

5. И. А. Буфетов, А. М. Прохоров, В. Б. Федоров и др. Квантовая электроника, 1983, 10, 1817.
6. М. В. Герасименко, Г. И. Козлов, В. А. Кузнецов. Квантовая электроника, 1983, 10, 4, 709.
7. Ю. П. Райзер. Основы современной физики газоразрядных процессов. М.: Наука, 1980.
8. H. C. Fowler, D. C. Smith. J. Appl. Phys., 1975, 46, 1, 138.
9. Н. А. Генералов, В. П. Зимаков, В. Д. Косынкин и др. Физика плазмы, 1977, 3, 626.
10. J. H. Battle, D. R. Keefer. IEEE Trans. Plasma Sci., 1974, 2, 3, 122.
11. Дж. П. Джексон, П. С. Нильсон. РТК, 1974, 12, 1, 54.

Поступила в редакцию 26/II 1985

## СТРУКТУРА СТАЦИОНАРНОЙ ЗОНЫ II РЕЛАКСАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНЫ В ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕДАХ

В. А. Копотев, П. М. Кузнецов

(Москва)

Широкие применения гетерогенной детонации определяют важность и актуальность теоретического исследования этого сложного процесса. Практически все гетерогенные среды обладают значительной дисперсией скорости звука, которая связана с релаксационными процессами, лежащими в самой природе многофазности,— это процессы выравнивания температур и скоростей фаз, а также фазовые переходы. Характерные времена этих процессов могут быть сравнимы с временем необратимого тепловыделения  $\tau_0$  в детонационной волне (ДВ) или даже превышать  $\tau_0$ . В результате этого для гетерогенной детонации (так же как и для однородной в релаксирующем газе [1]) большие трудности возникают при формулировке правила отбора скорости нормальной детонации, определении точки Жуге и стационарной структуры ДВ [2].

В настоящей работе рассмотрена двухфазная детонация смесей газа и конденсированных частиц. Частицы конденсата (жидкие или твердые) могут быть горючим, окислителем или инертным компонентом. При этом газовая фаза является соответственно окислителем, топливом или горючей смесью. Результаты анализа этой, относительно простой двухфазной системы могут быть качественно обобщены на случаи других многофазных систем (например, газ — пленка, тернарные системы, суспензии и т. д. [3—5]).

При детонации смесей газа и конденсированных частиц газовая фаза практически мгновенно меняет свои параметры (температуру и скорость) в скачке уплотнения, в то время как прогрев и торможение конденсированных частиц происходят относительно медленно. Кроме того, тепло при детонации выделяется, как правило, только в газовой фазе, так как реакции горения обычно газофазные. Температура частиц при таком тепловыделении следует за температурой газа с некоторым запазданием.

Двухфазная детонация исследовалась многими авторами в двух- [5—21] и в односкоростном [21—23] (все компоненты имеют одну и ту же скорость) приближении. При двухскоростном рассмотрении в работах [5—15] получено в плоскости Чепмена — Жуге условие равенства скорости газовой фазы (относительно фронта волны) местной скорости звука в газе, т. е. условие отбора скорости нормальной детонации в двухфазной среде соответствовало скорости звука, «замороженной» как по скоростной, так и по температурной релаксации фаз. Это всегда справедливо, если до плоскости Чепмена — Жуге происходит полное сгорание конденсированной фазы и поток там однофазный [12—15]. Если же в плоскости Чепмена — Жуге поток двухфазный [5—11] (например, в случае переобогащенных смесей или инертной конденсированной фазы), то такое правило отбора по «полностью замороженной» скорости

звука, как будет показано ниже, справедливо лишь в случае достаточно крупных частиц и малой теплопередачи от газа к частицам, когда скорости релаксационных процессов малы по сравнению со скоростью тепловыделения. Из физических соображений очевидно, что при увеличении скоростей релаксационных процессов относительно скорости тепловыделения (например, за счет уменьшения размеров частиц конденсированной фазы) в правиле отбора скорости нормальной детонации должен осуществляться непрерывный переход от «полностью замороженной» по релаксационным процессам к полностью равновесной скорости звука среды. Такой анализ, однако, ранее не проводился. Впервые он осуществлен в работе [2] и в развернутом виде приводится ниже.

В рамках односкоростной модели двухфазной детонации при условии неполного сгорания конденсированной фазы до плоскости Чепмена — Жуге, авторы работ [21—23] пришли к заключению о том, что в условии Жуге для скорости нормальной детонации входит скорость звука, «замороженная» относительно теплообмена между фазами. При этом также не рассматривалась возможность перехода к отбору скорости нормальной детонации по равновесной (по теплообмену) скорости звука в среде.

Параметры стационарной детонации нужны и при численном исследовании нестационарных двухфазных течений [16—21] как для выяснения степени завершенности нестационарного периода детонации, так и для проверки разностных схем.

В [1] показано, каким образом параметры в точке Жуге и скорость нормальной детонации в газе с релаксацией энергии внутренних степеней свободы (не связанных непосредственно с необратимым энерговыделением) зависят от соотношения характерных времен релаксации и тепловыделения. Далее аналогичное исследование проводится для детонации рассматриваемой двухфазной системы. Уравнения, описывающие газодинамику и кинетику двухфазной детонации, сводятся путем преобразования переменных к соответствующим уравнениям для однородной среды с релаксацией. Сформулировано правило отбора скорости нормальной детонации, определена точка Жуге и качественная структура нормальных и пересжатых волн в зависимости от соотношения характерных времен тепловыделения  $\tau_Q$ , прогрева частиц  $\tau_\theta$  и релаксации относительной скорости фаз  $\tau_w$ . Предсказана релаксационная неустойчивость [24] плоского фронта двухфазной детонации при  $\tau_\theta/\tau_Q \sim 1$  или  $\tau_w/\tau_Q \sim 1$ .

