УДК 51: 101.8
DOI:
10.15372/PS20170304

В.М. Резников

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СВЯЗИ ТЕОРЕМЫ БЕРНУЛЛИ И ТРЕБОВАНИЯ КОЛМОГОРОВА О БЛИЗОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ И ЧАСТОТ*

Современники Колмогорова Борель, Фреше и Леви считали, что в контексте приложений математики его требование о близости вероятности и частотных характеристик избыточно, так как оно выводимо на основе теоремы Бернулли, являясь его заключением. В работе показано, что вывод французских математиков ограничен субъективистской интерпретацией теории вероятностей. Рекомендации Колмогорова относятся к частотной интерпретации, и в ней «зависимое» условие Колмогорова не является заключением теоремы, а более точно, предпосылкой применения теоремы. Обобщающий результат состоит в том, что методы, используемые в субъективистской интерпретации, и выводы на их основе не значимы в частотной интерпретации, и наоборот.

Ключевые слова: частотная интерпретация, субъективистская интерпретация, теорема Бернулли, близость вероятности и частот, устойчивость частот, принцип Курно, Колмогоров, Мизес.

V.M. Reznikov

METHODOLOGICAL ANALYSIS OF CONNECTION OF BERNOULLI THEOREM AND KOLMOGOROV'S REQUEST FOR THE NEARNESS OF PROBABILITY AND FREQUENCIES

Kolmogorov's contemporaries Borel, Frechet and Levy believed that Kolmogorov's request for the proximity of event probability and its frequency characteristics is redundant in the context of applications of mathematics, since it is deduced by means of Bernoulli's theorem, being its conclusion. The article shows that French mathematicians'

* Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, проект 15-07-03410.
Публикуется в авторской редакции.

conclusion is restricted by the subjective interpretation of probability theory. Kolmogorov' recommendations refer to the frequency interpretation in which his «dependent» request is not the conclusion of the theorem, but the precondition of applying Bernoulli's theorem. A generalized result is that methods used in the subjective interpretation and conclusions based on these methods are of no value in the frequency interpretation and vice versa.

Keywords: frequency interpretation; subjective interpretation; Bernoulli's theorem; proximity of probability and frequencies; stability of frequencies; Cournot's principle; Kolmogorov; Mises; Borel; Frechet; Levy

В известной книге Колмогорова, посвященной аксиоматической теории вероятностей, которая была им разработана на базе новейших достижений теории меры и интегрирования и впервые предложенной им аксиоматики, впоследствии принятой математическим сообществом, было уделено внимание вопросам применения теории вероятностей, и в частности сформулированы требования к вероятностям в контексте приложений [4]. Почему А.Н. Колмогоров обратился к проблеме применения математики в той публикации? В небольшой математической работе не было ответа на этот вопрос. Однако несложно вполне правдоподобно реконструировать причины для обращения к проблеме применения математики. Во-первых, в более поздней публикации, посвященной применению математики, он отмечал, что проблемы оснований математики и ее применений – в существенной степени независимые проблемы [3]. Во-вторых, Колмогоров осознавал, что знание как применять математику не только приводит к корректному решению прикладных проблем, но и способствует пониманию математики.

Колмогоров сформулировал следующие требования к вероятностям:

«А. Можно практически быть уверенным, что если комплекс условий S будет повторен большое число раз n и если при этом через m обозначено число случаев, при которых событие А наступило, то отношение m/n будет мало отличаться от $P(A)$.

В. Если $P(A)$ очень мало, то можно практически быть уверенным, что при однократной реализации условий S событие А не будет иметь места» [4, с. 13].

