

УДК 532.59

ВОЛНЫ ЗА СТУПЕНЬКОЙ В ОТКРЫТОМ КАНАЛЕ

В. И. Букреев, А. В. Гусев

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Приведены результаты экспериментального исследования течения в окрестности резкого повышения дна канала (ступеньки). Рассмотрен диапазон внешних параметров течения в случае, когда ступенька генерирует волны. Особенностью этих волн является то, что они образуются при переходе от докритического течения к сверхкритическому. Показано, что существует диапазон внешних параметров, в котором глубина на выходе из канала, глубина непосредственно над ступенькой и расстояние от ступеньки до первой впадины волн зависят только от расхода.

Ключевые слова: эксперимент, открытый канал, неровное дно, профили волн, критические глубины.

Введение. В последнее время уделяется большое внимание водным экологическим проблемам, в частности расчету экстремальных природных процессов в открытых руслах и последствий аварий на гидротехнических сооружениях. Используемые при таких расчетах математические модели не вполне адекватно отражают реальные процессы. Например, в задаче о разрушении плотины ценные результаты получены при расчетах на основе уравнений Сен-Венана [1, 2]. Однако в этих уравнениях используется гидростатический закон распределения давления по глубине, что не позволяет адекватно описать волны типа ондулярного бора, образующиеся в ходе эволюции достаточно интенсивных возмущений [3, 4]. Это стимулирует разработку более совершенных моделей и получение экспериментальной информации для их проверки.

Перспективные направления совершенствования математических моделей связаны с учетом негидростатичности распределения давления по глубине потока, процессов перемешивания и завихренности [5–7]. Для апробации таких моделей большой интерес представляет экспериментальная информация о течениях, в которых негидростатичность, перемешивание и сильная завихренность существенно проявляются в стационарных режимах. Это имеет место, например, в установившемся потоке в окрестности ступеньки, уступа или порога на дне канала. Здесь термин “ступенька” используется в случае резкого увеличения вниз по потоку отметки дна канала, а “уступ” — в случае резкого понижения дна канала. Для комбинации ступеньки и уступа целесообразно применять термин “порог”, если ступенька предшествует уступу, и “траншея”, если уступ расположен перед ступенькой. В случае плавного повышения дна с последующим плавным понижением используется термин “препятствие” [7, 8].

В данной работе экспериментально исследовано течение за ступенькой. Для апробации математических моделей оно представляет интерес не только потому, что в нем влияние негидростатичности и завихренности проявляется в стационарных условиях. Как показано ниже, в этом течении имеются закономерности, которые можно использовать для построения замыкающих соотношений в математических моделях. Кроме того, при определенных условиях за ступенькой существуют волны, которые похожи на ондулярный бор,

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 01-01-00846) в рамках Программы поддержки ведущих научных школ России (код проекта 00-05-98542) и Интеграционного проекта № 1 СО РАН.

Таблица 1

Номер серии опытов	b , см	l , см	Номер серии опытов	b , см	l , см
1	0	—	5	4,85	30
2	2,45	30	6	4,85	60
3	2,45	60	7	4,85	123
4	2,45	123	8	2,40	15

но в отличие от него образуются на докритическом течении. При определенных условиях такие же волны генерируются передней кромкой прямоугольного порога [5, 9]. Более полная информация о течении над прямоугольным порогом содержится в [10, 11]. Течение за уступом экспериментально исследовалось, например, в работе [12]. Обзор имеющихся данных о течении над удобообтекаемым препятствием содержится в [8]. Следует отметить, что в случае обтекания удобообтекаемого препятствия рассматриваемые в данной работе волны не существуют, поскольку важную роль в их генерации играет отрыв потока от ступеньки или передней кромки порога.

1. Методика эксперимента. Опыты проводились в канале прямоугольного поперечного сечения шириной $B = 6$ см. Уклон дна был равен нулю как перед ступенькой, так и за ней. В выходном сечении канала вода свободно вытекала в атмосферу. Ступенька высотой b располагалась на расстоянии l вверх по потоку от выходного сечения. Выполнено восемь серий опытов, различающихся значениями b и (или) l (табл. 1), причем в серии 1 изучалось течение в канале без ступеньки. В каждой серии задавалось 10–12 значений объемного расхода Q в диапазоне от 0,3 до 4,4 л/с. При значениях Q , близких к нижней границе этого диапазона, измерения расхода проводились объемным способом. При расходах более 0,8 л/с высокую точность обеспечивал стандартный расходомер Вентури, предварительно прокалиброванный объемным способом. Погрешность измерения Q не превышала 1 %.

