УДК 624.131.6

ФИЛЬТРАЦИЯ СОЛЕВОГО РАСТВОРА В НАБУХАЮЩЕМ ГРУНТЕ

В. И. Пеньковский

(Новосибирск)

Физико-химические и водно-физические свойства почвогрунтов во многом зависят от содержания в них глинистых минералов, занимающих более половины всех осадочных пород земной коры. Поскольку у поверхности кристаллической решетки глинистых частиц расположены отрицательно заряженные ионы кислорода, в основной массе почвогрунты являются катионитами, способными поглощать из раствора электролита катионы в обмен на эквивалентные количества других ионов, имеющих положительный заряд. Сухой глинистый грунт, смачиваемый водой (или раствором), набухает, поглощая воду (и растворенные вещества). Причина набухания — стремление к гидратации ионов, содержащихся в почве, наличие в ней гидрофильных групп. Степень набухания зависит от величины гидратированного радиуса иона и обменной емкости почвенного поглощающего комплекса. Процесс набухания сопровождается явлениями коагуляции коллоидных частиц, что приводит к увеличению количества относительно неподвижной влаги [1, 2] и существенному уменьшению фильтрационной способности грунта.

Обратное явление — пептизация или диспергирование частиц, сопровождающееся уменьшением количества связанной влаги и улучшением проводимости грунта, наблюдается при фильтрации электролитов через опресненный грунт. Как показывают натурные и лабораторные эксперименты с промывками почвенных монолитов [3, 4], смена процессов пептизации и коагуляции может привести к многократному уменьшению (соответственно увеличению) пропускной способности одного и того же образца естественного почвогрунта. Учет этих явлений представляется важным в разработке методов расчета водно-солевого режима почв при орошении и дренажных промывках, исследованиях суффозионной устойчивости земляных плотин и решении других проблем.

Ниже рассматривается модельная задача о просачивании пресной воды в глубь толщи глинистого грунта, скелет которого удерживает некоторое количество солевого раствора с заданной концентрацией.

1. Постановка задачи. Из теории двойного электрического слоя следует, что концентрация C_i (моль/л) i-го иона в растворе, окружающем отрицательно заряженную поверхность глинистой частицы, определяется формулой [5]

$$C_i = C_i^0 \exp\left[-z_i e (\psi - \psi^0)/kT\right],$$

где z_i — валентность иона; e — заряд электрона; $\psi = \psi(y)$ — электрический потенциал; k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура; C_i^0 и ψ^0—значения равновесных концентрации и электрического потенциала соответственно, измеряемых на удалении от поверхности; y — координата, направленная по нормали к поверхности частицы. При этом раствор, заключенный в элементарном объеме, выделенном на некотором расстоянии y, будет прижиматься к заряженной поверхности под действием электрического поля с силой

$$dp = -\sum_i z_i C_i \frac{N_A e}{1000}\, dy \frac{d\psi}{dy} = -\frac{N_A e}{1000} \sum_i z_i C_i^0 \exp\left[-\frac{z_i e(\psi - \psi^0)}{kT}\right] d\psi,$$

где N_A — число Авогадро и суммирование ведется по каждому иону ($z_i > 0$ для катиона и $z_i < 0$ для аниона). После интегрирования этого выражения по p от p^0 до p и по ψ от ψ^0 до ψ найдем значение избыточного давления (давления набухания) $\Delta p = p - p_0$, действующего вблизи поверхности коллоидной частицы:

$$\Delta p = \frac{RT}{1000} \sum_i (C_i - C_i^0), \tag{1.1}$$

где $R = kN_A$ — универсальная газовая постоянная; p^0 — давление на удалении от поверхности. Таким образом, если суммарная концентрация $N = \Sigma C_i$ раствора, прилегающего к поверхности глинистой частицы, больше суммарной концентрации $C = \Sigma C_i^0$ раствора, находящегося в транзитных порах почвогрунта, то $\Delta p > 0$ и развиваемое дополнительное давление будет приводить к увеличению толщины сольватного слоя жидкости, обволакивающего эту частицу, образование относительно неподвижных сольватных слоев, окружающих одновременно несколько частиц, приводит к их коагуляции. Наоборот, в случае $N < C(\Delta p < 0)$ сольватные слои разрушаются и наблюдается диспергирование частиц (пептизация коллоидов).