### Дисперсия звука в двухфазной среде и трудности отбора нормального режима детонации

Рассмотрим важный с практической точки зрения случай детонации смеси горючего газа с инертными испаряющимися частицами [6, 22]. Результаты анализа этой системы обобщим затем применительно к другим гетерогенным смесям. В системе координат фронта волны уравнения, описывающие стационарное течение за скачком уплотнения смеси газа и монодисперсной взвеси конденсированных частиц в обычных приближениях [5—21], имеют вид

$$\rho u + \sigma w = (\rho_0 + \sigma_0) D, \quad (1)$$

$$\rho u^2 + \sigma w^2 + p = (\rho_0 + \sigma_0) D^2 + p_0, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \rho u \left[ \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} + (1-\omega) Q \right] + \sigma w \left[ c\Theta + \frac{w^2}{2} \right] = \\ = \rho_0 D \left[ \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{D^2}{2} + Q \right] + \sigma_0 D \left[ cT_0 + \frac{D^2}{2} \right], \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{d\Theta}{dt_2} = \frac{T-\Theta}{\tau_\theta}, \quad \frac{dw}{dt_2} = \frac{u-w}{\tau_w}, \quad \frac{dt_1}{dt_2} = \frac{w}{u}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} t_2 = 0: \quad \Theta = T_0, \quad w = D, \quad t_1 = 0; \\ \sigma w = \sigma_0 D, \quad p = \rho RT, \quad \gamma = \text{const.} \end{aligned}$$

Здесь  $u, p, \rho, T, \gamma, R$  — скорость, давление, плотность, температура, показатель адиабаты газа и газовая постоянная;  $w, \Theta, c, \sigma$  — скорость, средняя температура, удельная теплоемкость и концентрация конденсированной фазы;  $D$  — скорость детонационной волны;  $Q$  — теплота химической реакции;  $t_1, t_2$  — лагранжево время, отсчитываемое от скачка уплотнения (состояние перед которым обозначено индексом нуль) соответственно для газа и частиц. Неотрицательная монотонная функция  $\omega(t_1/\tau_0)$  характеризует кинетику необратимого тепловыделения в газовой фазе и по определению удовлетворяет соотношениям

$$\omega(0) = 0, \quad \omega' = 0 \text{ при } \omega = 1.$$

Для простоты предполагается, что релаксационные процессы описываются уравнениями (4) с постоянными в процессе детонации значениями  $\tau_0$  и  $\tau_w$ , а  $\omega$  зависит только от времени.

Двухфазная среда, описываемая системой уравнений (1)–(4), обладает дисперсией скорости звука. Скорость  $a$  распространения в ней малых возмущений с амплитудой  $\Delta p \ll p_0$  и частотой  $\varphi$  выражается в виде

$$\begin{aligned} a_{ff} &= (\gamma p / \rho)^{1/2} \text{ при } \varphi \tau_0 > 1, \varphi \tau_w > 1; \\ a_{ef} &= (\gamma_e p / \rho)^{1/2} \text{ при } \varphi \tau_0 \ll 1, \varphi \tau_w > 1; \\ a_{fe} &= [\gamma p / (\rho + \sigma)]^{1/2} = a_{ff} (1 + k)^{-1/2} \text{ при } \varphi \tau_0 > 1, \varphi \tau_w \ll 1; \\ a_{ee} &= [\gamma_e p / (\rho + \sigma)]^{1/2} = a_{ef} (1 + k)^{-1/2} \text{ при } \varphi \tau_0 \ll 1, \varphi \tau_w \ll 1. \end{aligned}$$

Здесь  $k \equiv \sigma_0 / \rho_0$ ;  $\gamma_e = \text{const}$  — показатель адиабаты смеси при тепловом и скоростном равновесии фаз:

$$\gamma_e = \frac{c_p + kc}{c_v + kc} = 1 + \frac{\gamma - 1}{1 + (\gamma - 1)kc/R},$$

$c_v = R(\gamma - 1)^{-1}$ ,  $c_p = \gamma c_v$  — удельные теплоемкости газа. Величину  $a_{ij}$  будем называть скоростью звука среды, замороженной ( $f$ ) или равновесной ( $e$ ) по температурной (индекс  $i$ ) или скоростной (индекс  $j$ ) релаксации фаз.

Если  $k > 0$ , то при любых значениях  $p, \rho$  и  $\sigma$  строго выполняются неравенства

$$a_{ff} > a_{ef} \neq a_{fe} > a_{ee}. \quad (5)$$

Нетрудно показать, что  $a_{ef} = a_{fe}$  только в случае  $k = 1 - c_p/c \equiv k_*$ , и что  $a_{ef} > a_{fe}$  при  $k > k_*$  и  $a_{ef} < a_{fe}$  при  $k < k_*$ . В частности, если  $c_p > c$ , то при любом  $k$  имеем  $a_{ef} > a_{fe}$ .

Не ограничивая по существу общности анализа, ниже во избежание громоздких выражений будем рассматривать только сильные детонационные волны, когда  $p_0(\rho_0 + \sigma_0)^{-1}D^{-2} \ll 1$ . Для таких волн, исключая  $u$  и  $p$  из (1)–(3), получаем квадратное уравнение для удельного объема газа  $v = 1/\rho$

$$\begin{aligned} A_2(v/v_0)^2 - A_1(v/v_0) + A_0 &= 0, \\ A_2 &= 1/2(\gamma + 1)(\gamma - 1)^{-1}, \\ A_1 &= \gamma(\gamma - 1)^{-1}[1 + k(1 - w/D)], \\ A_0 &= 1/2 + k[c(T_0 - \Theta) + 1/2(D^2 - w^2)]D^{-2} + \omega QD^{-2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Течению за скачком уплотнения (до точки Жуге) отвечает следующее решение (6):

$$v = v_0 [A_1 - (A_1^2 - 4A_2A_0)^{1/2}] / 2A_2. \quad (7)$$

Уравнения (7), (4) определяют  $v$  как функцию только времени  $t_2$ . Таким же образом из (1), (2), (7) как функции  $t_2$  могут быть выражены  $u, p$  и  $T$ .

Из (6) легко получить следующее выражение для производной  $\dot{v}$  (по времени  $t_2$ ):

$$\dot{v} = v_0 \frac{\dot{A}_0 - \dot{A}_1 v/v_0}{A_1 - 2A_2 v/v_0} = \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \left(\frac{v_0}{D}\right)^2 \frac{\dot{\Omega}}{v_+ - v} = \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \left(\frac{v_0}{D}\right)^2 \frac{\dot{\Omega}}{v_+} \frac{a_{ff}^2 + \gamma u^2}{a_{ff}^2 - u^2}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \dot{\Omega} &= Q\dot{\omega} - kc\dot{\Theta} - k\dot{w} [w - \gamma(\gamma-1)^{-1} Dv_0^{-1}v], \\ v_+ &= \gamma(\gamma+1)^{-1} [1 + k(1 - w/D)] v_0. \end{aligned}$$

Здесь точкой обозначены производные соответствующих величин по  $t_2$ . На первый взгляд, из (8) следует, что при любых  $\alpha \equiv \tau_\Theta/\tau_Q$  и  $\beta \equiv \tau_w/\tau_Q$  за скачком уплотнения существует единственная особая точка, причем в ней  $v = v_+$  и  $u = a_{ff}$ , и что в случае нормальной детонации именно в этой точке (точке Жуге) должен обращаться в нуль и числитель (8), т. е. отбор скорости нормальной детонации при любых  $\alpha$  и  $\beta$  происходит по скорости звука среды  $a_{ff}$ , замороженной и по температурной, и по скоростной релаксации фаз. С другой стороны, если сначала перейти к соответствующим пределам по  $\alpha$  и  $\beta$  в уравнениях (1)–(4), то в точке Жуге получим следующие условия:

$$\begin{aligned} u &= a_{ef} \quad \text{при } \alpha \rightarrow 0, \\ u &= a_{je} \quad \text{при } \beta \rightarrow 0, \\ u &= a_{ee} \quad \text{при } \alpha \rightarrow 0, \beta \rightarrow 0, \end{aligned}$$

которые в силу неравенств (5) не переходят непрерывно по  $\alpha$  и  $\beta$  одно в другое. Так же как и для релаксирующего газа, здесь возникает вопрос: каким образом происходит эволюция точки Жуге и как идет отбор скорости нормальной детонации при вариации параметров  $\alpha$  и  $\beta$ ?

