left\{ [B(\xi, T) + f(\xi)] [T^2 + \sigma + H_0 (B(\xi, T) + f(\xi))] - \frac{1}{\gamma_0 2^{5/4}} \int_{\xi}^{+\infty} \frac{\partial^2 R(s, T)}{\partial s^2} \frac{ds}{(s - \xi)^{1/2}} \right\} \frac{d\xi}{(X - \xi)^{3/4}}$$

$$B(X, -\infty) = -f(X), \quad B(-\infty, T) = f(-\infty) = 0.$$

Здесь T — приведенное время; X — продольная координата; γ и γ_0 — фиксированные положительные постоянные; H_0 — эффективная амплитуда деформации пластины; функция $f(X)$ определяет форму деформации. Искомая функция $B(X, T)$ представляет собой одновременно возмущение продольной составляющей скорости и напряжения поверхностного трения, а также взятую с обратным знаком толщину вытеснения пристеноч-

ного вязкого слоя. Комбинация $T^2 + \sigma$ задает невозмущенное напряжение трения на пластине, минимум которого, пропорциональный σ , достигается в момент времени $T = 0$.

Корректность постановки задачи (1.1) изучалась в линейном приближении $H_0 = 0$ [1]. Оказалось, что решение существует, непрерывно зависит от формы деформации и при $T \rightarrow +\infty$ асимптотически приближается к квазистационарному пределу $B(X, +\infty) = -f(X)$. Решение устойчиво по отношению к возмущениям, создаваемым в произвольный момент времени, если вносимое возмущение имеет ограниченный спектр. Однако в случае возмущений с неограниченным спектром задача об устойчивости оказывается в общем случае некорректно поставленной, что связано с бурным ростом амплитуды коротковолновых мод на начальном этапе эволюции решения.

2. Возбуждение в пограничном слое с сильными противотоками. Рассмотрим случай бесконечно малых деформаций, которому отвечает линеаризованная форма задачи (1.1) ($H_0 = 0$). Исходное уравнение упрощается с помощью преобразования Фурье:

$$(2.1) \quad \frac{\partial B^*}{\partial T} + [\gamma_0 (i\omega)^{3/4} (T^2 + \sigma) + \gamma_1 (i\omega)^{5/4} |\omega|] B^* = \\ = -\gamma_0 (i\omega)^{3/4} (T^2 + \sigma) f^*(\omega), \quad \gamma_1 = 2^{-5/4} \pi^{1/2}, \\ B^*(\omega, T) = \int_{-\infty}^T \exp(-i\omega X) B(X, T) dX, \quad |\arg(i\omega)| < \pi.$$

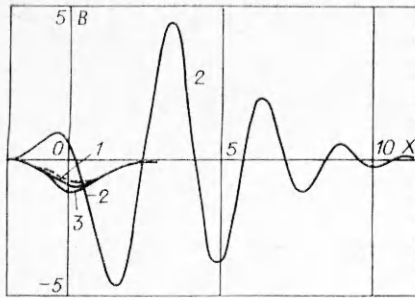
Решение этого уравнения, удовлетворяющее начальному условию $B^*(\omega, -\infty) = -f^*(\omega)$, имеет вид

$$(2.2) \quad B^* = -f^*(\omega) \left[1 - \gamma_1 (i\omega)^{5/4} |\omega| \int_{-\infty}^T \exp\left\{ \frac{\gamma_0}{3} (i\omega)^{3/4} (s^3 - T^3) + \right. \right. \\ \left. \left. + [\gamma_0 \sigma (i\omega)^{3/4} + \gamma_1 (i\omega)^{5/4} |\omega|] (s - T) \right\} ds \right].$$