Первое требование является неформальным вариантом асимптотического определения вероятности у Мизеса [6]. Второе оказывается неформальным описанием принципа Курно [5]. Антуан Курно – разносторонний исследователь, результаты которого получили признание во многих областях науки и философии. Так, он один из создателей математической экономики, кроме того, открыл геометрическую вероятность и предложил принцип, который осуществляет связь математики с миром опыта, так называемый принцип Курно. Известны две формы этого принципа. Принцип Курно в сильной форме и в слабой форме. Принцип Курно в слабой форме утверждает, что маловероятное событие при большом числе испытаний будет происходить редко. Принцип в слабой форме является корректным, однако в приложениях математической статистики используется принцип в сильной форме. Принцип Курно в сильной форме запрещает появление маловероятного события в первом испытании. Требования Колмогорова представляют интерес для теории вероятностей и математической статистики. Так, условие А значимо для частотной интерпретации теории вероятностей и различных подходов в математической статистике к оцениванию вероятностей на основе частот. Условие В является составной частью раздела проверки статистических гипотез. По сравнению с аксиомами Колмогорова, хорошо известными всем специалистам, так или иначе связанными с математикой, его требования к применению вероятностей в известной современной литературе не получили какого-либо внимания вплоть до работ Шейфера и Вовка. В этих работах требования были глубоко проанализированы [9]. Оказалось, что в отличие от современных исследователей, современники Колмогорова не оставили без внимания его условия применения вероятностей. Как отмечают Шейфер и Вовк, Борель, Фреше и Леви критиковали первое его требование, так как по их мнению оно оказывается избыточным потому, что выводимо на основе теоремы Бернулли, а если учесть второе требование, то первое оказывается выполнимым для любой выборки стандартного объема данных.

Основной тезис данной работы – это утверждение, состоящее в том, что в частотных интерпретациях первое требование Колмогорова о близости вероятности события и его частотных характеристик не является заключением теоремы Бернулли. В защиту тезиса предлагается ряд аргументов. Первый аргумент основан на условиях применимости теоремы Бернулли в частотной интерпретации. Напомним теорему Бернулли.

Теорема Бернулли. Проводится n независимых испытаний события A, и m экспериментов оказались успешными. Известно, что теоретическая вероятность появления события A в каждом эксперименте равняется $p(A)$, m/n – это частота события A, ε – это точность вычислений. Тогда, при бесконечном числе экспериментов выполняется следующее равенство:

$$\lim_{n\to\infty} P(\left|m/n - p(A)\right| < \varepsilon) = 1 \tag{1}$$

Содержательно теорема Бернулли утверждает, что при большом числе независимых испытаний, с единичной вероятностью имеют место ничтожные по модулю отклонения частотных характеристик изучаемого события от его вероятности. В теореме предполагается известным априори, что испытания являются независимыми, считается заранее известной теоретическая вероятность события A: $p(A)$; а также то, что при большом числе испытаний выполняется следующее неравенство:

$$\left|m/n - p(A)\right| < \varepsilon \tag{2}$$

Однако в частотных интерпретациях теоретические вероятности заранее неизвестны, а поэтому неизвестно выполняется ли второе неравенство. В этих интерпретациях существование вероятностей связано с определенным поведением частотных характеристик. Так, у Мизеса определение вероятности совпадает с пределом сходящихся частотных последовательностей [6]. Однако, по нашему мнению, для приложений, определение Мизеса оказывается слишком ригористичным. Бесконечные последовательности это абстракция, а в действительности, как это реалистично отмечается самим Мизесом, исследователям доступны выборки конечного объема данных. Применение мизесовского определения вероятности предполагает его формализацию для конечных частотных последовательностей. Отметим, что Мизесом не было предложено определения для ограниченных последовательностей. Второе неравенство является естественным аналогом определения Мизеса для финитных частотных интерпретаций. Поэтому выполнимость этого неравенства представляется формальной верификацией близости вероятности и частотных характеристик в концепции Мизеса и формализацией первого требования Колмогорова.

Существуют различные подходы к оцениванию параметров, в том числе и представляющих неизвестные вероятности на основе частот. Наиболее известными являются: подход на основе принципа максимального правдоподобия, байесовский анализ и частотный подход [2]. При всем разнообразии идей и принципов, используемых в этих подходах, каждый из них предназначен для оценивания неизвестных параметров для заранее заданных распределений, которые описывают изучаемые данные. Вышеперечисленные подходы оказываются сугубо теоретическими, теоретическое доминирование в них проявляется в том, что экспериментам отводится ограниченная роль, они нужны, только для того чтобы оценить неизвестные параметры заранее известных теоретических описаний. Однако в эмпирических концепциях теоретические величины, как правило, неизвестны заранее.

