

**ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ  
ДИСЛОКАЦИОННОГО МЕХАНИЗМА  
ОБРАЗОВАНИЯ ЗАРОДЫШЕВЫХ ДЕФЕКТОВ  
ПРИ ПЛАСТИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ**

А. А. Мовчан

(Москва)

Феноменологический подход к проблеме описания процесса разрушения состоит во введении параметров повреждаемости и кинетических уравнений [1] или функционалов [2], задающих их изменение в процессе нагружения. К исследованию накопления повреждений при пластическом деформировании этот подход впервые применен в [3, 4]. Система феноменологического описания может не соответствовать микромеханике происходящих процессов, однако наличие физической интерпретации делает такое описание более достоверным. В настоящей работе предпринята попытка сопоставить феноменологическую модель накопления повреждений с известным дислокационным механизмом образования зародышевых дефектов.

Согласно [5], дислокации, движущиеся в процессе деформирования, наталкиваются на такие препятствия, как границы зерен, субзерен, ячеек, частицы второй фазы и т. д., и скапливаются там, образуя малые области с высокой плотностью одноименных дислокаций. Когда количество дислокаций в скоплении превосходит некоторое критическое значение, происходит их слияние; скопление исчезает, вместо него образуется зародышевый дефект. Следовательно, процесс участия дислокаций в образовании дефектов можно условно разделить на две стадии: накопление дислокаций у препятствий и слияние (исчезновение) дислокаций с образованием зародышевого дефекта.

Для предложенного в [6] механизма образования дефектов, связанного с преодолением линиями скольжения границ зерен, первый этап — это накопление на соответствующих границах разностного вектора Бюргерса, второй — образование зародышевого дефекта (с исчезновением разностного вектора Бюргерса). Для ротационного механизма образования зародышевых дефектов [7] с помощью одноосных частичных дисклинационных диполей, опирающихся на супердислокации, первый этап состоит в накоплении угла разворота диполя (или, что то же, вектора Бюргерса супердислокации); на втором этапе диполь и супердислокация исчезают, а на их месте образуется зародышевый дефект.

1. Множество дислокаций, проходящих через данную точку сплошной среды в единицу времени, может быть охарактеризовано тензором плотности дислокационного потока  $J_{ij}$  [8], причем  $du_{ij} = -J_{ij}dt$ , где  $t$  — время,  $u_{ij}$  — тензор пластической дисторсии. Величина пластической де-

формации  $p_{ij} = - \int_0^t (J_{ij} + J_{ji}) dt$  как интеграл от симметричной части тензора плотности дислокационного потока по времени, взятый в фиксированной точке сплошной среды, характеризует множество дислокаций, прошедших через рассматриваемый микрообъем за время  $t$ .

Пусть на пути дислокационного потока расположено препятствие. Тогда тензор  $p_{ij}$  будет некоторым образом характеризовать множество дислокаций, достигших препятствия за то же время. Пусть  $p_{ij}' = p_{ij}^1 + p_{ij}^2$ , где  $p_{ij}^1$  — часть потока  $p_{ij}$ , из которой образуются дислокационные скопления у препятствий,  $p_{ij}^2$  — часть, захватываемая субструктурой и идущая на увеличение плотности дислокаций в субграницах. В первом приближении предполагается, что субграницы захватывают фиксированную часть дислокационного потока. Тогда  $p_{ij}^1 = k_1 p_{ij}$  ( $0 < k_1 \leq 1$ ).

Дислокации не только накапливаются у препятствий, но и исчезают с них, расходуясь на зарождение дефектов. Пусть множество дислокаций, накопившихся у препятствий, характеризуется в среднем тензором  $\omega_{ij}$ , имеющим ту же структуру, что и  $p_{ij}$ .

Уравнение баланса дислокаций у препятствий может быть записано в виде

$$(1.1) \quad \dot{\omega}_{ij} = k_1 \dot{p}_{ij} - \dot{p}_{ij}^0.$$

Здесь член  $\dot{p}_{ij}^0$  характеризует скорость уменьшения количества дислокаций у препятствий за счет их участия в процессе образования дефектов. Формально определенный соотношением (1.1) тензор  $\dot{p}_{ij}^0$  задаст поток дислокаций, образующих дефекты, который должен повторять внешний поток, определяемый тензором  $k_1 \dot{p}_{ij}$ , но с некоторым запаздыванием, связанным с накоплением (задержкой) дислокаций у препятствий:

$$(1.2) \quad \dot{p}_{ij}^0 = J(\dot{p}_{ij}|_0^L),$$

где для функционала  $J$  должен выполняться принцип запаздывания [9]. Простейшее предположение для построения зависимости (1.2) состоит в том, что

$$(1.3) \quad \dot{p}_{ij}^0 = f(\omega_{ij}, \dot{p}_{ij})$$

(скорость убыли дислокаций из-за их участия в процессе образования дефектов однозначно определяется мгновенным состоянием дислокационных скоплений и внешним потоком). Из (1.1), (1.3) получается кинетическое уравнение для  $\omega_{ij}$ :

$$(1.4) \quad \dot{\omega}_{ij} = k_1 \dot{p}_{ij} - f(\omega_{ij}, \dot{p}_{ij}).$$

