

УДК 536.46

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРОТЕПЛОВОГО ВЗРЫВА БЕЗГАЗОВОЙ СИСТЕМЫ. ВЛИЯНИЕ КОНДУКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА И МОЩНОСТИ ДЖОУЛЕВА НАГРЕВА

А. В. Щербаков, В. А. Щербаков

Институт структурной макрокинетики и проблем материаловедения им. А. Г. Мержанова РАН,
142432 Черноголовка, ismandrew@ism.ac.ru

Математическим моделированием изучены режимы электротеплового взрыва безгазовой системы, окруженной диэлектрической средой. Рассмотрено влияние интенсивности кондуктивного теплообмена и мощности джоулева нагрева на формирование безразмерных температурных и концентрационных профилей, интегральную глубину превращения и скорость распространения фронта реакции. Для разделения стадий воспламенения и распространения реакции использовали критерий, заключающийся в достижении глубины превращения 0.99 в любой точке образца. Определено количество продукта, образующегося на стадии воспламенения. Показано, что вблизи критических условий при воспламенении на оси образца достигается большая глубина превращения, приводящая к смещению зоны воспламенения от оси к поверхности образца.

Ключевые слова: математическое моделирование, электротепловой взрыв, электрическая мощность, воспламенение, интегральная глубина превращения.

DOI 10.15372/FGV2022.9252
EDN MRUJJC

ВВЕДЕНИЕ

Процессы горения и взрыва широко используются в технологии экзотермического синтеза керамических и композиционных материалов [1, 2]. Основные проблемы создания материалов с заданными свойствами заключаются в формировании химического состава и управлении структурообразованием. Для обеспечения полноты протекания химической реакции, необходимой структуры и физических свойств важен тепловой режим синтеза.

Перспективным направлением в получении тугоплавких неорганических соединений является применение теплового взрыва [3]. По сравнению с горением он имеет технологические преимущества, так как позволяет влиять на темп нагрева, температуру окружающей среды, условия теплообмена и фильтрации в реакционном объеме [4], что повышает качество целевого продукта. Например, увеличение скорости нагрева приводит к более высокой плотности и к большей гомогенности продукта [5]. Тепловой взрыв можно осуществить при использовании различных источников нагрева: горячий газ или излучение печи, джоулев нагрев [6], СВЧ-нагрев [7], индукционный нагрев [8], электроискровое плазменное спекание [9].

Применение электрического источника позволяет существенно повысить скорость нагрева и снизить критическую температуру теплового взрыва. Сочетание химического и электрического источников нагрева позволяет провести синтез в оптимальном режиме и обеспечить получение целевого продукта высокого качества [10]. Практический интерес представляет синтез тугоплавких соединений в режиме теплового взрыва при воздействии переменного (пульсирующего) электрического поля в слабоэкзотермических системах [11].

В [12–14] экспериментально показано, что электротепловой взрыв (ЭТВ) под давлением является эффективным методом синтеза сверхтугоплавкой керамики. Реакционные смеси порошков нагревали как прямым пропусканием электрического тока, так и в условиях термического сопряжения с электрической печью [15]. Установлено, что оптимальным способом получения плотных материалов является прямой нагрев шихтовой заготовки электрическим током, а контролируемое выделение джоулева тепла позволяет управлять тепловым режимом для полноты превращения и степени консолидации [16].

Экспериментальное исследование влияния технологических параметров на распределения температуры и концентрации в образце, поме-

щенном в пресс-форму, затруднено отсутствием возможности наблюдать процессы *in situ*. Поэтому целью работы являлось изучение режимов ЭТВ с помощью математического моделирования в условиях, близких к реальному технологическому процессу.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Математическая модель электротеплового взрыва формулировалась на основе теории теплового взрыва [17] гомогенной системы с учетом экспериментальной схемы ЭТВ. Объектом исследования являлся цилиндрический реакционный образец радиуса r , окруженный кольцевым слоем инертной диэлектрической среды толщиной $2r$ и внешней оболочкой толщиной r . Данная постановка отражает схему реакционной пресс-формы, внутри которой между образцом и стенкой находится диэлектрический слой. Все слои термически сопряжены.

Одномерная осесимметричная модель ЭТВ в безразмерном виде включает в себя систему уравнений теплопроводности для реакционно-го образца (1), диэлектрической инертной среды (2) и оболочки (3), уравнение химической кинетики первого порядка (4), начальные (5) и граничные условия (6)–(9). Уравнение теплопроводности для образца содержит химический и электрический источники тепловыделения, а кондуктивный теплообмен между средами задается граничными условиями четвертого рода.

Уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \eta}{\partial \tau} + q \quad (0 < \xi < 1), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} = b_{21} \psi_{12} \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \right) \quad (1 < \xi < 3), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta_3}{\partial \tau} = b_{31} \psi_{13} \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} \right) \quad (3 < \xi < 4). \quad (3)$$

Уравнение химической кинетики:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \delta \gamma (1 - \eta) \exp \frac{\theta_1}{1 + \beta \theta_1}. \quad (4)$$

Начальные условия:

$$\tau = 0 : \quad \theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_0, \quad \eta = 0. \quad (5)$$

Граничные условия:

$$\xi = 0 : \quad \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} = 0, \quad (6)$$

$$\xi = 1 : \quad \theta_1 = \theta_2, \quad \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} = b_{21} \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi}, \quad (7)$$

$$\xi = 3 : \quad \theta_2 = \theta_3, \quad \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} = \frac{b_{31}}{b_{21}} \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi}, \quad (8)$$

$$\xi = 4 : \quad \frac{\partial \theta_3}{\partial \xi} = \text{Bi}(\theta_0 - \theta_3). \quad (9)$$

Безразмерные переменные:

$$\theta_i = \frac{E}{RT_*^2} (T_i - T_*), \quad \xi = \frac{x}{r}, \quad \tau = \frac{\lambda_1}{c_1 \rho_1 r^2} t. \quad (10)$$

Безразмерные параметры:

$$\beta = \frac{RT_*}{E}, \quad \gamma = \frac{c_1 \rho_1 RT_*^2}{QE}, \quad \text{Bi} = \frac{\alpha r}{\lambda_3},$$

$$q = q_1 \frac{c_1 \rho_1 r^2}{\lambda_1 \gamma Q}, \quad b_{21} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \quad b_{31} = \frac{\lambda_3}{\lambda_1}, \quad (11)$$

$$\psi_{12} = \frac{c_1 \rho_1}{c_2 \rho_2}, \quad \psi_{13} = \frac{c_1 \rho_1}{c_3 \rho_3}.$$

Здесь T_i , λ_i , c_i , ρ_i — температура, теплопроводность, теплоемкость, плотность ($i = 1$ — реакционная среда, $i = 2$ — диэлектрическая среда, $i = 3$ — оболочка); r — радиус образца; t — время; η — глубина превращения; q_1 — объемная электрическая мощность в образце; E — энергия активации; R — универсальная газовая постоянная; Q — тепловой эффект реакции; α — коэффициент теплоотдачи; T_* — масштабная температура, которая соответствует критической температуре теплового взрыва в классической теории.

Специфика задачи ЭТВ связана с дополнительным объемным источником нагрева и имеет сходство с задачей о динамическом тепловом взрыве, где характерным параметром является скорость нагрева, а не температура окружающей среды. Мощность источника q принималась постоянной, так как не учитывалась зависимость электрического сопротивления среды от состава и температуры. Более подробно математическая модель ЭТВ описана в [18, 19].

Безразмерные переменные (10) и параметры (11) вычисляли на основе параметров модельной системы титан — углерод [20]: $E = 200$ кДж/моль; $Q = 15$ кДж/см³. Теплофизические величины соответствовали конечному продукту — стехиометрическому карбиду титана (TiC): $\lambda_1 = 0.05$ Вт/(см·К), $c\rho = 5$ Дж/(см³·К), $r = 1$ см. В результате безразмерные параметры имели следующие значения: $\beta = 0.05$, $\gamma = 0.02$, $Bi = 0.2$, $\theta_0 = -10$.

В нестационарной теории теплового взрыва способность реакционного образца к самовоспламенению определяется критерием Франк-Каменецкого (δ). С учетом поправок на выгорание критическое значение $\delta^* = 2.5$ для цилиндрического образца было рассчитано по формуле

$$\delta^* = 2(1 + \beta)(1 + 2.4\gamma^{\frac{2}{3}}). \quad (12)$$

Количество продукта в объеме образца или интегральную глубину превращения от времени рассчитывали по формуле

$$\eta_{int}(\tau) = \int_0^1 \eta(\tau, \xi) d\xi^2. \quad (13)$$

Мгновенную безразмерную скорость распространения фронта реакции по образцу вычисляли по формуле

$$u(\xi, \eta) = \frac{d\xi(\xi, \eta)}{d\tau} = \frac{\xi^*(\tau + \Delta\tau) - \xi^*(\tau)}{\Delta\tau}, \quad (14)$$

где ξ^* — безразмерная координата фронта с заданной глубиной превращения.

Уравнения (1)–(9) решали численно методом прогонки на четырехточечном шаблоне неявной разностной схемы [21]. Пространственный шаг задавали постоянным, равным $\Delta\xi = 10^{-3}$, а временной шаг выбирали в зависимости от максимальной скорости реакции:

$$\Delta\tau(\tau) = 0.00056 \left(\frac{\partial\eta(\tau, \xi)}{\partial\tau} \right)^{-0.625}. \quad (15)$$

В расчетах варьировали отношение теплопроводностей диэлектрической и реакционной сред b_{21} и безразмерную мощность электрического источника q . Исходное значение $q = 100$ соответствует джоулевой мощности $q_1 = 300$ Вт/см³, близкой к используемой в экспериментах по ЭТВ. Соотношения между теплофизическими характеристиками сред были следующими: $b_{31} = 20$, $\psi_{12} = 1$, $\psi_{13} = 1$.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО СЧЕТА