Основной измеряемой величиной являлся профиль свободной поверхности $\eta(x, \Pi_i)$ (η — вертикальная координата свободной поверхности, отсчитываемая от дна канала перед ступенькой; x — продольная координата, отсчитываемая от ступеньки вниз по потоку; Π_i — множество параметров задачи). Данные о профиле получены с использованием мерной иглы (с абсолютной погрешностью не более $\pm 0,5$ мм). Для визуализации внутренней структуры течения, в частности зоны отрыва потока от ступеньки, использовались частицы алюминиевой пудры.

Множество параметров рассматриваемой задачи Π_i включает параметры B , b , l , Q , ускорение свободного падения g , кинематический коэффициент вязкости ν и шероховатость стенок канала Δ . Поскольку жидкость была однородной и несжимаемой и изучались только кинематические характеристики течения, плотность жидкости не входила в число параметров. В данных опытах капиллярные эффекты пренебрежимо малы. Однако в ряде случаев, например при обрушении волн, в число параметров следует включить коэффициент поверхностного натяжения σ . Параметры B , g , ν , Δ в опытах не варьировались. Стенки и дно канала изготавливались из оргстекла. Использовалась водопроводная вода температуры 12–14 °С.

В гидравлике из величин B , Q , g образуют характерный линейный размер [10, 11]

$$h_* = (q^2/g)^{1/3} \quad (q = Q/B),$$

который называют критической глубиной. Внешний параметр h_* можно считать эквивалентом Q . При его использовании множество размерных параметров, варьировавшихся

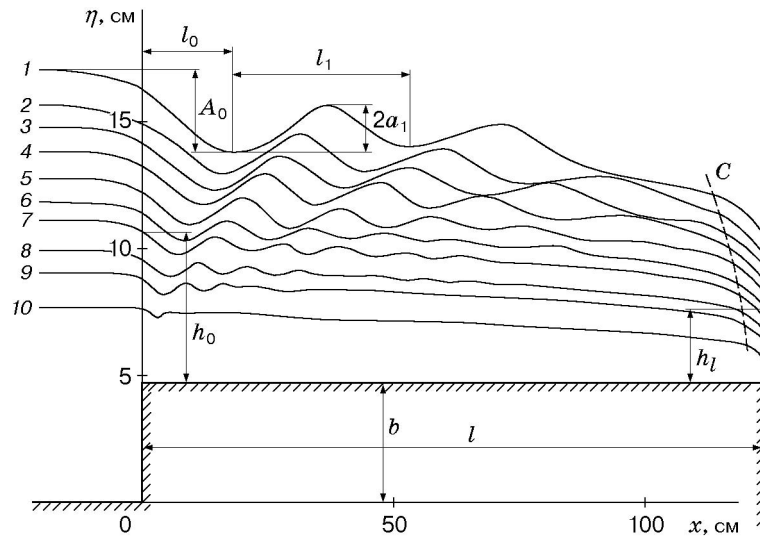


Рис. 1. Профили волн при $b = 4,85$ см, $l = 123$ см и различных значениях h_* [см]:
 1 — 7,45; 2 — 6,61; 3 — 6,35; 4 — 6,0; 5 — 4,64; 6 — 4,03; 7 — 3,50; 8 — 2,78; 9 — 2,28;
 10 — 1,45; штриховая линия — $\eta - b = h_*$

в опытах, сводится к трем независимым линейным размерам: h_* , b , l . В данной работе рассматривается только случай докритического набегающего на ступеньку потока, когда его глубина $h_{-\infty} > h_*$. Обтекание ступеньки сверхкритическим потоком требует отдельного изучения. Далее наряду с h_* будет рассматриваться еще одна критическая глубина $h_{**} < h_*$. Поэтому h_* назовем первой, а h_{**} — второй критической глубиной.

