

считывается по (46)). При этом в (46) нижним пределом интегрирования необходимо взять θ_s'' , определяемое соотношением (36), положить $\xi_{2\max} = \xi_0$, и вместо θ_n взять θ_1'' , рассчитываемое из (34).

В заключение отметим, что все интегралы, стоящие в выражениях (44), (46) и (38), имеют вид:

$$I = \int \frac{f_1(\theta_s)}{f_2(\omega_s)} d\theta_s.$$

Вследствие экспоненциальной зависимости $\omega_s(\theta_s)$ для вычисления этих интегралов можно использовать асимптотические представления $\omega_s(\theta_s)$, подобные сделанным при выводе (26). Такие представления в значительной мере упрощают процедуру расчетов.

*Поступила в редакцию
4/1 1974*

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Anderson, R. S. Brown, L. J. Shannon. AIAA J., 1964, 2, 1; AIAA [preprint], 1964, № 156.
2. F. A. Williams. AJAA J., 1966, 4, 8.
3. А. М. Гришин, А. Я. Кузин. Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
4. А. М. Гришин, Н. А. Игнатенко. ФГВ, 1971, 7, 4.
5. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., «Наука», 1967.
6. А. Бир, Н. Райан. РТК, 1965, 3, 5.
7. А. П. Бабич, Н. М. Беляев, А. А. Рядно. Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
8. А. Г. Мержанов, В. Г. Абрамов, В. Т. Гонтковская. Докл. АН СССР, 1963, 148, 1.
9. В. Г. Абрамов, В. Т. Гонтковская, А. Г. Мержанов. Изв. АН СССР, сер. хим., 1966, 3, 429; 1966, 5, 823; 1967, 1, 26.
10. Н. Н. Семенов. Усп. физ. наук, 1940, 23, 251.
11. А. Г. Мержанов, Ю. М. Григорьев. ФГВ, 1967, 3, 3.
12. Т. Гудмен. В сб. «Проблемы теплообмена». М., «Атомиздат», 1967, стр. 41.
13. В. Н. Виллюнов. ФГВ, 1966, 2, 2.

УДК 536.46

ЗАЖИГАНИЕ КОНДЕНСИРОВАННОГО ВЕЩЕСТВА ПРИ НАЛИЧИИ БОКОВЫХ ТЕПЛОПТЕРЬ

В. Н. Виллюнов, С. С. Хлевой

(Томск — Новосибирск)

Рассматривается тепловая модель зажигания конденсированного вещества в предположении, что ответственными за зажигание являются экзотермические процессы, протекающие в веществе. Дана приближенная теория явления, проведен численный счет задачи и сравнение с экспериментальными результатами зажигания пороха Н+1% сажи. Исследуемый в работе вопрос имеет непосредственное отношение к обоснованию методики постановки экспериментов по лучистому зажиганию.

Формулировка задачи

На торец полубесконечного круглого стержня радиуса r падает световой поток постоянной плотности q_s . Начальная температура стержня и окружающей среды равна T_n . Предполагается, что теплообмен между боковой поверхностью образца и окружающей средой осуществляется по закону Ньютона.

Уравнение теплопроводности

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \rho Qz \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) - \frac{\lambda \delta (Bi)}{r^2} (T - T_n) \quad (1)$$

интегрируется при

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = q_s, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\infty} = 0, \quad (2)$$

$$T(x, 0) = T_n, \quad 0 \leq x < \infty, \quad (3)$$

где T — температура; t , x — соответственно время и координата (начало координат помещено на поверхности торца, ось x направлена в сторону стержня); c — теплоемкость; ρ — плотность; λ — теплопроводность; Q — тепловой эффект реакций в конденсированной фазе вещества; z — предэкспонент; E — энергия активации; R — газовая постоянная.

В уравнении (1) пространственное распределение температуры в k -веществе учтено методом, развитым в [1]. Величина δ зависит от критерия $Bi = \alpha r / \lambda$, где α — коэффициент теплоотдачи от боковой поверхности стержня в окружающую среду. Для рассматриваемых образцов круглого поперечного сечения $\delta = \delta(Bi)$ определяется как наименьший корень уравнения

$$Bi I_0(\sqrt{\delta}) - \sqrt{\delta} (I_1 \sqrt{\delta}) = 0, \quad (4)$$

где I_0 и I_1 — соответствующие функции Бесселя. Вместо (4) удобно использовать интерполяционную зависимость [2]

$$\delta = \frac{5,78 Bi}{2,89 + Bi}. \quad (5)$$

При $Bi \ll 1$ внутри вещества нет поперечного распределения температуры, весь градиент приходится на стенки, т. е. $\delta = 2Bi$. При $Bi \gg 1$ неравномерность распределения температуры наибольшая и $\delta = 5,78$.