Предлагаемый в нашей работе подход является эмпирическим, однако он неуниверсален и предназначен для описания простейших случайных процессов с неизменяющимися вероятностями. Известно, что весьма многие процессы, связанные с фактически неизменяющимися вероятностями, при большом числе испытаний стабилизируются, а их частотные характеристики становятся маловариабельными. Поэтому возникает естественная идея об оценивании неизвестной вероятности на основе устойчивых частотных характеристик. Аналогичная идея о реальном смысле практически постоянной вероятности события была сформулирована Колмогоровым. Он писал: «По-видимому, с чисто формальной стороны о вероятности нельзя сказать ничего больше следующего: вероятность $P(A/S)$ есть число, вокруг которого, при условиях S и при предусмотренных этими условиями способах формирования серий, имеют тенденцию формироваться частоты, причем при возрастании численности этих серий в разумных пределах, не нарушающих однородности условий, эта тенденция проявляется со все большей отчетливостью и точностью, достигая достаточных в данной конкретной обстановке надежности и точности при достижимых численностях серий» [3, с. 275]. В простейшем случае маловариабельные частоты принадлежат интервалу, длина которого равняется точности вычислений ε. В этом случае для любой точки этого интервала, которая выбрана в качестве вероятности, будет выполняться неравенство (2). Получается, что второе неравенство формально описывает первое требование Колмогорова, и оно не совпадает с заключением теоремы, а является предусловием применения теоремы; а эмпирическим прообразом второго неравенства оказывается устойчи-

вость частотных характеристик. Получается, что в заключение теоремы определяется не геометрическая близость вероятности и частот, а дается количественная, вероятностная оценка такого рода близости. Таким образом, близость вероятности и частот у Колмогорова не является заключением теоремы Бернулли, а оказывается формальным предусловием корректного применения теоремы.
Второй довод в защиту тезиса основан на контраргументах к основаниям критики Колмогорова.

Прежде чем рассматривать критические соображения против первого требования Колмогорова, остановимся на определении условий, при которых критика оказывается конструктивной, то есть, когда она воспринимается, и учитывается критикуемой стороной. По-нашему мнению, критика оказывается конструктивной, если позиции критиков и их оппонентов в существенной степени совпадают. Если позиции участников дискуссии оказываются противоположными, то критика практически не воспринимается, в лучшем случае она является катализатором для усиления прежних позиций критикуемой стороны. Возьмем в качестве примера концепцию байесовизма, на ее основе нами определяются участники дискуссии, для которых критика оппонентов является конструктивной, и другие, для которых она не может быть конструктивной. Концепция основана на теореме Байеса. В теореме предполагаются известными n гипотез: H_1, H_2,…,H_n, а также известны вероятности реализации этих гипотез: $P(H_1)$, $P(H_2)$,…,$P(H_n)$. Кроме того, известно, что некоторое событие B связано с этими гипотезами, и задана вероятность реализации этого события P(B), а также известны условные вероятности его появления: $P(B/H_i)$, i=1,n при условии, что произошло одно из гипотетических событий: H_i, i=1,n. Тогда на основе теоремы определяются условные вероятности гипотез: $P(H_i/B)$, i=1,n где в качестве условия выступает событие B. Переход от вероятностей гипотез $P(H_i)$ к их условным вероятностям $P(H_i/B)$ интерпретируется, как прогресс в знании. Концепция байесовизма является практически универсальной, она включает такие различные направления, как эмпирический байесовизм, субъективный байесовизм, объективный байесовизм. Эти направления различаются по способам задания вероятностей гипотетических событий. Так, в эмпиризме их определяют посредством частотных оценок, полученных на основе реальных наблюдений, в субъективном подходе вероятности определяют на основе индивидуальных оценок и предпочтений, а в объективном байесовизме на основе как эмпирических, так и эпистемологических подходов. Отметим, что дискуссия эмпириков и объективных байесовистов является конструктивной, так как позволяет определить насколько детальными должны быть экспериментальные наблюдения и в какой степени имеет смысл учитывать индивидуальные предпочтения субъектов познания. В тоже время невозможно ожидать конструктивного диалога между эмпириками и субъективистами, так как их результаты получены на основе принципиально полярных позиций, поэтому они не представляют интереса для оппонентов. В контексте байесовизма Мизес является чистым эмпириком. Борель, Фреше и Леви оказываются чистыми субъективистами, поэтому конструктивный диалог между оппонентами невозможен. Если можно полагать, что Колмогоров был в полной мере эмпириком, то не нужны какие-либо объяснения в защиту использования им “зависимого” требования, так как в действительности оно не является зависимым. Однако Колмогорова трудно считать чистым эмпириком. Так, например, он полагал, что получение результатов исключительно на основе наблюдений, оказывается слишком трудозатратным. Колмогоров писал: «Только при первом проникновении вероятностных методов в какую-либо новую область дело часто начиналось с того, что чисто эмпирически отмечалось постоянство частот. В силу сказанного в § 3, для того чтобы статистически обнаружить постоянство частот с точностью до ε, необходимо пользоваться сериями примерно по $n=1/\varepsilon^2$ испытаний. Например, для того чтобы установить, что в данном конкретном вопросе имеет смысл считать вероятность определенной с точностью до 0,0001, необходимо произвести ряд серий испытаний примерно по 100 000 000 испытаний в каждой» [3, с. 275]. И далее он продолжает: «Гораздо чаще гипотеза вероятностной случайности вводится на основании соображений симметрии или на основании соображений о практической независимости отдельных, приходящих в соприкосновение рядов явлений и т.д. Затем эта гипотеза проверяется косвенным путем» [3, с. 275]. По-видимому, Колмогорову ближе позиция объективного байесовизма, в котором исходные вероятности определяются на основе наблюдений и когнитивных соображений. Позиции объективного байесовизма, гипотетически близкие Колмогорову, и субъективного байесовизма, предположительно согласующегося со взглядами Лебега, Фреше, Леви, практически не имеют точек соприкосновения и поэтому трудно ожидать конструктивного диалога между их представителями. От общих соображений о конструктивности критики в научных дискуссиях перейдем к методологическим основаниям оппонентов Колмогорова.