В частном случае, когда

$$(1.5) \quad f(\omega_{ij}, \dot{p}_{ij}) = k_2 \omega_{ij}$$

(исчезают дислокации именно такие, которые преобладают в скоплениях), уравнение для  $\omega_{ij}$  становится тензорпо-линейным.

Далее предполагается, что при определенных условиях (нормальные температуры, средние скорости деформаций) процесс накопления дислокаций на препятствиях так же, как и процесс пластического деформирования, мало чувствителен к масштабу времени. Если в качестве времени выбрать длину дуги пластического деформирования  $L = \int \sqrt{dp_{ij} dp_{ij}}$ , то, согласно (1.4), (1.5), (1.3),

$$(1.6) \quad d\omega_{ij} = k_1 dp_{ij} - k_2 \omega_{ij} dL, \quad dp_{ij}^0 = k_2 \omega_{ij} dL.$$

Приведенное в [10] соотношение между напряжениями и пластическими деформациями (случай  $e$ ) может быть выведено исходя из несколько более общего, чем (1.6), уравнения связи между тензором остаточных микронапряжений и пластических деформаций, которое использовалось для формулировки уравнений теории пластичности и ползучести в [11] и ряде других работ. Необходимо отметить, что, согласно критерию [3, 4], именно компоненты тензора остаточных микронапряжений определяют скорость роста поврежденности. В [12] соотношение (1.6) ( $k_1 = 1$ ) получено исходя из гипотезы о том, что материал с помощью тензора  $p_{ij}^0$  приспособляется к осуществляемому над ним пути деформирования так, чтобы наименьшим образом повредиться. В [13] для построения функционала (1.2) использовано предположение о том, что компоненты тензора  $p_{ij}^0$  представляют собой координаты центра масс предшествующей кривой деформирования. В случае переменной плотности  $\rho$ , приписываемой точкам пути деформирования, получается

$$(1.7) \quad p_{ij}^0 = \frac{\int_0^L \rho(L, l) p_{ij}(l) dl}{\int_0^L \rho(L, l) dl}.$$

Соотношение (1.7) сводится к (1.6), если  $\rho(L, l) = \rho_1(L)\rho_2(l)$  (например, для экспоненциальной плотности  $\rho(L, l) = e^{-k(L-l)}$ ), иначе (например,

для  $\rho(L, l) = (L - l)^{-m}$ ,  $0 < m < 1$ ) величины  $p_{ij}^0$  (1.7) не могут быть решениями (1.6).

Ясно, что в (1.6) должно быть  $k_2 \geq 0$  (мощность дислокационных скоплений не увеличивается, а уменьшается из-за участия дислокаций в процессе образования дефектов). Пусть  $k_2 = \text{const}$ . Для пропорционального в общем случае немонотонного изменения компонент

$$(1.8) \quad p_{ij} = p p_{ij}^*, \quad p_{ij}^* = \text{const}, \quad p_{ij}^* p_{ij}^* = 1, \quad \left| \frac{dp}{dL} \right| = 1$$

будет  $p_{ij}^0 = p^0 p_{ij}^*$ ,  $\omega_{ij} = \omega \omega_{ij}^*$ , где

$$\omega = k_1 \int_0^L e^{-k_2(L-\xi)} \text{sign} \frac{dp}{d\xi} d\xi.$$

Для монотонного деформирования из начального состояния

$$(1.9) \quad \omega = \frac{k_1}{k_2} (1 - e^{-k_2 L}).$$

Согласно (1.9), для малых  $L(k_2 L \ll 1)$   $\omega \approx k_1 L$ ,  $p^0 \approx \frac{k_1 k_2}{2} L^2 \ll \omega$ ,  $\frac{d\omega}{dL} \approx k_1$ ,  $dp^0/dL \approx k_1 k_2 L$ ,  $dp^0/dL \ll d\omega/dL$ . Физически это означает, что на ранних этапах пластического деформирования еще не успело образоваться большое количество дислокационных скоплений критического размера. Исчезновение дислокаций происходит с малой интенсивностью, почти все дислокации, достигшие препятствий, остаются в скоплениях. При дальнейшем увеличении  $L$  скорость роста  $\omega$  начинает отставать от скорости роста  $p$  на величину  $p^0$ , которая монотонно растет. При  $L \rightarrow \infty$   $\omega$  асимптотически стремится к  $k_1/k_2 = \text{const}$ . При этом, наоборот,  $\omega = k_1 e^{-k_2 L} \approx 0$ ,  $p^0 \approx k_1 p = k_1$ , что соответствует достижению динамического равновесия между дислокациями, достигающими препятствий, и дислокациями, исчезающими при образовании дефектов. При этом мощность и конфигурация дислокационных скоплений в процессе деформирования не меняются, а поврежденность растет.