Из постановки задачи видно, что наличие двух конкурирующих процессов — теплоприхода в результате внешнего теплового воздействия и внутреннего тепловыделения, а также потерь тепла — приводит не только к увеличению времени и температуры зажигания, но и к появлению критических условий (пределов зажигания).

В дальнейшем весь анализ удобно провести в безразмерных переменных:

температура

$$\theta = \frac{E(T - T_*)}{RT_*^2},$$

время

$$\tau = t/t_a,$$

координата

$$\xi = x/x_a,$$

где

$$t_a = \frac{RT_*^2}{E^*} \cdot \frac{c}{Qz} \exp\left(\frac{E}{RT_*}\right) -$$

адиабатический период индукции при температуре T_* ,

$$x_a = \sqrt{\frac{\lambda}{c\rho} t_a} -$$

порядок расстояния, проходимого тепловой волной за время t_a ; масштабная температура T_* , имеющая смысл температуры зажигания, определяется в процессе решения задачи.

Обезразмеривая (1) — (3), получаем:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = \exp\left(\frac{\theta}{1 + \beta \theta}\right) - \omega (\theta - \theta_n), \quad (6)$$

$$-\frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial \xi} = q_0, \quad \frac{\partial \theta(\infty, \tau)}{\partial \xi} = 0, \quad (7)$$

$$\theta(\xi, 0) = \theta_n, \quad 0 \leq \xi < \infty. \quad (8)$$

Решение задачи (6) — (8) определяется параметрами:

$$\theta_n = \frac{E(T_n - T_*)}{RT_*^2} -$$

температурным напором,

$$\omega = \frac{RT_*^2}{E} \frac{\lambda \delta (Bi)}{Qz\rho r^2} \exp\left(\frac{E}{RT_*}\right) -$$

параметром теплоотдачи,

$$\beta = \frac{RT_*}{E} -$$

аррениусовским фактором,

$$q_0 = \frac{q_s}{(\lambda \rho Qz)^{1/2}} \left(\frac{E}{RT_*}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{E}{2RT_*}\right) -$$

безразмерным световым потоком.

Критическое условие зажигания имеет вид связи

$$\omega = \omega(\theta_n, \beta),$$

которую нужно отыскать. В первом приближении влиянием β пренебрегаем (обычно для задач зажигания $\beta \ll 1$).

Теория предела

Критические условия зажигания при граничных условиях первого рода, когда задана температура на поверхности, найдены в [1] путем исследования существования решений стационарного уравнения зажигания.

В рассматриваемой постановке задачи для нахождения пределов зажигания естественно применить вариант метода «сращения решений» (адиабатический метод)¹, развитый в [3].

Известно [2], что температура на поверхности при наличии боковых теплопотерь, когда происходит нагрев светом инертного вещества, выражается формулой:

$$\theta(0, \tau) = \theta_s = \theta_n + \frac{q_0}{\sqrt{\omega}} \Phi(\sqrt{\omega \tau}), \quad (9)$$

где

$$\Phi(u) \equiv \operatorname{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-y^2} dy.$$

¹ По-видимому, более удачно этот метод назвать методом теплового взрыва.

В соответствии с [3] решение (9) сращивается с решением нестационарного уравнения теплового взрыва

$$\frac{d\theta_s}{d\tau} = \exp \theta_s - \omega (\theta_s - \theta_n). \quad (10)$$

Поскольку в (9) имеется нелинейность типа $\Phi(\sqrt{\omega\tau})$, нахождение временных характеристик затруднено лишь по техническим причинам. Однако определение критических характеристик значительно проще.

Масштаб температуры пока не выбран, поэтому определим его условием

$$|\theta_n| = \frac{q_0}{\sqrt{\omega}} \Phi(\sqrt{\omega\tau_n}). \quad (11)$$

Скорость роста температуры на поверхности

$$\frac{d\theta_s}{d\tau} = \frac{q_0}{\sqrt{\pi\tau}} \exp(-\omega\tau). \quad (12)$$

Приравнявая (10) и (12) и используя правило масштаба $\theta_s = 0$, которое дает температуру T_* (перегиба), получаем

$$\frac{q_0}{\sqrt{\pi\tau_n}} \exp(-\omega\tau_n) = 1 - \omega |\theta_n|. \quad (13)$$

Равенства (11) и (13) определяют время прогрева t_n и температуру T_* . Исключая q_0

$$\frac{|\theta_n| \sqrt{\omega} \exp(-\omega\tau_n)}{\sqrt{\pi\tau_n} \Phi(\sqrt{\omega\tau_n})} = 1 - \omega |\theta_n|$$