2.1 Влияние кондуктивного теплообмена на режим ЭТВ

На рис. 1 представлены профили безразмерной температуры и глубины превращения в образце для режима объемного воспламенения, полученного при $b_{21} = 10^{-6}$. При $\eta < 0.4$ распределение глубины превращения практически

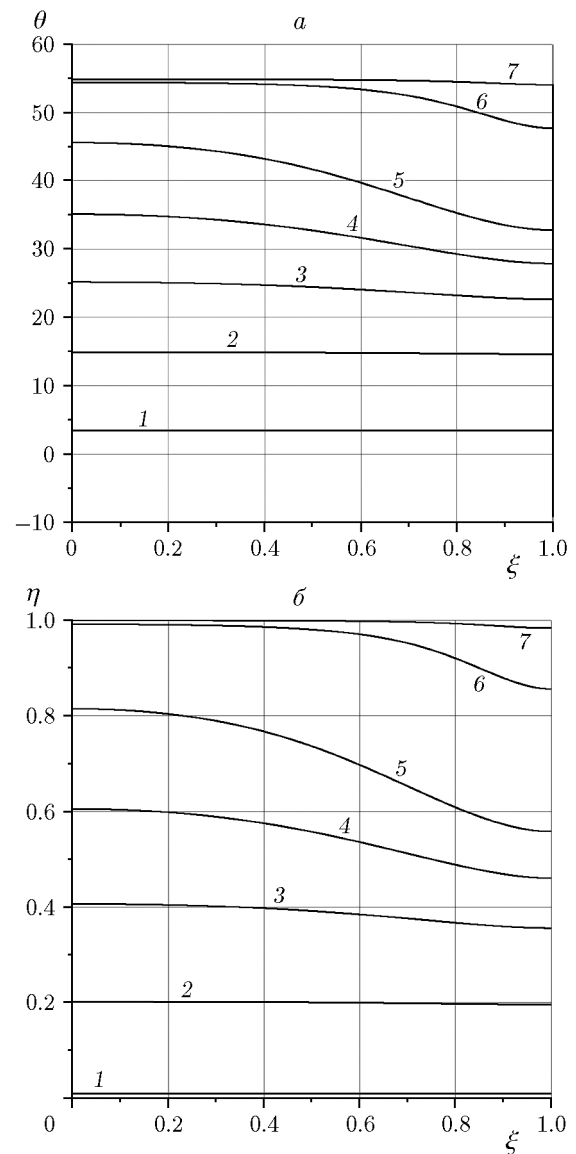


Рис. 1. Профили безразмерной температуры (а) и глубины превращения (б) при $q = 100$ и $b_{21} = 10^{-6}$ в моменты времени $\tau = 0.129479$ (1), 0.14815 (2), 0.148489 (3), 0.14854 (4), 0.148563 (5), 0.148598 (6), 0.148624 (7)

отсутствует (кривые 1–3). Заметное распределение возникает на больших глубинах превращения (кривые 4–6) в поверхностном слое образца ($\xi = 0$ — координата оси, $\xi = 1$ — координата поверхности). После завершения реакции во всех точках образца температура превышает адиабатическую температуру системы ($\theta_{ad} = 1/\gamma = 50$) за счет дополнительного электрического нагрева (кривые 7).

Отметим, что экспериментальное осуществление режима объемного воспламенения затруднено отсутствием материалов с соответствующими теплофизическими характеристиками. В [22] показано, что саморазогрев без заметного распределения температуры практически во всем объеме образца, за исключением узких граничных зон, можно получить при больших значениях параметра δ .

Для исследования режимов ЭТВ использовали критерий, разделяющий стадии воспламенения и распространения реакции. Он заключается в достижении глубины превращения $\eta = 0.99$ в любой точке образца. Подобный критерий использовался для разделения режимов воспламенения и потухания [23].

На рис. 2 представлены профили безразмерной температуры и глубины превращения, рассчитанные при различных значениях b_{21} в момент времени, когда в одной из точек образца выполняется условие

$$\eta(\tau, \xi) \geq 0.99. \quad (16)$$

В случае $q = 100$ реализуется надкритический режим, в котором воспламенение всегда происходит на оси образца. Увеличение b_{21} приводит к сужению области воспламенения, а температура на оси становится меньше адиабатической. Интегральная глубина превращения для представленных профилей равна: 1 — $\eta_{int} = 0.989$, 2 — 0.936, 3 — 0.815, 4 — 0.489, 5 — 0.257, 6 — 0.08, 7 — 0.026, 8 — 0.018 (см. рис. 2). Чем интенсивнее теплообмен с диэлектрической средой, тем меньше продукта реакции образуется в образце при воспламенении.

При $b_{21} > 1$ температура на границе сред приближается к начальной температуре, а разница между профилями уменьшается (см. рис. 2, кривые 7, 8). При $b_{21} \geq 10^4$ условия кондуктивного теплообмена становятся близкими к граничным условиям первого рода. В [24] показано, что все возможные случаи теплообмена охватываются при варьировании числа Bi.