При анализе результатов измерений выделялось несколько характерных значений функции $\eta(x, \Pi_i)$: глубина $h_0 = \eta(0) - b$ непосредственно над ступенькой, глубина $h_l = \eta(l) - b$ на выходе из канала, а также характерные амплитуды и длины волн (рис. 1). Амплитуда определялась как половина расстояния по вертикали между впадиной и следующим за ней гребнем волны, длины волн с нечетными номерами — как расстояния по горизонтали между соседними впадинами, с четными номерами — как расстояния между соседними гребнями. Отдельно вычислялись глубина первой впадины A_0 и расстояние до нее от ступеньки l_0 .

Проанализированы различные способы выбора характерных масштабов для перехода к безразмерным величинам. Получено, что некоторые закономерности проявляются более четко, если при анализе используются не безразмерные, а размерные величины. Например, некоторые искомые величины зависели только от h_* и не зависели от b и l . В этом случае при переходе к безразмерным величинам такая универсальность зависимости утрачивалась. Поэтому полученные экспериментальные данные приведены далее в размерном виде.

2. Результаты опытов. Примеры профилей свободной поверхности представлены на рис. 1, 2 (штриховые линии C соответствуют критическим глубинам; слева от них поток находится в докритическом, справа — в сверхкритическом состоянии). Один из интересных результатов данной работы заключается в том, что во всех сериях опытов волны за ступенькой существуют на докритическом течении (см. рис. 1, 2). Хорошо известны волны типа ондулярного бора, образующиеся при переходе от сверхкритического течения к докритическому [4, 5, 11, 12]. При обтекании прямоугольного порога волны могут существовать как на докритическом, так и на сверхкритическом течении, поскольку в этом случае они генерируются передней и задней кромками [9].

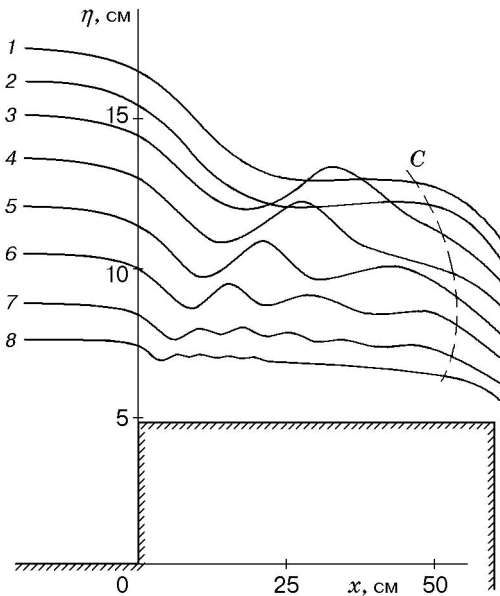


Рис. 2

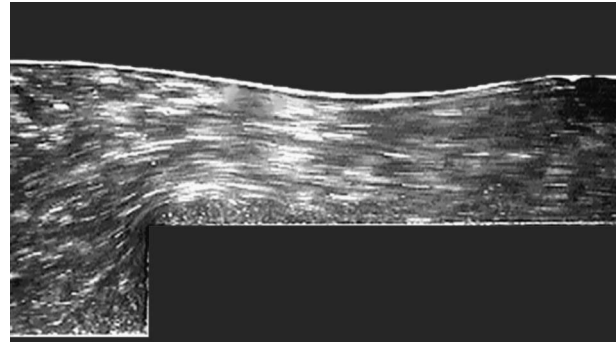


Рис. 3

Рис. 2. Профили свободной поверхности при $b = 4,85$ см, $l = 60$ см и различных значениях h_* [см]:

1 — 8,10; 2 — 7,32; 3 — 6,43; 4 — 5,40; 5 — 4,28; 6 — 3,25; 7 — 2,24; 8 — 1,57; штриховая линия — $\eta - b = h_*$

Рис. 3. Внутренняя структура течения в окрестности ступеньки ($b = 4,85$ см, $l = 30$ см, $h_* = 8,5$ см)

Важным условием существования волн на докритическом течении является отрыв потока от ступеньки. На рис. 3 приведена фотография внутренней структуры течения в окрестности ступеньки в случае, когда образуются волны. Перед ступенькой формируется застойная зона с одним крупным и несколькими мелкими вихрями, попавшие в нее твердые частицы выносятся во внешний поток очень редко. В рассматриваемом примере вертикальный размер зоны отрыва потока за острой кромкой составляет существенную часть глубины потока. В этом случае за ступенькой образуются заметные волны. С увеличением h_* и уменьшением b , l амплитуды волн стремятся к нулю.