#### Качественный анализ нормальных и пересжатых режимов детонации при различных значениях параметров $\alpha$ и $\beta$

Введем переменные  $P$ ,  $V$  и  $U$ :

$$P = p + \frac{(u-w)^2 \rho \sigma}{\rho + \sigma}, \quad V = \frac{1}{\rho + \sigma}, \quad U = \frac{\rho u + \sigma w}{\rho + \sigma}. \quad (9)$$

В этих переменных уравнения (1), (2) принимают тот же вид, что и для гомогенной среды [1]

$$U/V = D/V_0 = I, \quad (10)$$

$$U^2/V + P = D^2/V_0 + P_0. \quad (11)$$

Изменение состояния гетерогенной системы (движение изображающей точки) в  $P-V$ -плоскости происходит по прямой Рэлея, проходящей через точку начального состояния  $P_0 = p_0$ ,  $V_0 = (\rho_0 + \sigma_0)^{-1}$  с тангенсом угла наклона, равным  $-I^2$ . В качестве аргумента на траектории изображающей точки возьмем лагранжево время частиц  $t_2$ . Зависимость  $\omega$  от  $t_2$  несколько иная, чем от  $t_1^*$ , однако характерным временем тепловыделения можно по-прежнему считать  $\tau_Q$ .

На каждой прямой Рэлея существует особая точка с координатой  $V = V_+$ , где  $u = a_{ff}$ :

$$V_+ = (v_+^{-1} + \sigma_+)^{-1} = \gamma(\gamma+1)^{-1} \{ \rho_0 [1 + k(1 - \sigma_0/\sigma_+)]^{-1} + \gamma(\gamma+1)^{-1} \sigma_+ \}^{-1} \quad (12)$$

Здесь  $\sigma_+$  — значение  $\sigma$  в точке  $V_+$ , получаемое в результате интегрирования уравнений (4) вдоль прямой Рэлея. В пересжатых режимах детонации изображающая точка, перемещаясь по прямой Рэлея, не доходит до точки  $V_+$ . Для таких режимов аналогично тому, как это делалось для гомогенной детонации [1], определим на  $P-V$ -плоскости линию возврата  $L_v$ , как множество точек возврата, соответствующих различным  $I$  при фиксированных  $\alpha$  и  $\beta$ . Нормальной детонации соответствует минималь-

ный по  $I$  режим  $I_J$ . При  $I = I_J$  в зависимости от  $\alpha$  и  $\beta$  точка Жуге может совпадать с  $V_+$  или отличаться от нее. При  $I < I_J$  изображающая точка достигает особую  $V_+$ , где поток запирается:  $V = \infty$ . Это указывает на невозможность существования стационарных режимов детонации при  $I < I_J$ . Для таких режимов определим линию запираания потока  $L_3$  (аналог «замороженной изохоры»  $v_f$  [1]), как множество точек запираания, соответствующих различным  $I < I_J$  при фиксированных значениях  $\alpha$  и  $\beta$ .

Когда релаксационные процессы гораздо быстрее тепловыделения, т. е. в пределе  $\alpha \rightarrow 0$  и  $\beta \rightarrow 0$ , в уравнениях (1)–(4) везде можно положить  $u = w$  и  $\Theta = T$ . В этом случае двухфазная среда полностью эквивалентна гомогенной с давлением  $P = p$ , удельным объемом  $V = (\rho + \sigma)^{-1}$ , скоростью  $U = u = w$ , температурой  $T = \Theta$  и показателем адиабаты  $\gamma_e$ . Условие Жуге в такой среде имеет вид

$$U = (\gamma_e P V)^{1/2} = a_{ee}. \quad (13)$$

В общем же случае, когда нет полного теплового и скоростного равновесия между фазами, точка Жуге не может быть определена с помощью соотношения типа (13), так как скорость звука среды не является однозначной функцией термодинамических переменных (вследствие дисперсии). Однако, после того, как точка Жуге определена независимо, путем анализа интегральных кривых (см. ниже) можно ввести эффективный показатель адиабаты  $\Gamma$  и эффективную скорость звука смеси  $C = (\Gamma P V)^{1/2}$  таким образом, чтобы в точке Жуге выполнялись соотношения

$$U = (\Gamma P V)^{1/2} \equiv C.$$

Для этого достаточно определить  $\Gamma$  так, чтобы (аналогично идеальному газу [1]) значения  $V$  перед волной ( $V_0$ ) и в точке Жуге ( $V_J$ ) были связаны равенством

$$V_J = V_0 \Gamma / (\Gamma + 1).$$

Это видно из соотношения

$$\Gamma P V - U^2 = I^2 (\Gamma + 1) \left( \frac{\Gamma}{\Gamma + 1} V_0 - V \right) V,$$

вытекающего для сильных детонационных волн из (10), (11).