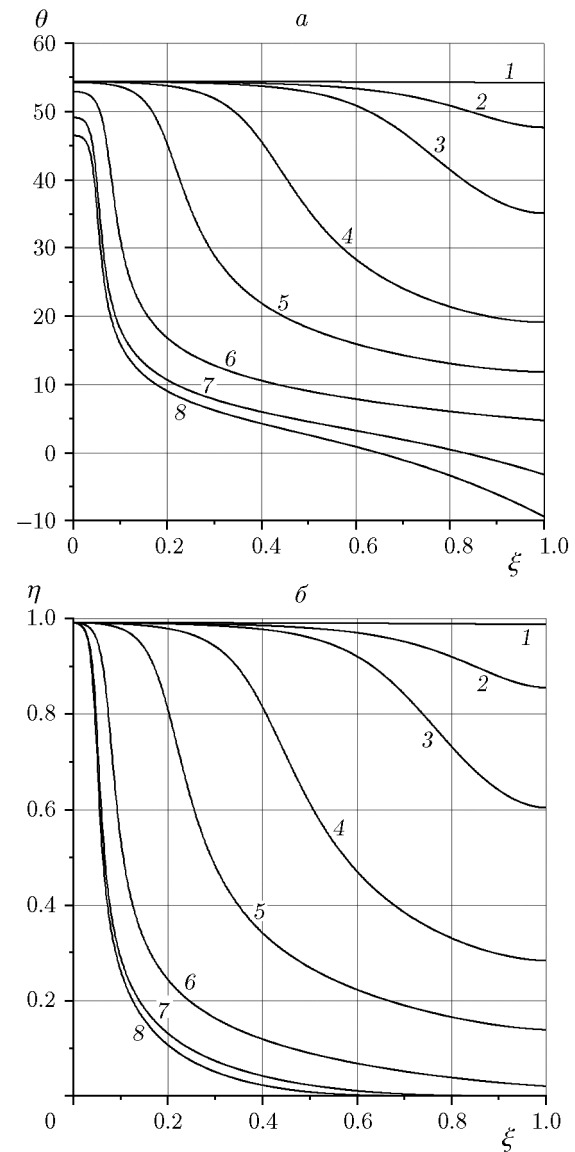


Рис. 2. Профили безразмерной температуры (а) и глубины превращения (б) в момент выполнения условия (16) при $q = 100$ и $b_{21} = 10^{-7}$ (1), 10^{-6} (2), $2 \cdot 10^{-6}$ (3), 10^{-5} (4), 10^{-4} (5), 10^{-2} (6), 1 (7), 10^4 (8)

На рис. 3 представлены профили безразмерной температуры и глубины превращения при $b_{21} = 1$. При воспламенении формируется зона реакции (кривые 1–6), которая распространяется от оси к поверхности образца с неравномерными распределениями температуры и глубины превращения (кривые 7–11). Аналогичный результат получен в [25], где показано, что после инициирования теплового взрыва реакция распространяется в нестационарном фронтальном режиме с зависящей от числа Bi скоростью.

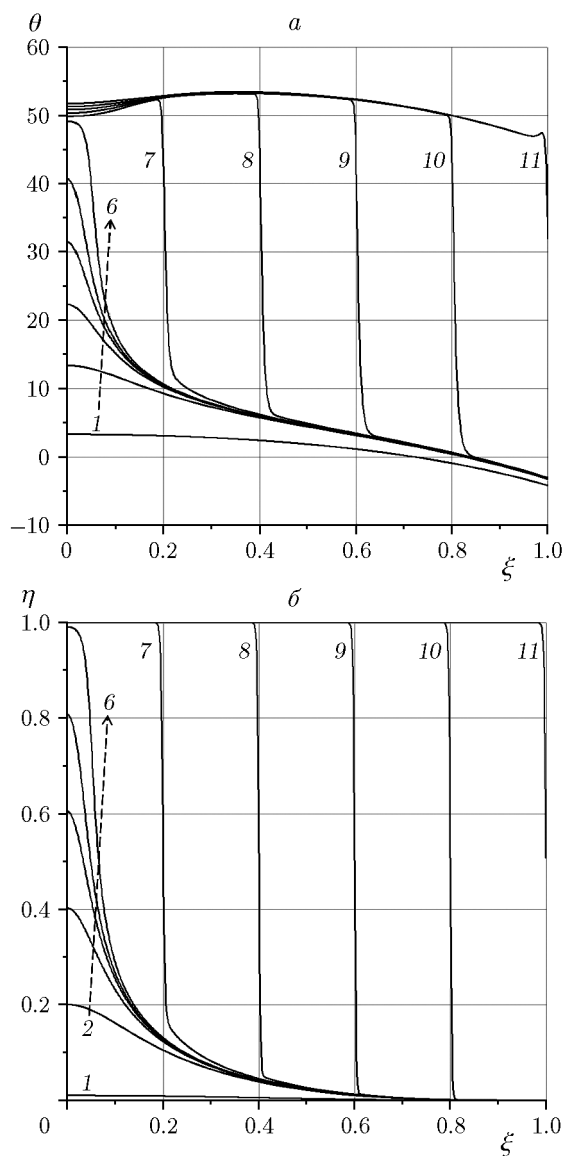


Рис. 3. Профили безразмерной температуры (а) и глубины превращения (б) при $q = 100$ и $b_{21} = 1$ в моменты времени $\tau = 0.135799$ (1), 0.159256 (2), 0.159845 (3), 0.159937 (4), 0.159974 (5), 0.160027 (6), 0.160642 (7), 0.161695 (8), 0.162837 (9), 0.164116 (10), 0.165648 (11)