Некоторые профили свободной поверхности, наблюдавшиеся в данных опытах, схематически представлены на рис. 4. Здесь же приведены значения h_* и $h_{**} \approx h_*/1,33$. Физический смысл h_{**} обсуждается ниже. Профиль на рис. 4,а соответствует течению без ступеньки. В этом случае формируется кривая спада, определяемая трением о твердые стенки [10, 11]. При малой высоте ступеньки и малых расходах ($b \ll l$, $h_* \ll l$) на кривой спада имеется лишь локальное понижение уровня в окрестности ступеньки (см. профиль 10 на рис. 1 и профиль 8 на рис. 2).

Если зафиксировать h_* , b и уменьшать l , то можно наблюдать последовательность профилей, показанную на рис. 4,б–д. Волны образуются лишь в ограниченном диапазоне параметров (рис. 4,б). Профиль, приведенный на рис. 4,в, отличается от остальных тем, что на нем имеется горизонтальная полочка, которая формируется только при строго определенном сочетании параметров b , l , h_* . Высота этой полочки над дном канала за ступенькой лежит в малой окрестности h_* . При дальнейшем уменьшении l устанавливаются режимы с непрерывно понижающимся уровнем свободной поверхности либо с двумя точками перегиба (рис. 4,з), либо без точки перегиба (рис. 4,д). Для сравнения на рис. 4,е

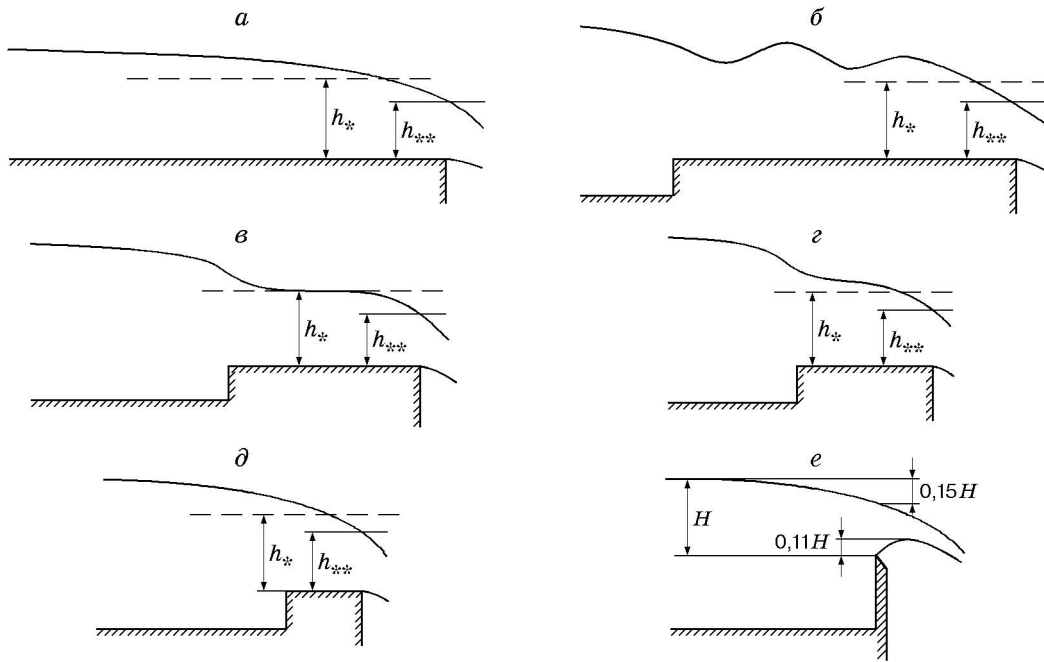


Рис. 4. Возможные профили свободной поверхности за ступенькой

приведена схема истечения через водослив с острым ребром ($l \rightarrow 0$) [10, 11]. В этом случае важную роль играет то, что поток на выходе в атмосферу поджимается не только сверху, но и снизу. Поэтому в пределе $l \rightarrow 0$ обсуждаемые далее закономерности нарушаются.