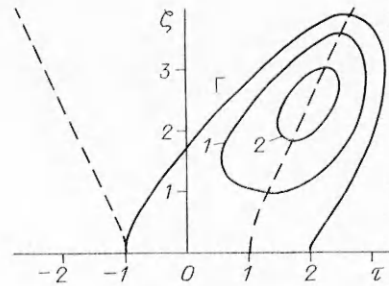
Обратное преобразование Фурье выполнялось численно для деформации $f = \exp(-X^2)$. На рис. 1 показана зависимость $B(X, T)$ при $\sigma = -2$ в моменты времени $T = -2; 0; 6$ (кривые 1-3). Если при $T = -2$ и 6 решение близко к предельному $B(X, \pm\infty) = -f(X)$, то в момент $T = 0$ оно имеет характер колебаний с большой амплитудой, причем продольный масштаб возмущенной области течения оказывается гораздо больше, чем длина деформированного участка поверхности. Такое своеобразное возбуждение пограничного слоя связано с наличием противотоков в невозмущенном течении, что подтверждается поведением функции $B(X, T)$ в момент $T = 0$ при $\sigma = 2$ (штриховая линия на рис. 1).

Исчерпывающее описание эффекта возбуждения локального решения удается получить в случае невозмущенного течения с сильными противотоками, чему отвечает предельная форма (2.2) при $\sigma \rightarrow -\infty$. Учитывая, что параметр ω изменяется в неограниченном интервале, при получении оценок интеграла (2.2) целесообразно искать характерные пределы решения. Первый из них возникает, когда все слагаемые в показателе экспоненты в (2.2) одинакового порядка величины, т. е. при $\tau = T\varepsilon^{1/4} \sim 1$, $\zeta = \omega\varepsilon^{1/3} \sim 1$, $\varepsilon = (-\sigma)^{-2} \rightarrow 0$. Переходя к новым переменным, находим

$$(2.3) \quad B^* = -f^*(\omega) [1 - \gamma_1 (i\zeta)^{5/4} |\zeta| \Phi(\tau, \zeta; \varepsilon)], \\ \Phi = \frac{1}{\varepsilon} \exp\left[-\frac{1}{\varepsilon} g(\tau, \zeta)\right], \quad \int_{-\infty}^{\tau} \exp\left[\frac{1}{\varepsilon} g(s, \zeta)\right] ds, \\ g(s, \zeta) = \frac{\gamma_0}{3} (i\zeta)^{3/4} s^3 - [\gamma_0 (i\zeta)^{3/4} - \gamma_1 (i\zeta)^{5/4} |\zeta|] s.$$



Р и с. 1



Р и с. 2

Решение представлено в виде, удобном для оценивания функции Φ с помощью метода перевала при $(\tau, \zeta) \sim 1$, $\varepsilon \rightarrow 0$. Опуская детали анализа, укажем окончательный результат, ограничиваясь (без потери общности) областью значений $\zeta > 0$.

Оказывается, что в плоскости (τ, ζ) существует замкнутая кривая Γ , симметричная относительно оси $\zeta = 0$ (на рис. 2 показана верхняя половина кривой). Если точка (τ, ζ) расположена во внешней области по отношению к Γ , то решение имеет квазистационарную асимптотику, которую можно получить из (2.1), пренебрегая производной по времени:

$$(2.4) \quad \Phi(\tau, \zeta; \varepsilon) = [\gamma_0(i\zeta)^{3/4}(\tau^2 - 1) + \gamma_1(i\zeta)^{5/4}|\zeta|^{-1}] + \dots$$

В области параметров, заключенной внутри Γ , асимптотическое представление решения более сложное:

$$(2.5) \quad \Phi = \left(\frac{\pi}{\varepsilon\gamma_0}\right)^{1/2} (i\zeta)^{-3/8} (-\tau_0)^{-1/4} \exp\left[-\frac{\gamma_0}{3\varepsilon}\Omega(\tau, \zeta)\right] + \dots,$$

$$\tau_0 = -\left(1 - \frac{\gamma_1}{\gamma_0}(i\zeta)^{1/2}|\zeta|\right)^{1/2}, \quad \tau_0 r < 0, \quad \Omega(\tau, \zeta) = (i\zeta)^{3/4}(\tau - \tau_0)^2(\tau + 2\tau_0).$$