1. Рассмотрим предельный случай  $\beta \rightarrow \infty$ , когда частицы проходят в зону реакции без торможения, лишь нагреваясь там. В этом случае в зоне реакции  $w = D$  и уравнения (1)–(3) можно переписать в виде

$$u/v = D/v_0, \quad (14)$$

$$u^2/v + p = D^2/v_0 + p_0. \quad (15)$$

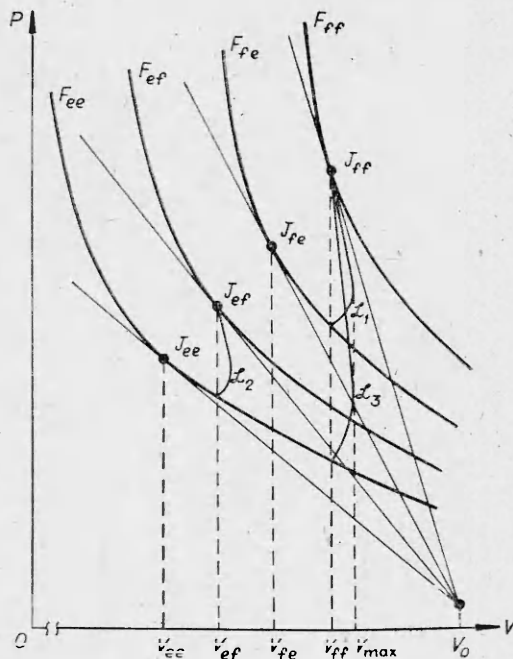
$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} p v + k c \Theta + \frac{u^2}{2} + (1 - \omega) Q = \frac{\gamma_e}{\gamma_e - 1} p_0 v_0 + \frac{D^2}{2} + Q. \quad (16)$$

Легко видеть, что система (14)–(16), (4), описывающая газовую детонацию с теплотерями на неподвижных (в лабораторной системе координат) частицах, идентична системе уравнений [1], описывающей детонацию релаксирующего газа. Поэтому эволюция точки Жуге в  $p-v$ -плоскости в результате изменения  $\alpha$  происходит так же, как и для релаксирующего газа. При  $\alpha \gg 1$  в зоне релаксации отсутствует не только скоростная, но и тепловая релаксация фаз — имеет место классическая газовая детонация без потерь. Точка Жуге и скорость такой детонации определяются касанием прямой Рэлея газовой детонационной адиабаты  $p_f(v)$ :

$$p_f(v) = p_0 \frac{2 \frac{Q}{p_0 v_0} + \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} - \frac{v}{v_0}}{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \frac{v}{v_0} - 1}. \quad (17)$$

Точка Жуге при этом находится на «замороженной изохоре»  $v = v_f =$

Рис. 1.  $P-V$ -плоскость гетерогенной системы:  $F_{ff}$  — детонационная адиабата, «замороженная» по тепловой ( $\Theta = T_0$ ) и по скоростной ( $w = D$ ) релаксации фаз;  $F_{fe}$  — адиабата, «замороженная» по тепловой релаксации ( $\Theta = T_0$ ) и равновесная по скорости ( $w = u$ ) фаз;  $F_{ef}$  — адиабата, равновесная по температуре ( $\Theta = T$ ) и «замороженная» по скоростной ( $w = D$ ) релаксации фаз;  $F_{ee}$  — равновесная детонационная адиабата смеси ( $\Theta = T, w = u$ ).



$= \gamma(\gamma + 1)^{-1}v_0$ . При уменьшении  $\alpha$  точка Жуге перемещается по изохоре  $v = v_f$  вниз, достигая при некотором критическом значении  $\alpha \equiv \alpha_*$  детонационной адиабаты  $p_e(v)$ , на которой газ находится в тепловом равновесии с неподвижными частицами. Зависимость  $p_e(v)$  совпадает с  $p_i(v)$ , если в (17) заменить  $\gamma$  на  $\gamma_e$ . При дальнейшем уменьшении  $\alpha$  точка Жуге перемещается вверх по адиабате  $p_e(v)$  (скорость нормальной детонации при этом по-прежнему уменьшается), доходит до точки касания этой адиабаты прямой Рэля при некотором значении параметра  $\alpha = \alpha_{**}$  и остается в этой точке на изохоре  $v = v_e = \gamma_e(\gamma_e + 1)^{-1}v_0$  для всех  $\alpha \leq \alpha_{**}$ .

Перейдем к анализу рассматриваемого случая в плоскости  $P-V$ . В пределе  $\beta \rightarrow \infty$  координаты изображающей точки двухфазной системы в плоскости  $P-V$  можно, используя (9), (14), (15), выразить через ее координаты в плоскости  $p-v$

$$P = p_0 + (v_0 + \sigma_0^{-1}) \frac{p - p_0}{v + \sigma_0^{-1}}, \quad V = \frac{1}{v^{-1} + \sigma_0}. \quad (18)$$

Анализ (18) показывает, что интегральные кривые для пересжатой и нормальной детонации и точка Жуге эволюционируют на  $P-V$ -плоскости при изменении  $\alpha$  так же, как и в плоскости  $p-v$ , т. е. полностью аналогично случаю гомогенной детонации с релаксацией. Роль «замороженной изохоры», на которой происходит запираание потока при  $I < I_J$ , в данном случае играет изохора  $V = V_{ff}$ :

$$V_{ff} = \frac{1}{v_f^{-1} + \sigma_0} = V_0 \frac{\gamma}{\gamma + 1} \left( 1 + \frac{k}{\gamma + 1 + k\gamma} \right) \equiv V_0 \frac{\Gamma_{ff}}{\Gamma_{ff} + 1}. \quad (19)$$

Здесь  $\Gamma_{ff} = \text{const}$  — значение  $\Gamma$  смеси, когда точка Жуге находится на изохоре  $V_{ff}$ . Линии запираания потока  $L_3$  в данном случае прямые, совпадающие (ниже точки Жуге) с изохорой  $V = V_{ff}$ .

При  $\alpha \gg 1$  скорость нормальной детонации и точка Жуге  $J_{ff}$  соответствуют касанию прямой Рэля (в плоскости  $P-V$ ) детонационной адиабаты  $F_{ff}$ , «замороженной» и по скорости ( $w = D$ ), и по температуре ( $\Theta = T_0$ ) частиц (рис. 1). Точка Жуге при этом находится на изохоре  $V = V_{ff}$ . В параметрическом виде адиабата  $F_{ff}$  определяется формулами (18), где  $p = p_f(v)$ ,  $v$  — параметр. Эта зависимость легко может быть разрешена и в явном  $P(V)$ -виде.

При уменьшении  $\alpha$  точка Жуге опускается по изохоре  $V_{ff}$ , достигая при  $\alpha = \alpha_*$  адиабаты  $F_{ef}$ , на которой фазы находятся в тепловом равновесии ( $\Theta = T$ ), а скорость частиц «заморожена» и равна  $D$ . Параметрически адиабата  $F_{ef}$  определяется соотношениями (18) и  $p = p_e(v)$ .