В соответствии с этим предположим, что объемное количество связанного со скелетом почвы раствора θ (в единице объема физического пространства) может быть представлено в первом приближении линейной функцией давления набухания Δp. Учитывая формулу (1.1), запишем это предположение в виде

$$\theta = \theta^0 + \beta(N - C), \tag{1.2}$$

где θ^0 — объемное количество связанного с почвой раствора в стандартных условиях, когда концентрации солей в подвижном и неподвижном растворах одинаковы; β — экспериментально определяемая постоянная, зависящая от механического и минералогического состава грунта, ионного состава раствора и температуры.

Для определения зависимости коэффициента фильтрации K от количества связанного раствора θ воспользуемся теоретической формулой Слихтера — Козени [6]

$$K = a m_e^n, \tag{1.3}$$

где m_e — эффективная пористость среды; a — некоторая постоянная, зависящая от характерного диаметра частиц и их упаковки; n — показатель, численно равный 3,3 (по Слихтеру) или 4,0 (по Козени). При общей объемной влажности w эффективную пористость составит величина $m_e = w - \theta$. Пусть в условиях стандартного опыта известно значение $K = K_0 = a(m - \theta^0)^n$, где m — полная пористость среды. Тогда подстановка постоянной $a = K_0(m - \theta^0)^{-n}$ и величины m_e в выражение (1.3) приводит к зависимости

$$K(w, \theta) = K_0[(w - \theta)/(m - \theta^0)]^n, \tag{1.4}$$

которая при $\theta = \theta^0$ ($\beta = 0$) и $n = 3{,}5$ совпадает с общеизвестной формулой С. Ф. Аверьянова для коэффициента фильтрации в не полностью насыщенном ненабухающем грунте [7].

Основную систему, описывающую процесс одновременного влаго- и солепереноса в пористой среде, составляют уравнения [7]: закон Фика для потока массы j растворенного вещества

$$j = -D(w, q)\partial C/\partial x + qC,$$

обобщенный закон Дарси для объемной скорости фильтрации q раствора

$$q = -K(w, \theta)(\partial p/\partial x - 1)$$

(p — давление в жидкости, ось x направлена вертикально вниз, изменения плотности и вязкости раствора от его концентрации не учитываются), законы сохранения масс растворенного вещества и растворителя (воды) соответственно

$$-\frac{\partial j}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial t}[(w - \theta)C + \theta N], \quad -\frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial t},$$

а также уравнения кинетики массообмена между подвижным и «связанным» растворами

$$\partial(\theta N)/\partial t = -\delta(q, \theta)(N - \gamma C).$$

Коэффициент конвективной диффузии вещества в среде с неполным насыщением пор $D(w, q) = (w - \theta)D_0 + \lambda q$, коэффициент молекулярной диффузии D_0, параметр фильтрационной дисперсии λ, параметры кинетики обмена $\gamma \geqslant 0$, $\delta(q, \theta)$, зависящие от физико-химических свойств пористой среды и раствора, а также зависимость $p = p(w)$ всасывающей силы почвы от влажности предполагаются заданными. Уравнения (1.2), (1.4) замыкают выписанную выше систему при моделировании массопереноса в набухающей пористой среде, содержащей коллоидные частицы.

Пусть на поверхности полубесконечного слоя грунта, содержащего в начальный момент времени неподвижный раствор соли единичной концентрации, поддерживается тонкий слой пресной воды. Будем считать, что просачивание раствора в глубь почвы происходит только под действием силы тяжести и с полным насыщением норового пространства ($w = m$). Кроме того, примем $\delta(q, \theta) = \alpha q$ и $\gamma = D = 0$ [8]. Тогда процесс промывки грунта будет описываться системой уравнений

$$\theta = \theta^0 + \beta(N - C), \tag{1.5}$$
$$v = v(\tau) = -\left[1 - \frac{\beta}{m - \theta^0}(N - C)\right]^n \left(\frac{\partial p}{\partial x} - 1\right),$$
$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\theta N) = -\alpha v N, \quad -v\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \tau}[(m - \theta)C + \theta N]$$

с краевыми условиями на поверхности грунта и границе промачивания соответственно

$$x = 0:\ C = 0,\ p = 0;\quad x = s(\tau):\ N = 1,\ p = 0, \tag{1.6}$$

кинематическим условием вида

$$[m - \theta(s, \tau)]ds/d\tau = v \tag{1.7}$$

и начальным условием $s(0) = 0$, где $\tau = K_0 t$; $v = q/K_0$, а функции $C(x, \tau)$ и $N(x, \tau)$ отнесены к некоторому характерному их значению (в данном случае — к начальной концентрации почвенного раствора).