На рис. 4 представлены зависимости безразмерной скорости распространения фронта реакции по образцу, рассчитанные при $\eta \approx 0.8$ и различных значениях b_{21} . С увеличением b_{21} скорость фронта u уменьшается. При этом зависимость скорости от радиальной координаты является немонотонной. Высокие значения $u \geq 10^3$ реализуются в области воспламенения ($0 < \xi < 0.2$), а низкие — в области распро-

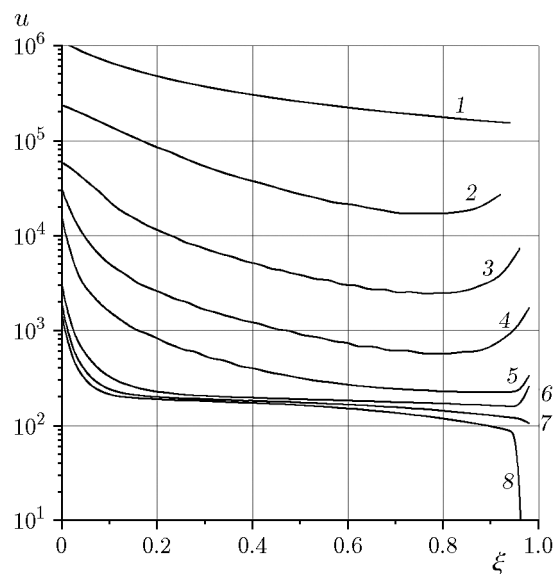


Рис. 4. Зависимость скорости распространения фронта реакции с глубиной превращения $\eta \approx 0.8$ при $q = 100$ и $b_{21} = 10^{-7}$ (1), 10^{-6} (2), 10^{-5} (3), 10^{-4} (4), 10^{-3} (5), 10^{-1} (6), 1 (7), 10 (8)

странения ($0.2 < \xi < 0.8$). Увеличение скорости в поверхностном слое образца ($0.8 < \xi < 1$) связано с эффектом избытка энтальпии [26]. При $b_{21} = 10$ (высокая теплопроводность диэлектрической среды) происходит замедление фронта реакции вплоть до полной остановки (кривая 8).

2.2. Влияние джоулевой мощности на режим ЭТВ

На рис. 5 представлены профили безразмерной температуры и глубины превращения, рассчитанные с учетом условия (16) при $b_{21} = 1$ и различных значениях q . С уменьшением электрической мощности температура на оси образца уменьшается. При $q = 10.568$ максимум температуры находится между осью и поверхностью образца, что указывает на смещение области воспламенения (кривая 8). При $q = 10.5$ формируется стационарное распределение температуры с максимумом на оси образца, которое соответствует подкритическому режиму и медленному протеканию реакции (кривая 9). Интегральная глубина превращения для представленных профилей равна: 1 — $\eta_{int} = 0.026$, 2 — 0.078, 3 — 0.136, 4 — 0.228, 5 — 0.292, 6 — 0.368, 7 — 0.562, 8 — 0.744, 9 — 0.625. Чем меньше электрическая мощность нагрева, тем больше продукта реакции образуется в образце при воспламенении.