и вводя обозначения

$$y = \sqrt{\omega\tau_n}, \quad A = \omega |\theta_n|,$$

приходим к равенству

$$\frac{A}{1-A} \sqrt{\pi y} \Phi(y) \cdot \exp(y^2). \quad (14)$$

Правая часть (14) является монотонно возрастающей функцией y , поэтому решение $y=y(A)$ существует для всех $A < 1$. При $A=1$ $y \rightarrow \infty$, поэтому одно из критических условий имеет вид:

$$(\omega |\theta_n|)_* = 1. \quad (15)$$

Второе условие находится из (11), в котором нужно положить $y = \infty$, т. е.

$$q_{0*} = (\sqrt{\omega} |\theta_n|)_*$$

или

$$q_{0*} = (\sqrt{|\theta_n|})_*. \quad (16)$$

Переходя к размерным переменным в (15), (16), будем иметь

$$\lambda \delta (\text{Bi}) (T_{**} - T_n) \exp\left(\frac{E}{RT_{**}}\right) = Qz\rho r_*^2, \quad (17)$$

$$Qz\rho\lambda (T_{**} - T_n) \exp\left(-\frac{E}{RT_{**}}\right) = q_{S*}. \quad (18)$$

Зависимости (17), (18) и являются искомыми пределами зажигания. Например, (17) дает зависимость T_{**} от r_* и определяет ту минимальную температуру, при которой еще возможно зажигание.

Комбинируя (17), (18), получим

$$\frac{\lambda}{r_*} \sqrt{\frac{5,78\alpha r_*}{2,89\lambda + \alpha r_*}} (T_{**} - T_H) = q_{s*}.$$

В постановке задачи (6) — (8) не учтены потери тепла с торцевой поверхности к-вещества. Их точный учет представляет существенные аналитические трудности. Однако приближенный учет весьма прост. Для этого нужно во всех выражениях вместо падающего светового потока q_s подставлять его эффективную величину.

В том случае, когда торцевые теплотери определяются в основном кондуктивным механизмом,

$$q_{S\Phi} = \frac{q_s}{1 + K_\varepsilon},$$

где

$$K_\varepsilon = \left(\frac{\lambda_1 \rho_1 c_1}{\lambda \rho c} \right)^{1/2}$$

коэффициент тепловой активности внешней среды по отношению к топливу. Индексом «1» отмечаются теплофизические параметры среды.

Если торцевые потери определяются конвективным механизмом переноса тепла, то

$$q_{S\Phi} = q_s + \alpha_1 (T_1 - T_{**}),$$

где α_1 — коэффициент теплоотдачи между торцом и внешней средой; T_1 — температура среды.

Уравнение (6) численно интегрировалось на ЭВМ. В результате обработки ряда вариантов счета получена интерполяционная формула

$$t_3 = t_3^0 \left(1 - 1,78 \frac{\lambda \delta (Bi) t_3^0}{\rho c r^2} \right)^{-1}, \quad (19)$$

где t_3 — время зажигания при наличии боковых теплотерей, t_3^0 — время зажигания при отсутствии потерь тепла. Существенно, что (19) не содержит явно констант химической кинетики.

Результаты эксперимента и их анализ

Выводы о существовании пределов зажигания по диаметру образца были экспериментально подтверждены в опытах с нитроглицериновым порохом. Исследовалось зажигание световым излучением образцов малопрозрачного пороха Н+1% сажи разного диаметра на графитовой световой установке, описанной в работах [4, 5]. Для предотвращения нагревания световым излучением боковая поверхность образца пороха покрывалась раствором органического стекла с мелом или заворачивалась в тонкую алюминиевую фольгу. Световой поток измерялся описанными в [4, 5] медными калориметрами. Для измерения температуры зажигания служили малоинерционные медь-константановые термопары диаметром 30 мк, двукратно прокатанные до толщины 5 мк и вклеенные жидким порохом на ацетоне в поверхность образца.

Для исследуемого пороха в соответствии с [4] было принято: $\lambda = 5,6 \cdot 10^{-4}$ кал/(см·с·град); $c = 0,35$ кал/г·град; $\rho = 1,6$ г/см³, начальная температура пороха 20°С. Опыты велись на воздухе в условиях свободной конвекции ($\alpha = 5 \cdot 10^{-4}$ кал/(см²·с·град)).

Было найдено, что количество тепла, необходимое для зажигания пороха (поджигающий импульс $u_s = q_s t_3$), растет с уменьшением диаметра образца $d_{обп}$ (рис. 1). Образцы пороха диаметром 5 мм и меньше не зажигаются. Наблюдается большой разброс измеренных темпе-