На рис. 5 приведена зависимость глубины на выходе из канала h_l от критической глубины h_* для всех указанных в табл. 1 сочетаний параметров b и l , включая случай ровного дна. Все экспериментальные данные группируются около прямой $h_l = k_1 h_*$, где $k_1 = \text{const}_1 = 0,75 \pm 0,02$. Поэтому можно утверждать следующее. Существует диапазон параметров b , l , в котором глубина на выходе из канала в атмосферу зависит только от h_* , причем эта зависимость является линейной. Особый интерес представляет значение коэффициента пропорциональности $k_1 = 0,75$, которое заслуживает более детального обсуждения.

Теоретический анализ [7, 13] и эксперименты [4, 13–15] показывают, что для двумерных гравитационных волн на воде конечной глубины существует две характерные скорости распространения, при которых происходит качественное изменение картины волн. Назовем эти скорости первой и второй критическими скоростями [14]. В случае однородной жидкости глубиной h , покоящейся над ровным горизонтальным дном, первая критическая скорость определяется выражением $c_* = \sqrt{gh}$, а вторая критическая скорость связана с ней соотношением $c_{**} \approx 1,3c_*$. Скорость c_* ограничивает сверху область существования линейных гармонических волн, а скорость c_{**} — уединенных и кноидальных волн. При скоростях распространения, превышающих c_{**} , эти нелинейные волны обрушиваются. То же справедливо для часто встречающихся нелинейных волн типа ондулярного бора [4, 14, 15]. В стратифицированной по плотности жидкости число критических скоростей равно удвоенному числу собственных мод колебаний [16].

По физическому смыслу критические скорости отражают в математических моделях фундаментальный физический запрет: скорость переноса массы и энергии возмущения не может превышать скорости переноса информации о возмущении. В первом приближении теории мелкой воды учитывается только одна продольная компонента скорости и предполагается, что она не изменяется по вертикали. Поэтому в этой модели имеется только

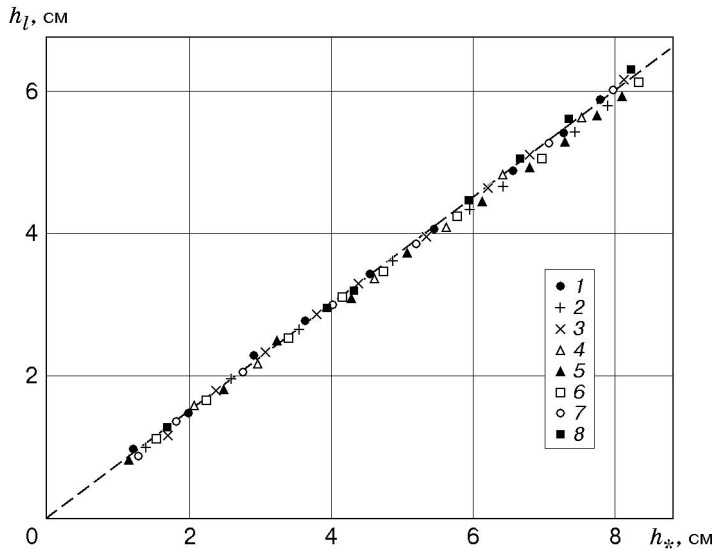


Рис. 5

Рис. 5. Зависимость глубины на выходе из канала в атмосферу от первой критической глубины (номера экспериментальных точек соответствуют номерам серий опытов в табл. 1)