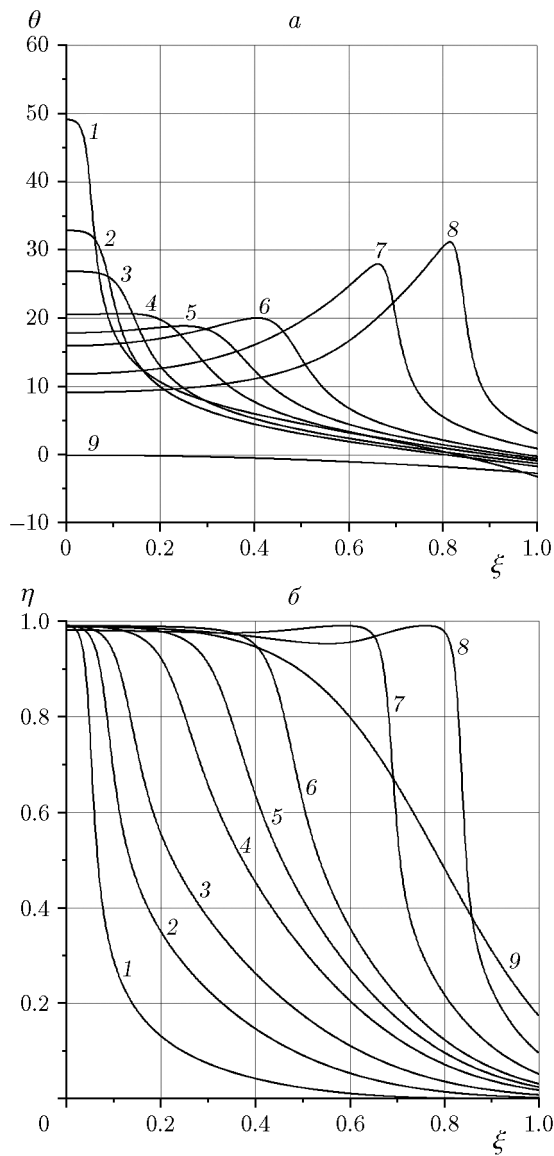


Рис. 5. Профили безразмерной температуры (а) и глубины превращения (б) в момент выполнения условия (16) при $b_{21} = 1$ и $q = 100$ (1), 15 (2), 12 (3), 11 (4), 10.8 (5), 10.7 (6), 10.6 (7), 10.568 (8), 10.5 (9)

На рис. 6 представлены профили безразмерной температуры и глубины превращения, рассчитанные при $b_{21} = 1$ и $q = 10.568$, т. е. в условиях, близких к подкритическим. На оси образца реакция протекает квазистационарно (кривые 1–5). Воспламенение происходит в точке с координатой $\xi = 0.755$, в которой глубина превращения возрастает от 0.5 до 0.99 раньше, чем в других частях образца (кривые 6–8). При этом на оси образца изменение глубины превращения составляет менее

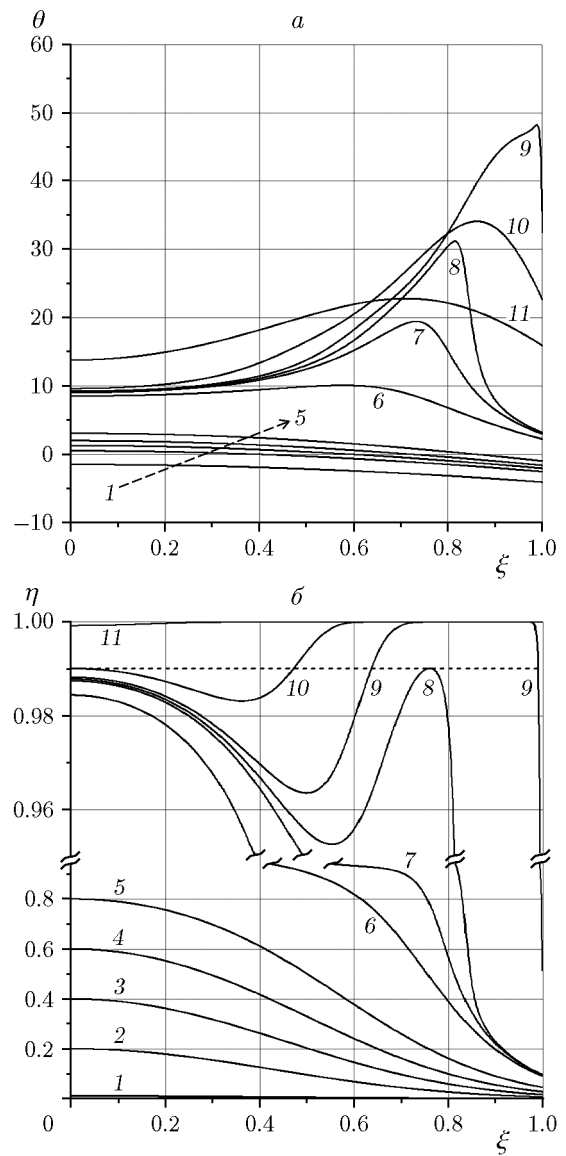


Рис. 6. Профили безразмерной температуры (а) и глубины превращения (б) при $b_{21} = 1$ и $q = 10.568$ в моменты времени $\tau = 4.13$ (1), 9.67783 (2), 12.1613 (3), 13.9994 (4), 15.5372 (5), 16.6042 (6), 16.6139 (7), 16.6151 (8), 16.6164 (9), 16.6223 (10), 16.6534 (11)

1 %. После воспламенения максимальная температура в зоне реакции возрастает при ее распространении к поверхности образца. Подобное распределение температуры формируется в режиме зажигания [27, 28]. В [29, 30] предложен механизм образования зоны химической реакции при нестационарном зажигании, когда по веществу распространяется волна неполного превращения со стационарным распределением температуры.