Согласно методологии французских математиков, развитие теории вероятностей как науки связано с субъективистской концепцией теории вероятностей, в которой исследуются равновероятные события. Мостом между математикой и миром опыта служит теорема Бернулли. Применение теоремы приводит к объективизации субъективно назначенных вероятностей. Для того чтобы согласиться с критическими замечаниями субъективистов необходимо согласится с их посылками и способами заданиями первоначальных вероятностей, а также принять их основания для применения математики. Мизес и другие эмпирики отвергают переход к схеме равновероятных событий на основе отсутствия предпочтений, а фактически на основе незнания. В описании первого аргумента в пользу базового тезиса было показано, что в эмпирической традиции математика применяется по отношению к корректно установленным закономерностям на основе экспериментов. В частности, внешний оператор в теореме Бернулли имеет смысл, если эмпирически верифицирована выполнимость второго неравенства. Так как, в чисто субъективистских подходах не осуществляются фактические наблюдения над событием A, поэтому неизвестны его частотные характеристики и нет оснований для верификации второго неравенства, в связи с этим предложенная субъективистами объективация результатов на основе теоремы Бернулли не имеет значения в эмпирических подходах.

С целью более точного учета как, критической аргументации, направленной против защищаемого тезиса, так и доводов в его защиту, необходимо описать исследовательскую позицию Колмогорова по отношению к частотной и субъективистской интерпретациям. Выделим четыре возможные позиции. Первая состоит в том, что для применения частотной интерпретации достаточно устойчивости частот, так как в этом случае выполняется второе неравенство, формализующее первое требование Колмогорова. Вторая позиция состоит в том, что кроме устойчивости частот необходима также близость вероятности и частот на основе заключения теоремы Бернулли. Зачем наряду с устойчивостью частот требуется и близость по вероятности? Потому, что первое условие является геометрической, качественной характеристикой близости частот и вероятности, а второе количественной оценкой геометрической близости. В третьем подходе заранее предполагается известной вероятность успеха в теореме Бернулли на основе эмпирической устойчивости ранее полученных частотных оценок. Требование Колмогорова состоит в определении близости вероятности и частот на основе теоремы Бернулли. Отметим, что в данном случае подходы субъективистов и эмпириков обнаруживают определенное сходство, несмотря на различные подходы к определению вероятности успеха, используемой в теореме Бернулли. Близость заключается в том, что к моменту применения теоремы Бернулли, используемая в ней вероятность успеха оказывается известной, как объективным байесовистам, так и представителям субъективного байесовизма. Четвертая позиция совпадает с позицией французских математиков в тех случаях, когда неприменимы частотные интерпретации.