При  $\alpha > \alpha_*$  линии возврата  $L_B$  оканчиваются на изохоре  $V = V_{ff}$ , смыкаясь с линиями  $L_3$  в точках Жуге, в которых  $u = a_{ff} < U = C < w = -D$  и  $\Theta < T$ . При нормальной детонации изображающая точка за характерное время  $\tau_Q$  доходит до точки Жуге и движется далее по прямой Рэлея вниз, достигая в сверхзвуковой зоне течения (здесь  $u > a_{ff}$  и  $U > C$ ) за время  $\tau_e$  недосжатую ветвь адиабаты  $F_{ef}$  (где  $\Theta = T$ ,  $u < U < w = D$ ) и за время  $\tau_w$  — недосжатую ветвь полностью равновесной адиабаты  $F_{ee}$  ( $\Theta = T$  и  $w = u - U$ ) (см. рис.). В режимах пересжатой детонации изображающая точка за те же характерные времена достигает в начале линии  $L_B$  (на которой  $\Theta < T$ ,  $u < a_{ff} < w$  и  $U < C$ ), а затем, двигаясь по прямой Рэлея в обратном направлении, — пересжатые ветви  $F_{ef}$  и  $F_{ee}$ . При  $I - I_J$  зависимость от времени  $v$  (через  $v$  могут быть выражены и другие переменные) в области сверхзвукового стационарного течения определяется вторым корнем уравнения (6)

$$v = v_0 [A_1 + (A_1^2 - 4A_2A_0)^{1/2}] / 2A_2. \quad (20)$$

При  $\alpha < \alpha_*$  линия возврата оканчивается в точке Жуге, которая в этом случае находится на адиабате  $F_{ef}$ . С уменьшением  $\alpha$  точка Жуге перемещается по адиабате  $F_{ef}$  к точке  $J_{ef}$  (где прямая Рэлея касается  $F_{ef}$ ), достигая ее при  $\alpha = \alpha_{**}$ . О движении изображающей точки в пересжатых режимах детонации  $I > I_J$  в случае  $\alpha_{**} < \alpha < \alpha_*$  можно сказать то же, что и для  $\alpha > \alpha_*$ . При нормальной же детонации в точке Жуге одновременно заканчиваются тепловыделение и тепловая релаксация фаз ( $\Theta = T$ ). Скоростная релаксация в этом случае происходит за точкой Жуге при дальнейшем движении изображающей точки вниз по прямой Рэлея и завершается на равновесной адиабате  $F_{ee}$ . В режимах  $I < I_J$  инверсия [1] температуры частиц относительно температуры газа (т. е. изменение знака разности  $\Theta - T$  с отрицательного на положительный; после инверсии тепловой поток направлен от частиц к газу) происходит до окончания тепловыделения и изображающая точка доходит до изохоры  $V_{ff}$ , где поток запирается.

В случае  $\alpha < \alpha_{**}$  в зависимости от конкретного вида функции тепловыделения  $\omega$  линии возврата либо полностью совпадают с пересжатой ветвью адиабаты  $F_{ef}$ , либо только в некоторой окрестности точки  $J_{ef}$  (см. подробнее [1]). Для всех значений  $\alpha < \alpha_{**}$  инверсия температуры частиц при нормальной детонации происходит до окончания тепловыделения, и точкой Жуге является точка  $J_{ef}$ , лежащая на изохоре  $V = V_{ef}$ :

$$V_{ef} = \frac{1}{\frac{v_e}{v_e - 1} + \sigma_0} = V_0 \frac{\gamma_e}{\gamma_e + 1} \left( 1 + \frac{k}{\gamma_e + 1 + k\gamma_e} \right) \equiv V_0 \frac{\Gamma_{ef}}{\Gamma_{ef} + 1} \quad (21)$$

( $\Gamma_{ef} = \text{const}$  — равновесное по температуре и замороженное по скорости значение  $\Gamma$  смеси). В точке  $J_{ef}$  (как и на всей изохоре  $V_{ef}$ )  $u = a_{ef}$ , т. е. роль скорости звука в условии Жуге играет  $a_{ef}$ .

При  $\alpha < \alpha_*$  в точке Жуге  $u < a_{ff}$  и линии возврата не смыкаются с линиями запирающего потока. В режимах  $I < I_J$  изображающая точка движется до изохоры  $V_{ff}$  (линии  $L_3$ ), где  $u = a_{ff}$ , и поток запирается. Однако производные  $\dot{v}$ ,  $\dot{p}$ ,  $\dot{u}$  при таком движении стремятся к бесконечности на изохоре  $V = V_{ef}$  при  $\alpha \rightarrow 0$ . Иными словами, в пределе  $\alpha \rightarrow 0$  возникает новая линия запирающего потока — изохора  $V_{ef}$ , где  $u = a_{ef}$ . Изображающая точка до изохоры  $V_{ff}$  при этом не доходит, поскольку  $V_{ef} < V_{ff}$ .

Из соотношений (19), (20) легко видеть, что эффективный показатель адиабаты смеси  $\Gamma = \Gamma_{ff} > \gamma$  при  $\alpha \geq \alpha_*$  и  $\Gamma = \Gamma_{ef} > \gamma_e$  при  $\alpha \leq \alpha_{**}$ . Если  $\alpha_* > \alpha > \alpha_{**}$ , то значение  $\Gamma$  заключено в интервале  $\Gamma_{ef} < \Gamma < \Gamma_{ff}$ .

Отметим, что критические значения  $\alpha_*$  и  $\alpha_{**}$  могут быть определены при любом  $\beta = \text{const}$  как границы интервала параметра  $\alpha$ , при котором в точке Жуге одновременно заканчиваются и тепловыделение, и тепловая релаксация. Вне этого интервала при  $\alpha > \alpha_*$  в точке Жуге  $\Theta < T$ , и тепловое равновесие достигается ниже по течению, а при  $\alpha < \alpha_{**}$  равенство  $\Theta = T$  и последующая инверсия температуры частиц ( $\Theta > T$ )

происходят до окончания тепловыделения и достижения точки Жуге. При этом  $\alpha_*$  и  $\alpha_{**}$  зависят от  $\beta$ .

2. Рассмотрим другой предел:  $\alpha \rightarrow \infty$ , т. е. в зоне реакции нет теплообмена между частицами и газом. С помощью формулы (12), определяющей координату точки записания потока  $V_+$ , нетрудно показать, что в этом случае при уменьшении  $\beta$  от бесконечности до первого критического значения  $\beta_*$  (критические значения  $\beta$  определяются аналогично значениям  $\alpha_*$ ,  $\alpha_{**}$  и зависят от  $\alpha$ ) точка Жуге перемещается в  $P-V$ -плоскости вниз по некоторой кривой  $\mathcal{L}_1$ , расположенной правее изохоры  $V = V_{jf}$  (см. рис. 1), от точки  $J_{jf}$  к точке пересечения  $\mathcal{L}_1$  с детонационной адиабатой  $F_{je}$ . На адиабате  $F_{je}$  скорости фаз одинаковые ( $w = u$ ), но «заморожена» тепловая релаксация частиц ( $\Theta = T_0$ ). Аналитическое выражение  $F_{je}$  будет дано ниже.