Здесь τ_{0r} — действительная часть τ_0 . На рис. 2 показаны линии уровня $\Omega_r = -3$ и -6 (кривые 1 и 2). На самой кривой Γ $\Omega_r = 0$. Вершина Γ имеет ординату $\zeta_0 = 3,8226$; ζ представляет собой волновое число определенной гармоники в спектре возмущений, вызванных деформацией пластины. Эволюция во времени гармоник с волновыми числами $\zeta > \zeta_0$ описывается квазистационарным приближением (2.4) на всем интервале изменения τ . Если же $0 < \zeta < \zeta_0$, то в определенном интервале времени (рис. 2) плавное квазистационарное изменение возмущения трансформируется в высокочастотные осцилляции с экспоненциально большой амплитудой (2.5). В силу равенства $\zeta = \omega\varepsilon^{1/3}$ эффект возбуждения присутствует у гармоник с волновыми числами $|\omega| < \zeta_0\varepsilon^{-1/3}$, $\varepsilon \ll 1$.

Дополнительный анализ показывает, что возбуждение наблюдается лишь при $|\omega| \gg \varepsilon$. В самом деле, пусть $\omega = \varepsilon\mu$, $\varepsilon \rightarrow 0$, $(\mu, \tau) = O(1)$. Представление решения в этом предельном случае запишем как

$$(2.6) \quad B^* = -f^*(\omega) \left\{ 1 - \varepsilon^2 \gamma_1 (i\mu)^{5/4} |\mu| \int_{-\infty}^{\tau} \exp[G_1(s, \tau, \mu)] ds \right\},$$

$$G_1 = \gamma_0 (i\mu)^{3/4} [1/3(s^3 - \tau^3) - (s - \tau)].$$

Можно показать, что если $\mu \rightarrow \pm\infty$, то решение (2.6) непрерывно переходит в (2.3)—(2.5) при $\zeta \rightarrow 0$. Нетрудно установить также, что указанными двумя характерными пределами исчерпываются все возможные формы решения (2.2) при $\sigma \rightarrow -\infty$.

Теперь остается выполнить обратное преобразование Фурье. Приведем пример подобных вычислений для деформации с ограниченным спектром:

$$f(X) = \sin(\omega_0 X)/(\omega_0 X), \quad \omega_0 = \text{const},$$

$$f^* = \pi/\omega_0 \quad (|\omega| < \omega_0), \quad f^* = 0 \quad (|\omega| > \omega_0).$$

Выражение для функции B при $\varepsilon \rightarrow 0$ в интервале времени $-1 < \tau < 2$ имеет вид

$$B = \varepsilon^{-5/8} \frac{\gamma_1}{2} \left(\frac{\pi}{\gamma_0} \right)^{1/2} \left[\frac{4\omega_0 (i\omega_0)^{7/8} \exp \Theta}{\gamma_0 (\tau + 1)^2 (2 - \tau) (i\omega_0)^{5/4} + 4i\xi\omega_0} + \text{к. с.} \right] + \dots,$$

$$\Theta = \varepsilon^{-3/4} \left[i\omega_0 \xi + \frac{\nu}{3} (\tau + 1)^2 (2 - \tau) (i\omega_0)^{3/4} \right].$$

Здесь $\xi = X\varepsilon^{3/4} = O(1)$; обозначение к. с. использовано для комплексно-сопряженного выражения. Таким образом, около выбранного препятствия возмущение в возбужденном состоянии имеет форму модулированной волны с характерным продольным размером $X = O(\varepsilon^{-3/4})$ и с длиной волны $X = O(1)$. При этом продольный масштаб возмущений оказывается гораздо больше, чем длина деформации. Указанные свойства решения были ранее продемонстрированы на рис. 1. Отметим также несимметрию решения по времени, связанную с инерционными свойствами возмущений.