Первая и вторая позиции оказываются вне критики. Известная критика субъективистов по отношению к третьей позиции такова. Зачем в качестве условия объявлять заключение теоремы, а не саму теорему? Здесь воспользуемся объяснением Шейфера и Вовка для использования Колмогоровым «зависимого» требования. Дело в том, что первое требование является характерной особенностью частотных интерпретаций, а Колмогоров в контексте приложений следует Мизесу, автору известной частотной интерпретации. Приведенное объяснение вполне корректное, однако, оно построено на предпочтениях Колмогорова, и в некотором смысле оказывается субъективным. Дополнительное наше объяснение состоит в том, что частотные характеристики востребованы в науке [8], кроме того, они ценятся прикладными математиками [1, 7]. Четвертая позиция была подвержена критике. В ее защиту приводим два аргумента, один апеллирует к значимости частотной интерпретации и уже был рассмотрен в прошлом пункте. Другой аргумент основан на наилучшем объяснении Шейфера и Вовка. Это объяснение использует трудности применения теоремы Бернулли и принципа Курно. Во-первых, корректное применение теоремы Бернулли предполагает проверку независимости изучаемых данных. Во-вторых, как отмечают авторы, многократное применение принципа Курно к выборкам с возрастающими объемами данных ухудшает качество моделей. Отметим еще, что использование принципа Курно в частотной интерпретации предполагает трудоемкую верификацию правильного оценивания малой вероятности фактически невозможного события, на которую опирается этот принцип. Кроме того, применение теоремы предполагает определение теоретической вероятности успеха, используемой в теореме и верификацию второго неравенства. Мы уже использовали некоторые объяснения Шейфера и Вовка зависимого характера требования Колмогорова в качестве контраргументов к критическим замечаниям французских математиков. Дадим более полную характеристику этих объяснений, по степени обоснованности, упорядочивая их в направлении углубления обоснованности, от менее обоснованных объяснений к более серьезным объяснениям.

1) Зависимость не является существенным недостатком, так как в книге Колмогорова условия применения теории вероятностей представлены после его аксиоматики, следовательно теорема Бернулли еще не была получена и поэтому вывод требования А на основе В и теоремы Бернулли не мог быть осуществлен [10]. Очевидно, что это объяснение является формальным и не вполне серьезным.

2) Колмогоров мог просто не обратить внимания на то, что требование А оказалось зависимым [9]. Это предположение основано на том, что Колмогоров нигде не дал каких-либо объяснений факту зависимости условия А. Представляется маловероятным, что Колмогоров ошибся, формулируя зависимое условие. Во-первых, как мы показали, критика верна только относительно субъективистской интерпретации теории вероятностей, а Колмогоров отмечал, что в контексте приложений, его подход близок частотной интерпретации Мизеса. Во-вторых, плодотворная дискуссия в статистическом анализе возможна между представителями близких направлений, а субъективистская и частотная интерпретации являются антагонистами. В-третьих, у Колмогорова не было серьезной мотивации для критической дискуссии из-за соображений политкорректности, так как у него были творческие отношения с французскими математиками.

3) Условие А хотя и выводимо на основе условия В, имеет самостоятельное значение, так как является частотным, т.е. это условие символизирует, что А.Н. Колмогоров в применении теории вероятностей, в целом, придерживается эмпирической интерпретации теории вероятностей Р. Мизеса [10].

4) Корректное применение теоремы Бернулли предполагает осуществление трудоемких вычислений по верификации свойства

независимости в исследуемых данных, кроме того, когда модель данных непрерывно возрастает, то это может привести к ухудшению свойств модели, точности определения независимости, в такой степени, что модель не сможет обеспечить получение высоко вероятных предсказаний [10]. Последние два объяснения были уже нами рассмотрены в процессе контраргументации к критике французских математиков.

Выводы.

Итак, первое условие Колмогорова о близости вероятности и частот имеет значение для частотных интерпретаций и подходов на основе частот в стандартном статистическом анализе. Показано, что вывод этого требования в субъективистской интерпретации на основе теоремы Бернулли не является убедительным в рамках частотных подходов. Поэтому нет серьезных оснований полагать, что требование Колмогорова является избыточным. Философским обобщением является, то, что как методы получения результатов, так и сами результаты, выведенные в одной интерпретации, не имеют значения в другой, например, результаты в субъективистской интерпретации, не являются приемлемыми для частотной интерпретации, и наоборот.