На рис. 1 приводится случай, когда адиабата  $F_{je}$  расположена выше  $F_{ef}$  и соответственно точка  $J_{je}$  и изохора  $V_{je}$  лежат правее  $J_{ef}$  и  $V_{ef}$ . Нетрудно показать, что такое относительное положение адиабат соответствует случаю  $k < k_*$  (когда  $a_{ef} < a_{je}$ ). При  $k > k_*$  (в этом случае  $a_{ef} > a_{je}$ ) адиабата  $F_{ef}$  расположена выше  $F_{je}$ .

Точка пересечения линии  $\mathcal{L}_1$  с  $F_{je}$ , так же как и точка  $J_{jf}$ , лежит на изохоре  $V_{jf}$ . При дальнейшем уменьшении  $\beta$  точка Жуге перемещается по адиабате  $F_{je}$  к точке  $J_{je}$  касания  $F_{je}$  прямой Рэлея, достигая ее при некотором значении  $\beta = \beta_{**}$ . Точка  $J_{je}$  лежит на изохоре  $V = V_{je}$ :

$$V_{je} = V_0 \frac{\gamma}{\gamma + 1} = V_0 \frac{\Gamma_{je}}{\Gamma_{je} + 1} \quad (22)$$

и является точкой Жуге для всех  $\beta \leq \beta_{**}$ .

В рассматриваемом случае с изменением  $\beta$  изменяются не только линии возврата, но и линии  $L_3$ , которые в данном случае не прямые (линии  $L_3$  прямые лишь в пределе  $\beta \rightarrow \infty$  и  $\beta \rightarrow 0$ , при этом они совпадают соответственно с изохорами  $V_{jf}$  и  $V_{je}$ ). Это следует из той же формулы (12).

При  $\beta > \beta_*$  в точках Жуге (лежащих на линии  $\mathcal{L}_1$ )  $u = a_{jf} < U = C < w < D$  и  $\Theta = T_0$ . В каждой такой точке линия  $L_v$  смыкается с соответствующей линией  $L_3$ . Эффективный показатель адиабаты смеси  $\Gamma$  при таких  $\beta$  превышает величину  $\Gamma_{jf}$  и достигает своего максимально возможного значения  $\Gamma_{\max}$ , когда точка Жуге находится на изохоре  $V = V_{\max}$  (см. рис. 1) при  $\sigma_0/\sigma_j = w_j/D = (1+k)(\kappa+k)^{-1}$ :

$$\begin{aligned} V_{\max} &= V_0 \frac{\Gamma_{\max}}{\Gamma_{\max} + 1} = V_0 \frac{\gamma}{\gamma + 1} \left(1 + k \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1}\right)^2 = \\ &= V_0 \frac{\Gamma_{jf}}{\Gamma_{jf} + 1} \left[1 + k \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa + k}\right)^2\right], \\ \kappa &= \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma}\right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (23)$$

При нормальной детонации изображающая точка за характерное время  $\tau_0$  доходит до точки Жуге и движется далее по прямой Рэлея, попадая на адиабату  $F_{je}$  при  $t_2 \sim \tau_w$  и на равновесную адиабату  $F_{ee}$  при  $t_2 \sim \tau_0$ . Зависимость  $v$  и других переменных от времени в области сверхзвукового стационарного течения дается формулой (20).

В системе координат фронта волны за скачком уплотнения частицы тормозятся, а газ в результате тепловыделения и обмена импульсом с частицами ускоряется. При  $\beta > \beta_*$  торможение частиц относительно слабое, и в нормальных режимах детонации ( $I = I_J$ ) их скорость в точке Жуге все еще превышает скорость газа:  $w > u = a_{jf}$ . В силу  $\beta_* > \beta > \beta_{**}$  скорость частиц становится равной скорости газа при  $I = I_J$  точно в момент завершения тепловыделения и в точке Жуге (лежащей на  $F_{je}$ )  $w = u = U < a_{jf}$ . В случае же  $\beta < \beta_{**}$  и  $I = I_J$  скорость газа становится равной скорости частиц прежде, чем завершается тепловыделение, и



в дальнейшем превышает ее, т. е. частицы вновь начинают ускоряться. В лабораторной системе координат этот процесс выглядит следующим образом: за скачком уплотнения газ в результате тепловыделения все время тормозится, а частицы, неподвижные в начальный момент времени, сначала ускоряются газом, а затем их скорость превышает газовую и они начинают тормозиться — происходит инверсия скорости частиц относительно скорости газа. В результате при  $\beta \leq \beta_{**}$  в точке  $J_{fe}$  имеем  $w = u = U - a_{fe}$ , и роль скорости звука в условии Жуге играет  $a_{fe}$ .

При  $\beta < \beta_{**}$  линии запираания  $L_3$  (где  $u = a_{ff}$  располагаются правее изохоры  $V_{fe}$ . Можно, однако, показать, что на  $V_{fe}$  производные по времени всех величин стремятся к бесконечности, а  $u \rightarrow a_{fe}$  при  $\beta \rightarrow 0$  (в пределе  $\beta \rightarrow 0$  изохора  $V_{fe}$  становится линией запираания).

3. Предел  $\beta \rightarrow 0$ . В п. 2 проанализировано, каким образом в рассматриваемой двухфазной системе осуществляется предельный переход  $\beta \rightarrow 0$ , и показано, что при  $\beta \rightarrow 0$  везде в уравнениях можно положить  $w = u$ . В случае равновесия фаз по скорости уравнение энергии (3), так же как и уравнения массы (10) и импульса (11), можно записать в переменных  $P, V$  в виде

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} PV + \alpha c \Theta + \frac{U^2}{2} + (1 - \omega) \frac{Q}{1+k} = \frac{\gamma_c}{\gamma_c-1} P_0 V_0 + \frac{D^2}{2} + \frac{Q}{1+k}. \quad (24)$$

Система (4), (10), (11), (24), описывающая двухфазную детонацию в односкоростном приближении, идентична системе уравнений релаксирующего газа [1]. Поэтому и в этом случае в плоскости  $P - V$  эволюция точки Жуге, нормальных и пересжатых режимов детонации, происходящая в результате изменения параметра  $\alpha$ , аналогична рассмотренной в п. 1.

Из (24) видно, что аналогом «замороженной изохоры» в данном случае является изохора  $V_{fe}$  (см. (22)). На ней скорость газа  $u = w = a_{fe} < a_{ff}$ , и запирание потока, как показано в п. 2, происходит только в пределе  $\beta \rightarrow \infty$ . При  $\alpha \gg 1$  точка Жуге совпадает с  $J_{fe}$ , лежащей на изохоре  $V_{fe}$  и отвечающей касанию прямой Рэля адиабаты  $F_{fe}$ .