Остановимся подробнее на физическом механизме возбуждения пограничного слоя. Рассмотрим вначале события, происходящие при минимальных значениях волновых чисел из диапазона возбуждения. Положим $\omega = \varepsilon\mu$ и совершим в уравнении (2.1) повторный предельный переход: сначала $\varepsilon \rightarrow 0$, $\mu \sim 1$, затем $\mu \rightarrow \infty$. При этом предположим, что квазистационарное решение справедливо в любой момент τ . В результате

$$(2.7) \quad B^* = -f^*(\varepsilon\mu) \left\{ 1 - \varepsilon^2 \left[\frac{\gamma_1 (i\mu)^{1/2} |\mu|}{\tau^2 - 1} + \dots \right] + o(\varepsilon^2) \right\}.$$

Напомним, что коэффициент γ_1 в уравнении (2.1) стоит перед слагаемым, характеризующим взаимодействие пограничного слоя с внешним потоком [1]. Тогда первый член в (2.7) соответствует тому, что пограничный слой обтекает препятствие, в точности отслеживая его форму. Смещение линий тока, вызванное таким течением, приводит к генерации во внешнем потоке дополнительного давления. Реакцией пограничного слоя на возмущение давления обусловлен второй член разложения (2.7).

Решение (2.7) имеет особенности при $|\tau| = 1$. Можно предположить, что особенности устраняются в малых окрестностях указанных точек под влиянием нестационарности и, возможно, взаимодействия. При приближении к $\tau = -1$ с разных сторон второй член в (2.7) стремится к бесконечности разных знаков. Если, скажем, при $\tau \rightarrow -1 - 0$ поток разгоняется, то в течение короткого интервала времени вблизи $\tau = -1$ жидкость должна затормозиться и, более того, приобрести значительную отрицательную скорость (лишь в этом случае удалось бы удовлетворить условию срачивания с решением при $\tau \rightarrow -1 + 0$). Покажем, что этого не происходит. Рассмотрим окрестность момента $\tau = -1$ и из соображений общности подберем значение μ так, чтобы нестационарность и взаимодействие влияли на движение одновременно. Тогда, полагая в (2.1) $\tau = -1 + \varepsilon^{2/5}\tau_1$, $\mu = \varepsilon^{-16/15}\mu_1$, в главном приближении получим

$$(2.8) \quad \frac{\partial B^*}{\partial \tau_1} - \left[2\gamma_0 (i\mu_1)^{3/4} \tau_1 - \gamma_1 (i\mu_1)^{5/4} |\mu_1| \right] B^* = 2\gamma_0 (i\mu_1)^{3/4} \tau_1 f^*.$$

Решение этого уравнения, удовлетворяющее условию срачивания с решением (2.7) при $\tau_1 \rightarrow -\infty$, экспоненциально растет, если $\tau_1 \rightarrow +\infty$. Это и означает начало возбуждения пограничного слоя. Таким образом, после кратковременного действия нестационарности поток, вместо того чтобы вновь приобрести квазистационарную форму, переходит в возбужденное состояние. Понятно, что это возможно лишь тогда, когда невозмущенное течение становится неустойчивым при $\tau > -1$. Устойчивость течения характеризуется решением однородного уравнения (2.1), которое можно записать в форме

$$(2.9) \quad B^* = \exp \left\{ -\frac{\gamma_0}{3} (i\omega)^{3/4} T^3 - \left[\gamma_0 (i\omega)^{3/4} \sigma + \gamma_1 (i\omega)^{5/4} |\omega| \right] T \right\}.$$

Если волновое число удовлетворяет условию $\omega = \epsilon\mu$, $\mu \gg 1$, то можно рассматривать мгновенную неустойчивость решения. Будем пока считать $\omega \ll \epsilon^{-1/3}$ и введем быструю переменную $\tau_2 = \mu^{3/4}\tau$. В окрестности любого момента τ решение (2.9) с точностью до множителя, зависящего лишь от τ , но не от τ_2 , представляется в виде $B^* = \exp[\gamma_0 i^{3/4} (1 - \tau^2) \tau_2 + O(\mu^{-3/4} \tau_2^2)]$. Отсюда непосредственно следует, что в интервале $|\tau| < 1$ течение неустойчиво по отношению к гармоникам с волновыми числами $\epsilon \ll \omega \ll \epsilon^{-1/3}$.