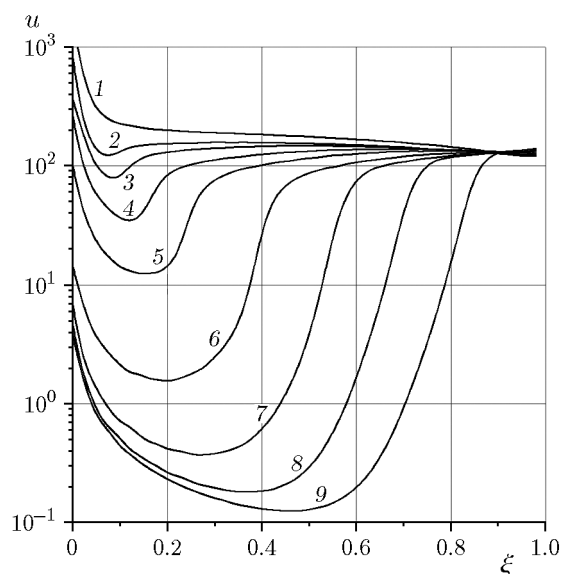


Рис. 7. Зависимость скорости распространения фронта реакции с глубиной превращения $\eta \approx 0.5$ при $b_{21} = 1$ и $q = 100$ (1), 30 (2), 20 (3), 14 (4), 12 (5), 11 (6), 10.7 (7), 10.6 (8), 10.568 (9)

На рис. 7 представлены зависимости безразмерной скорости распространения фронта реакции по образцу, рассчитанные при $\eta \approx 0.5$ и различных значениях q . При $q > 30$ скорость монотонно уменьшается (кривая 1), а при $q < 30$ проходит через минимум, который разделяет области квазистационарного протекания реакции и воспламенения. После воспламенения фронт реакции распространяется к поверхности образца с постоянной скоростью $u \approx 100$.

ВЫВОДЫ

1. Методом математического моделирования изучены режимы электротеплового взрыва безгазовой системы, окруженной диэлектрической средой. Рассмотрено влияние кондуктивного теплообмена и мощности джоулева нагрева на формирование безразмерных температурных и концентрационных профилей, интегральную глубину превращения и безразмерную скорость распространения фронта реакции.

2. Показано, что при отношении теплопроводностей диэлектрической и реакционной сред менее 10^{-6} реализуется объемное воспламенение. Увеличение отношения от 10^{-7} до 10^4 приводит к сужению области воспламенения на оси образца, уменьшению интегральной глуби-

ны превращения при воспламенении от 0.989 до 0.018 и скорости распространения фронта реакции от 10^3 до полной остановки у поверхности образца.

3. Показано, что при уменьшении безразмерной электрической мощности от 100 до 10.5 область воспламенения смещается от оси к поверхности образца, а интегральная глубина превращения при воспламенении увеличивается от 0.026 до 0.744. Причиной смещения области воспламенения является большая глубина превращения на оси образца, достигающая 0.98.

4. При безразмерной электрической мощности более 30 скорость распространения фронта реакции монотонно уменьшается, а при значении менее 30 сначала уменьшается до минимума, а затем увеличивается. Координата точки минимума разделяет области квазистационарного протекания реакции и воспламенения. Фронт реакции после воспламенения распространяется к поверхности образца с постоянной безразмерной скоростью ≈ 100 .

ЛИТЕРАТУРА

1. Мержанов А. Г. Процессы горения и синтез материалов. — Черноголовка: ИСМАН, 1998.
2. Мержанов А. Г. Процессы горения и взрыва в физикохимии и технологии неорганических материалов // Успехи химии. — 2003. — Т. 72, № 4. — С. 323–345. — EDN: HVEPVV.
3. Барзыкин В. В. Тепловой взрыв в технологии материалов // Техника машиностроения. — 2003. — № 1. — С. 44–51.
4. Мержанов А. Г., Озерковская Н. И., Шкадинский К. Г. Тепловой взрыв как технологический прием высокотемпературного синтеза в неорганических системах (теория) // Хим. физика. — 2004. — Т. 23, № 8. — С. 67–74. — EDN: OXOEOP.
5. Barzykin V. V. High-temperature synthesis in a thermal explosion regime // Int. J. Self-Propag. High-Temp. Synth. — 1993. — V. 2, N. 4. — P. 391–405.
6. Белоусов В. Я., Пилипченко А. В., Луцак Л. Д. Некоторые закономерности инициирования СВ-синтеза при прямом электронагреве // Порошковая металлургия. — 1988. — № 10. — С. 65–68.
7. Clark D. E., Ahmad I., Dalton R. C. Microwave ignition and combustion synthesis of composites // Mater. Sci. Eng. A. — 1991. — V. 144, N 1-2. — P. 91–97. — DOI: 10.1016/0921-5093(91)90213-7.
8. Kim H.-C., Shon I.-J., Yoon J.-K., Lee S.-K., Munir Z. A. One step synthesis and