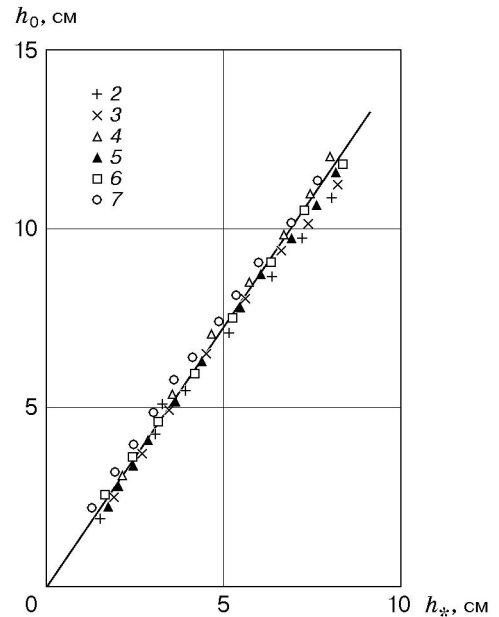


Рис. 6

Рис. 6. Зависимость глубины непосредственно над ступенькой от первой критической глубины (прямая — $h_0 = 1,48h_*$; номера экспериментальных точек соответствуют номерам серий опытов в табл. 1)

одна критическая скорость c_* . Вторая критическая скорость c_{**} появляется во втором приближении теории мелкой воды и в более строгих моделях, учитывающих две компоненты скорости и неравномерность их распределения по вертикали.

Сказанное выше имеет непосредственное отношение к гидравлике неустановившихся течений в открытых руслах. Из физических соображений следует, что и в гидравлике установившихся, но существенно неравномерных течений также должны проявляться не одна, а две критические скорости и две соответствующие им критические глубины. Первой критической глубиной является h_* . Ее роль в гидравлике открытых русел хорошо изучена [10, 11]. Этой глубине соответствует первая критическая скорость $V_* = q/h_*$. Если по аналогии со случаем неустановившихся течений в гидравлике неравномерных установившихся течений вторую критическую скорость определить как $V_{**} = \beta V_*$, то вторая критическая глубина определится как $h_{**} = h_*/\beta$. Далее, если предположить, что $\beta \approx 1,3$, как в гидравлике неустановившихся течений, то должно иметь место соотношение $h_{**} \approx 0,77h_*$. Числовой коэффициент в этом соотношении лишь на 2,7 % отличается от найденного в опытах среднего значения $k_1 = 0,75$.

Таким образом, экспериментальные данные (рис. 5) показывают, что существует диапазон параметров рассматриваемой задачи, в котором глубина на выходе из канала в атмосферу равна второй критической глубине. Еще один случай, когда в гидравлике установившихся течений проявилась вторая критическая глубина, содержится в [9].

На рис. 6 приведены экспериментальные данные о глубине h_0 непосредственно над ступенькой. Для этой величины также существует диапазон параметров b, l , в котором она зависит только от h_* , причем эта зависимость является линейной: $h_0 = k_2h_*$, $k_2 = \text{const}_2$. В выполненных опытах получено значение $k_2 = 1,48 \pm 0,03$.

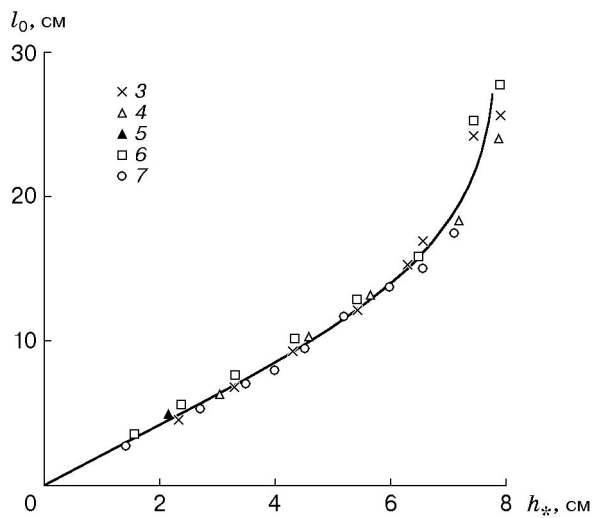


Рис. 7

Рис. 7. Зависимость расстояния по горизонтали от ступеньки до первой впадины волн от первой критической глубины (номера экспериментальных точек соответствуют номерам серий опытов в табл. 1)