Уравнение (2.8) описывает течение со взаимодействием. Если $\mu_1 \rightarrow 0$, то взаимодействие ослабевает, но экспоненциальный рост решения сохраняется. Усиление взаимодействия ($\mu_1 \rightarrow +\infty$) также не устраняет возбуждения, однако начало возбуждения при этом затягивается. Этот эффект особенно хорошо виден у коротковолновых мод $\omega = \epsilon^{-1/3}\zeta$, $\zeta \sim 1$. На рис. 2 штриховыми линиями нанесены границы области мгновенной неустойчивости. Они получаются с помощью изложенной выше процедуры, примененной в диапазоне волновых чисел $\zeta \sim 1$. Оказывается, что течение неустойчиво, если $|\zeta| > [\gamma_0/\gamma_1(\tau^2 - 1)]^{2/3}$. Интересно, что взаимодействие выполняет двоякую роль: с одной стороны, расширяет область неустойчивости (и увеличивает мгновенные инкременты роста возмущений), а с другой — сдвигает момент начала возбуждения. Противодействием этих двух факторов и определяется форма кривой Γ на рис. 2.

Остановимся на вопросе, принципиальном для данного класса течений. Предположим, что форма деформации имеет спектр, расположенный в области $\zeta \sim 1$ и строго ограниченный от нуля ($f^* = 0$, если $|\zeta| < \delta$, δ — конечное число). Тогда, исходя из уравнения (2.1), построим решение в виде формального асимптотического ряда по степеням ϵ , первый член которого

$$(2.10) \quad B^* = - \frac{\gamma_0 (i\zeta)^{3/4} (\tau^2 - 1) f^* (e^{-1/3}\zeta)}{\gamma_0 (i\zeta)^{3/4} (\tau^2 - 1) + \gamma_1 (i\zeta)^{5/4} |\zeta|} [1 + O(\epsilon)].$$

Можно убедиться, что подобное квазистационарное решение равномерно пригодно в бесконечном интервале изменения τ и удовлетворяет условиям сращивания с внешним решением при $|\tau| \gg 1$. Следовательно, приближение (2.10) удовлетворяет принципу самосогласованности, который в методе сращиваемых асимптотических разложений рассматривается как критерий правильности решения задачи. Вместе с тем предельный переход в точном решении показывает, что (2.10) непригодно в некотором ограниченном интервале изменения τ . В данном случае наблюдается известное в асимптотической теории дифференциальных уравнений явление Стокса. В самом деле, если время τ считать комплексной переменной, то у приближения (2.10) будет два полюса, смещенных с действительной оси, влияние которых (точнее, одного из них) и приводит к потере пригодности квазистационарного решения.

3. Нелинейные режимы взаимодействия в течении без противотоков. Рассмотрим предельные формы задачи (1.1) при $\sigma \rightarrow +\infty$. Предположим, что деформация имеет характерный продольный размер S , так что $f(X) = F(X/S)$, и выполним замену переменных: $X = SX_0$, $B(X, T) = -F(X_0) + C(X_0, T)$, $\gamma_2 = 2^{-5/4}\gamma_0^{-1}$, $\gamma_3 = \pi^{-1}\gamma^{-1}2^{-1/2}$. Задачу (1.1) запишем в форме

$$(3.1) \quad \begin{aligned} H_0 C^2 + (T^2 + \sigma) C &= S^{-3/2} J_1(C, X_0, T) - \\ &- S^{3/4} J_2(C, X_0, T) + S^{-2/3} G(X_0), \\ C(X_0, -\infty) &= C(-\infty, T) = 0, \\ J_1(C, X_0, T) &= \gamma_2 \int_{X_0}^{\infty} \frac{\partial^2 C(s, T)}{\partial s^2} \frac{ds}{(s - X_0)^{1/2}}, \end{aligned}$$

$$J_2(C, X_0, T) = \gamma_3 \int_{-\infty}^{X_0} \frac{\partial C(s, T)}{\partial T} \frac{ds}{(X_0 - s)^{1/4}}$$

$$G(X_0) = -\gamma_2 \int_{X_c}^{\infty} \frac{d^2 F(s)}{ds^2} \frac{ds}{(s - X_0)^{1/2}}$$

Выполняя предельный переход $\sigma \rightarrow +\infty$, будем подбирать амплитуду деформации H_0 так, чтобы сохранить нелинейный характер возмущенного течения. Задача (3.1) имеет два характерных предела, соответствующих раздельному влиянию эффектов нестационарности и взаимодействия.