Из уравнений (10), (11), (24) видно, что определяющая адиабату  $F_{fe}$  аналитическая зависимость  $P(V/V_0)$  совпадает с зависимостью  $p_f(v/v_0)$  в формуле (17). При уменьшении  $\alpha$  от  $\infty$  до  $\alpha_*$  точка Жуге опускается по изохоре  $V_{fe}$  от  $J_{fe}$  до равновесной адиабаты  $F_{ee}$ . Зависимость  $P(V/V_0)$  на адиабате  $F_{ee}$  совпадает с  $p_e(v/v_0)$ .

Уменьшению  $\alpha$  от  $\alpha_*$  до  $\alpha_{**}$  соответствует перемещение точки Жуге по адиабате  $F_{ee}$  в направлении к  $J_{ee}$  (см. рис. 1). Наконец, для всех  $\alpha \leq \alpha_{**}$  точкой Жуге является  $J_{ee}$ , где  $u = w = U = a_{ee}$ , и скорость нормального режима детонации определяется условием Жуге с равновесной скоростью звука  $a_{ee}$ . Точка  $J_{ee}$  отвечает касанию прямой Рэля равновесной адиабаты  $F_{ee}$  и расположена на изохоре  $V = V_{ee}$ :

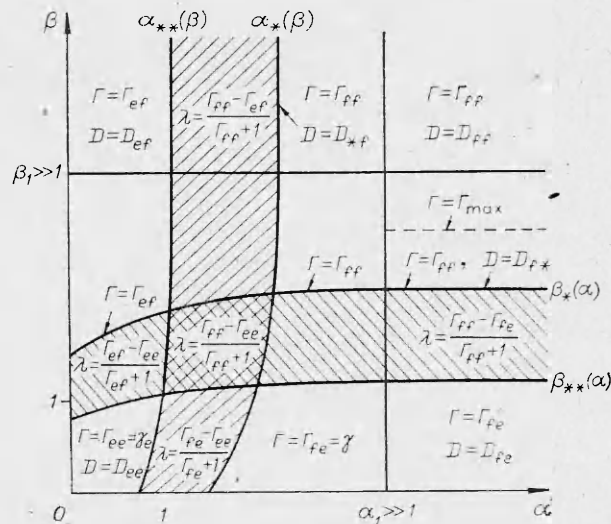
$$V_{ee} = V_0 \frac{\gamma_e}{\gamma_e + 1} = V_0 \frac{\Gamma_{ee}}{\Gamma_{ee} + 1}. \quad (25)$$

При  $\alpha \rightarrow 0$  запирание потока происходит на изохоре  $V_{ee}$ , где  $u = w = U = a_{ee}$ .

Из (22), (25) в рассматриваемом пределе  $\beta \rightarrow 0$  для эффективного показателя адиабаты смеси следует:  $\Gamma = \Gamma_{fe} = \gamma$  при  $\alpha \geq \alpha_*$  и  $\Gamma = \Gamma_{ee} = \gamma_e$  при  $\alpha \leq \alpha_{**}$ . В интервале же  $\alpha_{**} < \alpha < \alpha_*$  значение  $\Gamma$  удовлетворяет неравенствам  $\gamma_e < \Gamma < \gamma$ .

4. Предел  $\alpha \rightarrow 0$ . В п. 1 показано, каким образом в системе (1) — (4) происходит предельный переход при  $\alpha \rightarrow 0$ . Из этого рассмотрения следует, что при  $\alpha \rightarrow 0$  везде можно положить  $\Theta = T$ . Получающаяся в результате система уравнений адекватна той, которая рассмотрена в п. 2. Поэтому остаются справедливыми все выводы и формулы (при этом в них  $\gamma$  должно быть заменено на  $\gamma_e$ ). При изменении  $\beta$  от  $\infty$  до 0 точка Жуге перемещается в  $P - V$ -плоскости по некоторой кривой  $\mathcal{L}_2$  (см. рис. 1) от точки  $J_{ef}$  до равновесной адиабаты  $F_{ee}$ , а затем — по  $F_{ee}$  и  $J_{ee}$ .

Рис. 2. Плоскость релаксационных параметров  $\alpha = \tau_e/\tau_0$  и  $\beta = \tau_w/\tau_0$ . Указаны области постоянных значений эффективного показателя адиабаты смеси  $\Gamma$  и скорости детонации  $D$ . Значения параметров  $\alpha$  и  $\beta$  в заштрихованной области отвечают релаксационной неустойчивости плоского детонационного фронта.



5. Часто времена тепловой и скоростной релаксации частиц сравнимы по величине. Поэтому представляет интерес рассмотреть эволюцию точки Жуге при условии  $\alpha \sim \beta$ . В этом случае с уменьшением  $\alpha$  и  $\beta$  от  $\infty$  до 0 точка Жуге вначале перемещается по некоторой кривой  $\mathcal{L}_3$  (см. рис. 1) от точки  $J_{ff}$  до адиабаты  $F_{ee}$ , а затем по  $F_{ee}$  к  $J_{ee}$ . Кривая  $\mathcal{L}_3$  касается изохоры  $V_{\max}$  и пересекается с адиабатой  $F_{ee}$  в точке  $V = V_{ff}$ .

Перемещение точки Жуге в  $P - V$ -плоскости при изменении  $\alpha$ , описанное в п. 1, в общих чертах справедливо и при конечных  $\beta > \beta_*$ . В этом случае при тех же  $\alpha$  точка Жуге будет на  $P - V$ -плоскости находиться ниже и правее, чем при  $\beta = \infty$ , т. е. правее изохоры  $V_{ff}$  при  $\alpha > \alpha_*$  и ниже адиабаты  $F_{ef}$  при  $\alpha < \alpha_*$  (критические значения  $\alpha_*$  и  $\alpha_{**}$  здесь иные, чем в п. 1).

То же самое можно сказать и об эволюции точки Жуге относительно изменения  $\beta$  при  $\alpha > \alpha_*$  и  $\alpha = \infty$  (см. п. 2).

Перемещения точки Жуге, описанные в п. 3 (изменяется  $\alpha$  при  $\beta = 0$ ) и в п. 4 (изменяется  $\beta$  при  $\alpha = 0$ ), остаются в точности теми же при замене равенств  $\beta = 0$  и  $\alpha = 0$  соответственно неравенствами  $\beta < \beta_{**}$  и  $\alpha < \alpha_{**}$  (при этом несколько меняются критические значения  $\alpha$  и  $\beta$ ). Из этого, в частности, следует, что при  $\alpha < \alpha_{**}$  и  $\beta < \beta_{**}$  точка Жуге совпадает с  $J_{ee}$  и располагается на недосжатой ветви равновесной адиабаты  $F_{ee}$ .