- densification of ultra-fine WC by high-frequency induction combustion // *Int. J. Refract. Met. Hard Mater.* — 2006. — V. 24, N 3. — P. 202–209. — DOI: 10.1016/j.ijrmhm.2005.04.004.
9. **Munir Z. A., Anselmi-Tamburini U., Ohyanagi M.** The effect of electric field and pressure on the synthesis and consolidation of materials: A review of the spark plasma sintering method // *J. Mater. Sci.* — 2006. — V. 41, N 3. — P. 763–777. — DOI: 10.1007/s10853-006-6555-2.
 10. **Munir Z. A.** The effect of external electric fields on the nature and properties of materials synthesized by self-propagating combustion // *Mater. Sci. Eng. A.* — 2000. — V. 287, N 2. — P. 125–137. — DOI: 10.1016/S0921-5093(00)00765-6.
 11. **Olevsky E. A., Dudina D. V.** *Field-assisted Sintering: Science and Applications.* — Cham, Switzerland: Springer Int. Publ., 2018. — DOI: 10.1007/978-3-319-76032-2.
 12. **Shcherbakov V. A., Telepa V. T., Shcherbakov A. V.** Fused TiC by electrothermal explosion under pressure // *Int. J. Self-Propag. High-Temp. Synth.* — 2015. — V. 24, N 4. — P. 251–252. — DOI: 10.3103/S1061386215040111.
 13. **Shcherbakov A. V., Shcherbakov V. A.** TaC by electrothermal explosion under pressure // *Int. J. Self-Propag. High-Temp. Synth.* — 2020. — V. 29, N 2. — P. 122–123. — DOI: 10.3103/S1061386220020119.
 14. **Щербаков В. А., Грядунов А. Н., Алымов М. И.** Ультратугоплавкий композит Hf_4ZrC_5 , полученный электротепловым взрывом под давлением // *Докл. РАН. Химия, науки о материалах.* — 2021. — Т. 496, № 1. — С. 44–47. — DOI: 10.31857/S2686953521010088.
 15. **Shcherbakov V. A., Griadunov A. N., Telepa V. T., Shcherbakov A. V.** Electrothermal explosion under pressure: Ti-C blends in porous electroconducting envelope // *Int. J. Self-Propag. High-Temp. Synth.* — 2016. — V. 25, N 1. — P. 39–42. — DOI: 10.3103/S1061386216010118.
 16. **Щербаков А. В.** Макрокинетика электротеплового взрыва в системах Ti–C и Ta–C в условиях квазиизостатического сжатия: дис. ... канд. физ.-мат. наук / Ин-т структурной макрокинетики и проблем материаловедения им. А. Г. Мержанова. — Черноголовка, 2022.
 17. **Франк-Каменецкий Д. А.** Диффузия и теплотапередача в химической кинетике. — М.: Наука, 1987.
 18. **Bostandzhiyan S. A., Gordopolova I. S., Shcherbakov A. V., Shcherbakov V. A.** Electrothermal explosion in cylindrical Ti–C charges covered with the TiC shell: A mathematical model // *Int. J. Self-Propag. High-Temp. Synth.* — 2012. — V. 21, N 3. — P. 183–188. — DOI: 10.3103/S1061386212030077.
 19. **Bostandzhiyan S. A., Shcherbakov A. V., Shcherbakov V. A.** Mathematical modeling of electrothermal explosion in gasless systems placed in a hollow dielectric cylinder // *Int. J. Self-Propag. High-Temp. Synth.* — 2016. — V. 25, N 2. — P. 75–79. — DOI: 10.3103/S1061386216020035.
 20. **Рогачев А. С., Мукасян А. С.** *Горение для синтеза материалов: введение в структурную макрокинетику.* — М.: Физматлит, 2012.
 21. **Кузнецов Г. В., Шерemet М. А.** *Разностные методы решения задач теплопроводности: учебное пособие.* — Томск: Изд-во ТПУ, 2007.
 22. **Князик В. А., Штейнберг А. С.** Закономерности теплового взрыва в системе с дополнительным (нехимическим) источником тепловыделения // *Докл. АН.* — 1993. — Т. 328, № 5. — С. 580–584.
 23. **Князева А. Г., Чащина А. А.** Численное исследование задачи о тепловом воспламенении в толстостенном сосуде // *Физика горения и взрыва.* — 2004. — Т. 40, № 4. — С. 67–73. — EDN: HRPDQB.
 24. **Барзыкин В. В.** Тепловые режимы экзотермических реакций. — Черноголовка: ИСМАН, 2004.
 25. **Мержанов А. Г., Озерковская Н. И., Шкадинский К. Г.** Динамика теплового взрыва в послеиндукционный период // *Физика горения и взрыва.* — 1999. — Т. 35, № 6. — С. 65–70.
 26. **Мержанов А. Г., Хайкин Б. И.** *Теория волн горения в гомогенных средах.* — Черноголовка: ИСМАН, 1992.
 27. **Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М.** *Математическая теория горения и взрыва.* — М.: Наука, 1980.
 28. **Вилунов В. Н.** *Теория зажигания конденсированных веществ.* — Новосибирск: Наука, 1984.
 29. **Сеплярский Б. С.** *Нестационарная теория зажигания конденсированных веществ накаливаемой поверхностью* // *Докл. АН. СССР.* — 1988. — Т. 300, № 1. — С. 96–99.
 30. **Амосов А. П., Сеплярский Б. С.** *Тепловая теория воспламенения и горения: учебное пособие.* — Куйбышев: КПТИ, 1990.

Поступила в редакцию 15.11.2022.

После доработки 12.12.2022.

Принята к публикации 14.12.2022.