В первом случае $S \sim \sigma^2$, $T \sim \sigma^{1/2}$, $H_0 \sim \sigma^5$, $C \sim \sigma^{-4}$ (луч 1 на рис. 3). В пределе из уравнения (3.1) выпадает интеграл J_1 , характеризующий эффект взаимодействия, т. е. данный режим течения — частный случай нестационарного движения жидкости в пограничном слое с заданным распределением давления.

Второй характерный предел задачи представляет собой нелинейное квазистационарное течение со взаимодействием и реализуется при $S \sim \sigma^{-2/3}$, $T \sim \sigma^{1/2}$, $H_0 \sim \sigma$, $C \sim 1$ (луч 2 на рис. 3). Интеграл J_2 в уравнении (3.1) при этом мал по сравнению с остальными слагаемыми. Режимы течения, отвечающие иным соотношениям между величинами S и σ , $\sigma \gg 1$ (секторы I—III), можно рассматривать как частные случаи двух указанных выше характерных пределов.

Остановимся подробнее на особенностях режима течения в секторе III, заключенном между лучами 1 и 2. При этом в уравнении (3.1) оба интеграла J_1 и J_2 пренебрежимо малы и решение представляется в виде

$$T = \sigma^{1/2} T_1, \quad H_0 = \sigma^2 S^{3/2} H_5, \quad C = \sigma^{-1} S^{-3/2} C_5(X_0, T_1) + \dots,$$

$$2H_5 C_5 = -(1 + T_1^2) + [4H_5 G(X_0) + (1 + T_1^2)^2]^{1/2}.$$

Условие существования действительного решения в любой момент времени имеет вид $4H_5 G(X_0) \geq -1$, ($|X_0| < \infty$) и определяет (при условии единственности экстремума функции G в точке $X_0 = X_c$) пороговую амплитуду деформации $H_5 = H_c$ такую, что $4H_c G_c = -1$, $G_c = G(X_c)$. Если $\Delta H = H_5 - H_c \rightarrow 0$, $X_0 \rightarrow X_c$, $T_1 \rightarrow 0$, $G_c'' = G''(X_c)$, то решение приближается к решению с продолжимой особенностью [2]:

$$(3.2) \quad 2H_5 C_5 = -1 + \left[-\frac{\Delta H}{H_c} + 2H_c G_c'' (X_0 - X_c)^2 + 2T_1^2 \right]^{1/2} + \dots$$

При асимптотическом стремлении амплитуды деформации к пороговой величине особенность в (3.2) может восстановить утраченные эффекты взаимодействия [3, 4] и нестационарности [5—7], которые будут действовать в малом промежутке времени. Из соображений общности потребуем, чтобы эти факторы определяли движение жидкости в равной степени. Тогда, полагая

$$S = \sigma^{2/3} S_6, \quad T = \sigma^{-3/10} \beta T_6,$$

$$X_0 = X_c + \sigma^{-4/5} 2\beta |G_c/G_c''|^{1/2} X_6,$$

$$H_0 = \sigma^3 H_{60} - \sigma^{7/5} 2H_{60} \beta^2 H_6,$$

$$C = -(2\sigma^2 H_{60})^{-1} + \sigma^{-1/5} 2^{-1/2} \beta H_{60}^{-1} C_6(X_6, T_6) + \dots,$$

$$H_{60} = -(4G_c)^{-1} S_6^{3/2}, \quad \gamma_6 = 2^{3/4} \gamma_3 \gamma_2^{1/2} \beta^{-5/2},$$