Литература

1. *Алимов Ю.И.* Альтернатива методу математической статистики. – М.: Знание, 1980.

2. *Битюков С.И., Красников Н.В*. Применение статистических методов для поисков новой физики на Большом Адронном Коллайдере, 2011. – URL: https://arxiv.org/pdf/1107.3974v1.pdf (дата обращения: *25.08.2017).*

3. *Колмогоров А.Н.* Теория вероятностей // Математика, ее содержание, методы и значение. – М.: Изд-во АН СССР, 1956. – Т. 2.

4. *Колмогоров А.Н.* Основные понятия теории вероятностей. – М.: Наука, 1974.

5. *Курно А.* Основы теории шансов и вероятностей. – М: Наука, 1970.

6. *Мизес Р.* Вероятность и статистика. – Москва; Ленинград: Гостехиздат, 1930.

7. *Тутубалин В.Н.* Теория вероятностей. – М.: Академия, 2008.

8. *Hacking I.* Logic of Statistical Inference. – Cambridge: Cambridge University Press, 1965.

9. *Shafer G., Vovk V.* Probability and Finance: It's Only a Game! – N.Y.: A Wiley-Interscience Publication, 2001.

10. *Shafer G., Vovk V.* The sources of Kolmogorov's Grundbegriffe // Statistical Science. – 2006. – Vol. 21, No. 1. – P. 70–98.

References

1. *Alimov, Yu.I.* (1980). Alternativa metodu matematicheskoy statistiki [Alternative to the Method of Mathematical Statistics]. Moscow**,** Znanie Publ.

2. *Bityukov, S.I. & N.V. Krasnikov.* Primenenie statisticheskikh metodov dlya poiskov novoy fiziki na Bolshom Adronnom Kollaydere [The use of statistical methods in the search for new physics at the LHC]. Available at: https://arxiv.org/pdf/1107.3974v1.pdf (date of access: 25.08.2017).

3. *Kolmogorov, A.N.* (1974). Osnovnye ponyatiya teorii veroyatnostey [Basic Concepts of the Probability Theory]. Moscow, Nauka Publ.

4. *Kolmogorov, A.N.* (1956). Teoriya veroyatnostey [Probability Theory]. In: Matematika, ee soderzhanie, metody i znachenie, T. 2 [Mathematics, Its Content, Methods, and Meaning, Vol. 2]. Moscow, AN SSSR [Academy of Sciences of the USSR] Publ.

5. *Cournot, A*. (1970). Osnovy teorii shansov i veroyatnostey [Exposition of the Theory of Chances and Probabilities]. Moscow, Nauka Publ. (In Russ.).

6. *Mises, R.* (1930). Veroyanost i statistika [Probability and Statistics]. Moscow, Leningrad, Gostekhizdat Publ. (In Russ.).

7. *Tutubalin, V.N.* (2008). Teoriya veroyatnostey [Theory of Probabilities]. Moscow, Akademiya Publ.

8. *Hacking, I.* (1965). Logic of Statistical Inference. Cambridge, Cambridge University Press.

9. *Shafer, G. & V. Vovk.* (2001). Probability and Finance: It's Only a Game! New York, A Wiley-Interscience Publication.

10. *Shafer, G. & V. Vovk.* (2006). The sources of Kolmogorov's Grundbegriffe. Statistical Science, Vol. 21, No. 1, 70–98.

Информация об авторе

Резников Владимир Моисеевич – кандидат философских наук, доцент, старший научный сотрудник Института философии и права СО РАН (630090, Новосибирск, ул. Николаева, 8); доцент кафедры логики и методологии науки Новосибирского национального исследовательского государственного университета (630090, Новосибирск, ул. Пирогова 2, e-mail: mathphil1976@gmail.com).

Information about the author

Reznikov, Vladimir Moiseevich – Doctor of Sciences (Philosophy), Associate Professor, Senior Researcher at the Institute of Philosophy and Law, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (8, Nikolaev st., Novosibirsk, 630090, Russia); Associate Professor at the Department of Logic and Methodology of Science, Novosibirsk National Research State University (2, Pirogov st., Novosibirsk, 630090, Russia, e-mail: mathphil1976@gmail.com).

Дата поступления 17.08.2017