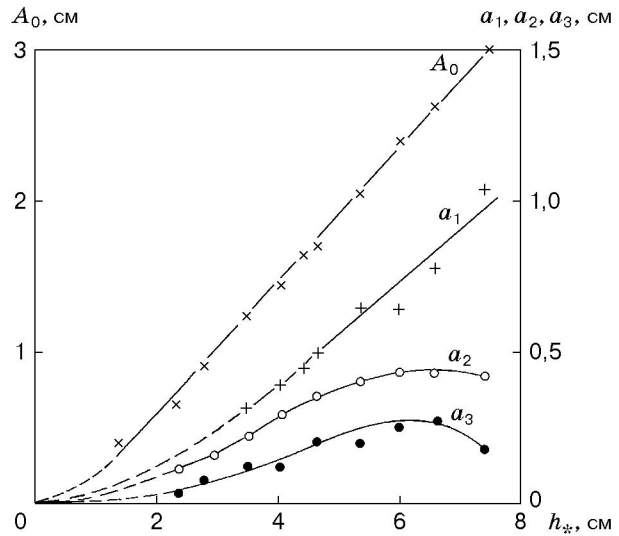


Рис. 8

Рис. 8. Зависимость глубины первой впадины A_0 и амплитуд a_1, a_2, a_3 волн от первой критической глубины ($b = 4,85$ см, $l = 123$ см)

В рассмотренном диапазоне параметров и в пределах точности измерений величина l_0 также не зависит от b и l . Это иллюстрируется экспериментальными данными, приведенными на рис. 7 (в сериях опытов 1, 2, 8 волны отсутствуют).

Амплитудные характеристики волн за ступенькой A_0, a_1, a_2 и др. (см. рис. 1) сложным образом зависят от всех параметров задачи. Можно отметить только, что существует диапазон параметров, в котором A_0 слабо зависит от l . Экспериментальные данные о глубине первой впадины A_0 и амплитудах первых трех волн, полученные в серии опытов 6, приведены на рис. 8. С увеличением h_* при фиксированных значениях b и l указанные характеристики волн сначала растут, достигая максимума, а затем уменьшаются до нуля.

Если сравнивать рассматриваемое здесь течение с течением над прямоугольным порогом (см., например, [9]), то между ними имеются и сходство, и различие. Различие обусловлено тем, что за порогом жидкость остается в канале, а в рассматриваемом течении она вытекает в атмосферу. При обтекании порога волны могут образоваться и за передней, и за задней кромками, причем эти системы волн могут взаимодействовать. При обтекании ступеньки существует только одна система волн. Над порогом докритический набегающий поток может сначала перейти в сверхкритическое состояние, а затем вновь в докритическое. За ступенькой обратный переход от сверхкритического течения к докритическому в опытах не наблюдался. За ступенькой на выходе из канала устанавливается вторая критическая глубина при изменении параметров в широком диапазоне. В случае порога вторая критическая глубина над его задней кромкой устанавливается лишь при строго определенном сочетании параметров, причем это сопровождается существенным изменением внутренней структуры течения [9].

3. Заключение. Для математического моделирования большое значение имеет то, что на выходе из канала устанавливается вторая критическая глубина (см. рис. 5). Этот факт позволяет использовать важное замыкающее соотношение в системе основных урав-

Таблица 2

$h_* = 7,45$ см		$h_* = 6,0$ см		$h_* = 4,64$ см		$h_* = 4,03$ см	
x , см	η , см	x , см	η , см	x , см	η , см	x , см	η , см
-20	16,95	-20	14,75	-20	12,70	-10	9,85
-15	16,87	-10	14,68	-10	12,70	-5	9,83
-10	16,80	-5	14,50	-5	12,58	-2	9,78
-5	16,60	0	14,00	-2	12,40	0	9,60
0	16,23	3	13,60	0	12,20	2	9,30
4	15,60	6	13,25	3	11,80	5,5	8,95
9	14,70	9	12,75	10	11,00	11,5	9,43
17	13,85	14	12,35	20	12,00	15,5	9,10
24	14,15	21	13,00	29,7	10,90	21	9,30
29	14,70	27	13,65	39,3	11,60	26,3	9,00
36	15,70	33	13,20	48,3	10,95	30,5	9,15
44	14,85	39,5	12,50	57,6	11,35	34,5	9,05
53	14,15	47	13,00	67,7	10,90	39	9,05
62	14,55	52,5	13,30	76,7	11,03	43	9,00
71	15,00	61,5	12,50	90,2	10,48	48,3	9,00
80	14,05	65,5	12,25	100	10,45	52,5	8,90
87	13,50	73	12,35	105,2	10,20	56	8,93
94	13,10	80,5	12,75	112	9,97	61,5	8,80
101	12,75	86	12,40	115	9,83	66	8,85
110	12,50	91	12,00	120	9,03	71	8,74
116	12,10	96	11,60	123	8,40	75,5	8,74
120,3	11,40	103	11,25	—	—	85	8,60
123	10,70	110	11,25	—	—	96	8,40
—	—	113	10,95	—	—	106	8,25
—	—	116	10,60	—	—	116	7,85
—	—	120,3	10,10	—	—	120,3	7,55
—	—	123	9,50	—	—	123	7,00