$$\beta = 2^{-2/5} \gamma_2^{2/5} S_6^{-3/5} |G_c/G_c''|^{-3/10}$$

и совершая в (3.1) предельный переход $\sigma \rightarrow +\infty$ (штриховая линия на рис. 3), приходим к задаче

$$(3.3) \quad C_6^2 - X_6^2 - T_6^2 - H_6 = \int_{X_6}^{+\infty} \frac{\partial^2 C_6(s, T_6)}{\partial s^2} \frac{ds}{(s - X_6)^{1/2}} - \gamma_6 \int_{-\infty}^{X_6} \frac{\partial C_6(s, T_6)}{\partial T_6} \frac{ds}{(X_6 - s)^{1/4}}$$

$C_6 = (X_6^2 + T_6^2 + H_6)^{1/2} + \dots$ ($T_6 \rightarrow -\infty$, $X_6 \rightarrow \pm\infty$). Соотношение между эффектами нестационарности и взаимодействия регулируется параметром γ_6 .

Задача (3.3) в точности совпадает с задачей о взаимодействии на передней кромке тонкого профиля, у которого угол атаки изменяется со временем по параболическому закону, достигая максимального значения в момент $T_6 = 0$ [5–7]. Задача требует численного решения, которое осложняется присутствием коротковолновой неустойчивости [5, 7]. Рассмотрим поэтому предельный случай докритических углов атаки $H_6 \gg 1$, где решение можно представить в виде

$$\begin{aligned} (\xi, \eta) &= H_6^{-1/2} (X_6, T_6) = O(1), \\ C_6 &= H_6^{-1/2} D_1(\xi, \eta) + H_6^{-9/8} D_2(\xi, \eta) + \dots, \quad D_1 = (1 + \xi^2 + \eta^2)^{1/2}, \\ D_2 &= - \frac{\gamma_6 \eta}{2(1 + \xi^2 + \eta^2)^{1/2}} \int_{-\infty}^{\xi} \frac{ds}{(1 + s^2 + \eta^2)^{1/2} (\xi - s)^{1/4}} \end{aligned}$$

Отметим, что в главном приближении решение симметрично по времени относительно момента $\eta = 0$. Однако линейная поправка в трении оказывается антисимметричной и, что существенно, отрицательной при $\eta > 0$. Отсюда следует существование слабого гистерезиса в решении при докритических значениях угла атаки профиля. Кроме того, знак функции D_2 указывает на то, что более чувствительным к отрыву оказывается этап уменьшения угла атаки.

Автор благодарит В. В. Сычева и А. И. Рубана за внимание к работе и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тимошин С. Н. Асимптотический анализ локально возмущенных пульсирующих течений в пограничном слое // ПМТФ.— 1988.— № 2.
2. Рубан А. И. Особое решение уравнений пограничного слоя, непрерывно продолжимое через точку нулевого поверхностного трения // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1981.— № 6.
3. Рубан А. И. Асимптотическая теория коротких зон отрыва на передней кромке тонкого профиля // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1982.— № 1.
4. Stewartson K., Smith F. T., Kaups K. Marginal separation // Stud. Appl. Math.— 1982.— V. 67, N 1.
5. Рубан А. И. Об устойчивости предотрывного пограничного слоя на передней кромке тонкого профиля // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1982.— № 6.
6. Smith F. T. Concerning dynamic stall // Aeron. Quart.— 1982.— V. 33, N 4.
7. Ryzhov O. S., Smith F. T. Short-length instabilities, breakdown and initial value problems in dynamic stall // Mathematika.— 1984.— V. 31, pt 2, N 62.

Поступила 19/VIII 1987 г.

УДК 532.526

О ВЛИЯНИИ ПРОФИЛЯ СКОРОСТИ СТРУИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЧЕНИЯ ВБЛИЗИ ПРЕГРАДЫ

А. И. Абросимов

(Истра)

Течение затопленной струи, бьющей по нормали в плоскую преграду, условно считают состоящим из двух областей [1]: в первой, начинающейся от среза сопла, поток распространяется по закономерности свободных сдвиговых течений; вторая, расположенная между сечением, где заметно сказывается влияние преграды,