2. Приближенное решение задачи. Безразмерный коэффициент β, входящий в первое уравнение системы (1.5), зависит от процентного содержания глинистых частиц в грунте и при изменении функций C и N в интервале (0,1) не превосходит значения $m - \theta^0 < 1$. Выбирая этот коэффициент в качестве малого параметра задачи, будем искать решение в виде асимптотических разложений

$$\theta = \theta_0 + \beta\theta_1 + \beta^2\theta_2 + \ldots,\quad p = p_0 + \beta p_1 + \beta^2 p_2 + \ldots; \tag{2.1}$$
$$N = N_0 + \beta N_1 + \beta^2 N_2 + \ldots,\quad v = v_0 + \beta v_1 + \beta^2 v_2 + \ldots,$$
$$C = C_0 + \beta C_1 + \beta^2 C_2 + \ldots,\quad s = s_0 + \beta s_1 + \beta^2 s_2 + \ldots$$

Подстановка разложений (2.1) в систему уравнений (1.5), краевые условия (1.6) и кинематическое условие (1.7) с последующим приравниванием членов с одинаковыми степенями параметра β приводит к ряду линейных задач для определения функций θ_i, N_i, ... s_i ($i = 0, 1, 2, \ldots$).

Возникающая на первом этапе система уравнений

$$\theta_0 = \theta^0,\quad v_0 = -\frac{\partial p_0}{\partial x} + 1,\quad (m - \theta_0)\frac{ds_0}{d\tau} = v_0(\tau),$$
$$\theta_0\frac{\partial N_0}{\partial \tau} = -\alpha v_0 N_0,\quad -v_0\frac{\partial C_0}{\partial x} = (m - \theta_0)\frac{\partial C_0}{\partial \tau} + \theta_0\frac{\partial N_0}{\partial \tau}$$

вместе с краевыми условиями

$$x = 0\colon C_0 = 0,\ p_0 = 0;\ x = s_0(\tau)\colon N_0 = 1,\ p_0 = 0;\ s(0) = 0$$

моделирует процесс промывки толщи грунта без учета набухания глинистых частиц. Ее решение имеет вид

$$\theta_0 = \theta^0 = \mathrm{const},\ v_0 \equiv 1,\ p_0 \equiv 0,\ s_0 = \tau/(m - \theta_0), \tag{2.2}$$

$$N_0 = \exp\,[\alpha_0(x - s_0)],\ C_0 = \alpha x \exp\,[\alpha_0(x - s_0)]\ (\alpha_0 = \alpha(m - \theta_0)/\theta_0).$$

Для функций с индексом 1 получается расщепляющаяся система уравнений

$$\theta_1 = N_0 - C_0,\quad v_1 = -\frac{\partial p_1}{\partial x} - a(N_0 - C_0),\quad (m - \theta_0)\frac{ds_1}{d\tau} = \tag{2.3}$$

$$= v_1 + \theta_1(s_0, \tau)\frac{ds_0}{d\tau},$$

$$\frac{\partial}{\partial\tau}(\theta_0 N_1 + C_1 N_0) = -\alpha(v_0 N_1 + v_1 N_0),$$

$$-v_0\frac{\partial C_1}{\partial x} + v_1\frac{\partial C_0}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial\tau}[(m - \theta_0)C_1 + \theta_1 C_0 + \theta_0 N_1 + \theta_1 N_0]$$

с краевыми условиями

$$x = 0\colon C_1 = 0,\ p_1 = 0;$$

$$x = s_0(\tau)\colon\quad N_1(s_0, \tau) = -s_1\frac{\partial N_0}{\partial x}(s_0, \tau),\quad p_1 = 0,$$

$$s_1(0) = 0\ (a = n/(m - \theta_0)).$$

Из первого уравнения системы (2.3) непосредственно получаем

$$\theta_1(x, \tau) = (1 - \alpha x)\exp\,[\alpha_0(x - s_0)].$$

Интегрирование второго уравнения с учетом краевого условия $p_1(0, \tau) = 0$ приводит к соотношению

$$p_1(x, \tau) = -v_1 x - a\alpha_0^{-1}e^{-z_0}\{e^{\xi} - 1 + \alpha\alpha_0^{-1}[(1 - \xi)e^{\xi} - 1]\}$$

$$(z_0 = \alpha_0 s_0(\tau),\ \xi = \alpha_0 x).$$

При этом функция v_1 определяется из условия $p_1(s_0, \tau) = 0$ и имеет вид

$$v_1(z_0) = \frac{am}{m - \theta_0}\left[\frac{\theta_0}{m} - \frac{1 - \exp(-z_0)}{z_0}\right].$$