нений. В случае порога аналогичную роль играет допущение, что над порогом устанавливается первая критическая глубина [7, 10, 11]. Однако это допущение имеет ограниченную область применимости [9]. Кроме того, оно может использоваться в качестве дополнительного замыкающего соотношения только в математических моделях, основанных на первом приближении теории мелкой воды [7]. Полученные экспериментальные результаты можно использовать и во втором приближении теории мелкой воды, и в более точных математических моделях.

Наличие острых кромок на твердых границах потока существенно осложняет его математическое моделирование. Фотография, приведенная на рис. 3, интересна тем, что она подсказывает способ решения этой проблемы посредством задания системы концентрированных вихрей, обеспечивающих плавность линий тока основного течения. В дальнейшем при расчетах можно использовать математические модели, приведенные в [7].

Для количественного сравнения результатов численных расчетов с экспериментальными данными в табл. 2 приведены координаты четырех характерных профилей свободной поверхности при $b = 4,85$ см, $l = 123$ см.

Авторы выражают благодарность Е. М. Романову за помощь в получении экспериментальных данных и В. А. Костомахе за помощь в оформлении иллюстраций.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Dreisler R. E.** Comparison of theories and experiments for the hydraulic dam-break wave // Intern. Assoc. Sci. Hydrology. 1954. N 38. P. 319–328.
2. **Стокер Дж. Дж.** Волны на воде. Математическая теория и приложения. М.: Изд-во иностр. лит., 1969.
3. **Favre H.** Ondes de translation dans les canaux decouverts. Paris: Dunod, 1935.
4. **Букреев В. И., Гусев А. В.** Волны в канале впереди вертикальной пластины // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1999. № 1. С. 82–90.
5. **Смыслов В. В.** Теория водослива с широким порогом. Киев: Изд-во АН УССР, 1956.
6. **Chan R. K.-C., Street R. L.** A computer study of finite amplitude water waves // J. Comput. Phys. 1970. V. 6. P. 68–94.
7. **Ляпидевский В. Ю., Тешуков В. М.** Математические модели распространения длинных волн в неоднородной жидкости. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
8. **Vaines P. G.** Topographic effects in stratified flow. Cambridge: Cambr. Univ. Press, 1995.
9. **Букреев В. И.** Ондулярный прыжок при обтекании открытым потоком порога в канале // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 4. С. 40–47.
10. **Киселев П. Г.** Справочник по гидравлическим расчетам. М.: Госэнергоиздат, 1957.
11. **Ven Te Chow.** Open-channel hydraulics. N. Y. etc.: McGraw Hill Book Co., 1959.
12. **Wu S., Rajaratnam N.** Impinging jet and surface flow regimes at drop // J. Hydraul. Res. 1998. V. 36, N 1. P. 69–74.
13. **Овсянников Л. В., Макаренко Н. И., Налимов В. И. и др.** Нелинейные проблемы теории поверхностных и внутренних волн. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1985.
14. **Букреев В. И., Романов Е. М., Туранов Н. П.** Обрушение гравитационных волн в окрестности второй критической скорости // ПМТФ. 1998. Т. 39, № 2. С. 52–58.
15. **Букреев В. И., Костомаха В. А.** Внезапное перекрытие докритического потока в канале // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 1. С. 40–47.
16. **Букреев В. И.** Обрушение гравитационных волн при движении вертикальной пластины в двухслойной жидкости // ПМТФ. 1998. Т. 39, № 5. С. 11–18.

*Поступила в редакцию 18/IV 2002 г.,
в окончательном варианте — 23/VII 2002 г.*