На рис. 2 на плоскости параметров  $\alpha$  и  $\beta$  качественно изображены зависимости  $\alpha_*(\beta)$ ,  $\alpha_{**}(\beta)$  и  $\beta_*(\alpha)$ ,  $\beta_{**}(\alpha)$ . В соответствии с проведенным анализом в плоскости  $\alpha - \beta$  показаны области постоянного значения эффективного показателя адиабаты смеси  $\Gamma$ , а также скорости детонации  $D$ :

$$\begin{aligned}
 D^2 &= D_{ff}^2 = 2(\gamma^2 - 1)Q \quad \text{при } \alpha > \alpha_1 \gg 1 \text{ и } \beta > \beta_1 \gg 1, \\
 D^2 &= D_{ef}^2 = 2(\gamma_e^2 - 1)Q \quad \text{при } \alpha < \alpha_{**} \text{ и } \beta > \beta_1, \\
 D^2 &= D_{fe}^2 = 2(\gamma^2 - 1)Q(1+k)^{-1} \quad \text{при } \alpha > \alpha_1 \text{ и } \beta < \beta_{**}, \\
 D^2 &= D_{ee}^2 = 2(\gamma_e^2 - 1)Q(1+k)^{-1} \quad \text{при } \alpha < \alpha_{**} \text{ и } \beta < \beta_{**}.
 \end{aligned} \tag{26}$$

Значения  $D = \bar{D}_{*f}$  на линии  $\alpha_*(\beta)$  при  $\beta > \beta_1 \gg 1$  (точка Жуге находится на пересечении изохоры  $V_{ff}$  с адиабатой  $F_{ef}$ ) и  $D = \bar{D}_{f*}$  на линии  $\beta_*(\alpha)$  при  $\alpha > \alpha_1 \gg 1$  (точка Жуге — на пересечении  $F_{je}$  с  $\mathcal{L}_1$  и  $V_{ff}$ ) определяются выражениями

$$\begin{aligned}
 D_{*f}^2 &= 2(\gamma_e - 1)(\gamma + 1)^2(2\gamma - \gamma_e + 1)^{-1}Q, \\
 D_{f*}^2 &= 2(\gamma - 1)(\Gamma_{ff} + 1)^2(2\Gamma_{ff} - \gamma + 1)^{-1}Q(1+k)^{-1}.
 \end{aligned}$$

Формулы (26) совпадают с соответствующими выражениями для  $D$  в [25], полученными при рассмотрении предельных случаев детонации.

В согласии с общими физическими соображениями значение  $\Gamma$  тем меньше, чем быстрее релаксационные процессы и чем соответственно

ближе система к термодинамически равновесной. Если хотя бы один из релаксационных параметров  $\alpha$  или  $\beta$  заключен между своими критическими значениями  $\alpha_{**} < \alpha < \alpha_*$  или  $\beta_{**} < \beta < \beta_*$  (на рис. 2 эти области заштрихованы), то плоский детонационный фронт, так же как и при гомогенной детонации [24], должен испытывать релаксационную неустойчивость. Как правило, критические значения  $\alpha$  и  $\beta$  порядка единицы.

#### Релаксационная неустойчивость гетерогенной детонации

Существование бесконечно сильной зависимости состояния двухфазной системы в конце стационарной зоны от интенсивности волны и возможность для возникающих возмущений распространяться вверх по потоку и достигать ударный фронт есть (как и в случае гомогенной детонации) физические причины релаксационной неустойчивости плоского фронта гетерогенной детонации.

В качестве примера рассмотрим тепловую релаксационную неустойчивость. При  $\alpha_{**} < \alpha < \alpha_*$  для скорости газа  $u$  в точке Жуге имеем  $a_{ej} < u < a_{fj}$ , где индекс  $j$  может принимать значение  $f$  или  $e$ . Бесконечно малое изменение интенсивности ударной волны (относительно УВ самоподдерживающейся детонации) приводит при таких  $\alpha$  к конечному изменению давления, плотности и температуры газа на границе стационарной зоны. При этом происходит и конечное изменение протяженности стационарной зоны. В результате в конце стационарной зоны возникают поперечные к направлению течения перепады давления и пульсации, порядок величины амплитуды которых определяется в  $P - V$ -плоскости точками пересечения прямой Рэлея с адиабатой  $F_{ej}$  и изохорой  $V_{fj}$ .

Нетрудно показать [24], что для сильных детонационных волн амплитуда пульсаций давления  $\Delta p$  по порядку величины определяется из выражения

$$\Delta p/p_J = \lambda = (\Gamma_{fj} - \Gamma_{ej}) (\Gamma_{fj} + 1)^{-1},$$

где  $p_J$  — давление в точке Жуге.

Рассматриваемые пульсации возникают за точкой Жуге невозмущенного течения. Характерные частоты пульсаций имеют порядок  $\tau_0^{-1}$  и, следовательно, в их частотном спектре с большим весом представлены возмущения, распространяющиеся с «замороженной» по теплообмену скоростью звука  $a_{fj}$ . Такие возмущения могут распространяться вверх по потоку и достигать ударный фронт, сильно искривляя его.

Релаксационная неустойчивость исчезает при достаточном пересжатии детонационной волны. Граничная степень пересжатия, разделяющая релаксационно устойчивые и неустойчивые волны, определяется соотношениями

$$(p - p_J)/p_J \sim \Delta p/p_J = \lambda, \quad (D - D_J)/D_J \approx \lambda/2.$$

Аналогичные соотношения получаются и для скоростной релаксационной неустойчивости.

На рис. 2 приведены значения параметра пульсации  $\lambda$  в областях релаксационной неустойчивости гетерогенной системы. Наибольшая амплитуда пульсаций соответствует области неустойчивости и по тепловой, и по скоростной релаксации фаз:  $\alpha_{**} < \alpha < \alpha_*$ ,  $\beta_{**} < \beta < \beta_*$ .

В заключение отметим, что полученные результаты могут быть обобщены на случаи других гетерогенных смесей. Если, например, конденсированные частицы инертны, но могут испаряться (или это капли инертной жидкости, способные дробиться и испаряться), то в системе появляется еще один релаксационный параметр  $\tau_r$  — характерное время фазового перехода (в этом случае  $\sigma\omega \neq \text{const}$ ). Эволюция нормальных и пересжатых режимов при вариации этого параметра в рамках системы (1) — (4), дополненной уравнениями кинетики испарения (типа [12—15]), во многом схожа с такой эволюцией при вариации  $\tau_w$ .

Интересен и важен с практической точки зрения случай гетерогенной детонации переобогащенной смеси газообразного окислителя и час-