Вводя функцию $z_1 = \alpha_0(m - \theta_0)s_1(\tau)$ и подставляя значение $\theta_1(s_0, \tau)$, из третьего уравнения системы (2.3) и начального условия $z_1(0) = 0$ получим

$$z_1(z_0) = \int_0^{z_0}\left[\frac{\alpha_0 - \alpha z}{\alpha_0(m - \theta_0)} + v_1(z)\right]dz.$$

Подстановкой найденных зависимостей четвертое уравнение системы (2.3) и соответствующее ему краевое условие преобразуются к виду

$$\frac{\partial N_1}{\partial z_0} + N_1 = e^{-z_0}\varphi(\xi, z_0),\quad \xi = z_0\colon\quad N_1 = -z_1/(m - \theta_0)$$

$$\left(\varphi(\xi, z) = \frac{2}{\theta_0}\left(1 - \frac{\alpha}{\alpha_0}\xi\right)\exp(2\xi - z) - v_1(z)\exp\xi\right).$$

Решением этой задачи будет функция

$$N_1 = e^{-z_0}\left[\int\limits_{\xi}^{z_0} \varphi(\xi, z)\,dz - e^{\xi} z_1(\xi)(m-\theta_0)^{-1}\right].$$

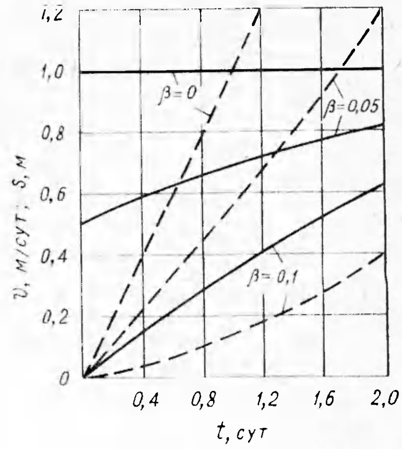
Аналогично для определения функции $C_1(\xi, z_0)$ получаем краевую задачу

$$\frac{\partial C_1}{\partial \xi} + \frac{\partial C_1}{\partial z_0} = \frac{\alpha}{\alpha_0}\varphi_1(\xi, z_0),$$

$$\xi = 0:\quad C_1 = 0$$

$$\left(\varphi_1(\xi, z) = N_1(\xi, z) - \frac{2\alpha}{\theta_0 \alpha_0}\xi \times \right.$$

$$\left. \times\left(1 - \frac{\alpha}{\alpha_0}\xi\right)e^{2(\xi - z)} - \xi v_1(z)\,e^{\xi - z}\right).$$



Ее решение записывается в виде

$$C_1(\xi, z_0) = \frac{\alpha}{\alpha_0}\int\limits_0^{\xi} \varphi_1(u, u + z_0 - \xi)\,du.$$

Отыскание последующих членов в разложениях (2.1) может быть проведено но аналогичной схеме, хотя и сопряжено с определенными трудностями вычислительного характера.

На фигуре сплошными и штриховыми линиями соответственно представлены графики функций $v(\tau)$ (скорости фильтрации) и $s(\tau)$ (фронта промачивания), вычисленных для различных значений параметра β с использованием первых двух членов в асимптотических разложениях (2.1). При этом были приняты следующие исходные данные $K_0 = 0{,}2$ м/сут, $\theta^0 = 0{,}2$, $m = 0{,}4$, $\alpha = 0{,}4$ м$^{-1}$, $a = 10$. Как показывают вычисления, процесс набухания существенно влияет на картину фильтрации раствора в глинистом грунте.

Поступила 18 IX 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. **Роде А. А.** Почвенная влага. М.: Изд-во АН СССР, 1952.
2. **Kutilek M.** Vodohospodařska pedologie. SNTL/ALFA, Praha, 1978.
3. **Панин П. С.** Процессы солеотдачи в промываемых толщах почв. Новосибирск: Наука, 1968.
4. **Frenkel H., Rhoades J. D.** Effects of dispersion and swelling on soil hydraulic conductivity.— Test. and Eval., 1978, vol. 6, N 1.
5. **Kemper W. D., Shainberg I., Quirk J. P.** Swelling pressures, electric potential and ion concentration: their role in hydraulic and osmotic flow through clays.— Soil Sci. Soc. Amer. Proc., 1972, vol. 36, N 2.
6. **Лейбензон Л. С.** Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М.— Л.: Гостехиздат, 1947.
7. **Развитие** исследований по теории фильтрации в СССР. М.: Наука, 1969.
8. **Пеньковский В. И., Рыбакова С. Т.** Прогноз водно-солевого режима на орошаемых территориях. Природные условия Западной Сибири и переброска стока рек в Среднюю Азию. Новосибирск: Наука, 1975.