Если из некоторой точки монотонного пути деформирования с  $L = L_1$  произвести реверс, то  $\omega$  начнет резко падать ( $d\omega/dL = -k_1 \times (2 - e^{-k_2 L_1}) e^{-k_2(L-L_1)}$ ). Тем самым описывается отход дислокаций от препятствий при изменении направления деформирования. При продолжении обратного деформирования величина  $\omega$  проходит через нуль, после чего  $|\omega|$  возрастает при  $\omega < 0$ , что отвечает накоплению у препятствий дислокаций противоположного знака (вновь зародившихся в объеме материала или отошедших от данной субграницы и достигших противоположной границы субзерна).

Можно показать [12], что при циклическом деформировании с размахом  $\Delta \ll 1/k_2$  после некоторого числа циклов в изменении  $\omega$  и  $p^0$  наступает стационарный режим, в процессе которого  $\omega$  с точностью до малых более высокого порядка, чем  $k_2 \Delta$ , меняется согласно симметричному циклу размаха  $k_1 \Delta$ . Тем самым описывается возвратно-поступательное движение дислокаций при циклическом нагружении [14]. Разумеется, речь идет не о том, что одни и те же дислокации циклически движутся в объеме субзерна в процессе усталостного нагружения. Часть дислокаций, достигших границ субзерна, принимают участие в образовании дефектов и исчезают. Их место занимают зародившиеся в объеме материала новые дислокации, так что опять наступает своеобразное динамическое равновесие, когда за каждый полуцикл зарождается столько же дислокаций, сколько расходуется за то же время на образование дефектов.

Зависимость (1.6) может быть усложнена, если в качестве  $k_2$  брать не постоянную величину, а функцию  $L$  и инвариантов  $\omega_{ij}$  и  $dp_{ij}/dL$ . Так,

если принять  $k_2 = k' \left( \frac{\omega_{ij} \dot{p}_{ij} / dL}{\omega_i} + 1 \right)$ , то после реверса  $d\omega/dL = -k_1$  и  $\omega$  линейно убывает с ростом  $L$  до тех пор, пока не будет  $\omega = 0$ . На этом отрезке  $p^0 = 0$ , сразу после реверса дислокации прекращают образовывать дефекты, поскольку они в своем обратном движении покидают скопления, которые тем самым перестают быть критическими, достигают ранее образовавшиеся скопления противоположного знака и аннигилируют, уменьшая  $\omega$ . Только после того как  $\omega$  перейдет через нуль (т. е. образуются скопления дислокаций противоположного знака), величина  $|p^0|$  начинает возрастать от нуля. Далее для простоты будет рассмотрен лишь случай  $k_2 = \text{const}$ .

2. Накопление дислокаций у препятствий играет весьма важную роль в процессе повреждения материала. Однако мгновенное состояние дислокационных скоплений не определяет поврежденного состояния в данный момент времени [5]. В соответствии с этим в рамках рассматриваемой модели наряду с процессом накопления дислокаций у препятствий существует еще один, также происходящий во времени этап процесса накопления повреждений — этап образования дефектов. Естественно предположить, что скорость образования дефектов, которая далее обозначается как  $\dot{\Omega}$ , зависит от потока  $\dot{p}_{ij}^0$ , отражающего убыль дислокаций у препятствий из-за их участия в процессе образования дефектов. Эксперименты показывают [5, 15, 16], что скорость роста повреждений зависит от вида напряженного состояния (в условиях ползучести при атмосферном и высоком давлении [5], при упругопластическом растяжении и сжатии [15], при экструзии и волочении [16] величины разуплотнения или плотности зародышевых дефектов для одинаковых значений  $L$  существенно различаются, в то время как дислокационные структуры могут быть сходны). Эти данные свидетельствуют о том, что параметры вида напряженного состояния должны входить в уравнения второго, а не первого этапов:

$$(2.1) \quad \dot{\Omega} = F(\dot{p}_{ij}^0, \mu_k).$$

Параллельно с зарождением дефектов может происходить их залечивание. Различают диффузионный механизм залечивания и механизм залечивания за счет вязкого течения [17]. Предполагается, что интенсивность диффузионного залечивания слабо зависит от конфигурации пути пластического деформирования, так что учесть это явление можно просто, изменяя параметры функции  $F(2.1)$ . К залечиванию ранее образовавшихся или существующих в материале дефектов может приводить его монотонное пластическое деформирование при определенных видах напряженного состояния, например при высоком гидростатическом давлении. Этот факт может быть учтен с помощью такой зависимости  $F$  от  $\mu_k$ , при которой для определенных областей значений  $\mu_k$   $F$  будет отрицательна независимо от значений  $\dot{p}_{ij}^0$ . В [15] обнаружено, что дефекты, образованные при растяжении, частично залечиваются при последующем сжатии. Согласно [16], при волочении или экструзии отожженных образцов в них появляются дефекты. В то же время дефекты, образованные в предварительном испытании на ползучесть, залечиваются при последующих экструзии или волочении. В [18] обнаружено залечивание микротрещин даже при растяжении, если его направление меняется на угол  $\pi/2$ . Значит, залечивание может интенсифицироваться при резком изменении направления деформирования (даже при одном и том же достаточно жестком напряженном состоянии). Действительно, дефект, образованный слиянием некоторого количества одноименных дислокаций, при достижении его дислокациями противоположного знака может «заплыть». Поэтому предполагается, что интенсивность залечивания — возрастающая функция угла  $\varphi$  между направлением потока  $p_{ij}$  и  $\omega_{ij}$ . В частности, примем

$$(2.2) \quad \dot{\Omega} = F(\dot{p}_{ij}^0, \mu_k) \chi(\mu_k, \cos \varphi),$$

где

$$(2.3) \quad \chi = 1 + z(\mu_k) \cos \varphi, \quad z(\mu_k) > 0.$$

Согласно (2.3), величина  $\chi$  максимальна при  $\varphi = 0$ , минимальна при  $\varphi = \pi$ . Отрицательные значения  $\chi$  (залечивание) возможны лишь при  $z(\mu_k) > 1$  для углов излома траектории деформирования  $> \pi/2$  (при изменении направления растяжения на угол  $\pi/2$  [18] угол излома траектории деформирования в пространстве деформаций равен  $2\pi/3$ ). Поэтому убывание поврежденности после резкого излома траектории деформирования возможно лишь до тех пор, пока угол между  $\omega_{ij}$  и  $p_{ij}$  не станет меньше  $\pi/2$  (что обязательно произойдет в силу выполнения принципа запаздывания, если последующий путь деформирования близок к монотонному). Этот эффект подтверждается микроскопическими наблюдениями [16], согласно которым при увеличении степени волочения или экструзии образцов с предварительно созданными дефектами разуплотнение сначала падает, потом, по прошествии некоторого пути деформирования, начинает возрастать. При экструзии дефектных образцов разуплотнение падает быстрее, чем при волочении. Поэтому величина  $z$  в (2.3) может зависеть от параметров вида напряженного состояния.

3. Пусть  $\Omega$  — скаляр (это допущение приемлемо, если рассматривается деформирование вида (1.8)). В этом случае функция  $F$  должна зависеть от инвариантов тензора  $\dot{p}_{ij}^0$ . Выбирая в качестве такого инварианта интенсивность тензора  $\dot{p}_i^0 = \sqrt{\dot{p}_{ij}^0 \dot{p}_{ij}^0}$ , а в качестве времени  $L$  (считается, что в рассматриваемых условиях процесс слияния дислокаций с образованием дефектов не зависит от масштаба времени), получим  $d\Omega = F_1(\dot{p}_i^0, \mu_k) \left[ dL + z(\mu_k) \frac{\omega_{ij} d p_{ij}}{\omega_i} \right]$ . Или в силу (1.6) при  $k_2 = \text{const}$

$$(3.1) \quad d\Omega = \psi(\omega_i, \mu_k) [\omega_i dL + z(\mu_k) \omega_{ij} d p_{ij}].$$

При  $z = 0$  (3.1) переходит в уравнение критерия [3, 4], которое обычно записывается в виде  $d\Omega/dL = \lambda P$ , где  $\lambda = \text{const}$ ,  $P$  — интенсивность остаточных микронапряжений (в (3.1) его роль играет тензор  $\omega_{ij}$ ). В случае отсутствия в (3.1) члена  $\omega_i dL$  эта зависимость переходит в соотношение из [19].

Уравнения (1.4), (3.1) описывают процесс образования зародышевых дефектов, который контролирует накопление повреждений [20]. Если переход от рассеянного накопления повреждений к образованию макротрещины происходит при некоторой критической плотности зародышевых дефектов, то момент образования макротрещины может соответствовать достижению мерой  $\Omega$  критического значения, которое зависит от напряженного состояния [3, 4]:

$$(3.2) \quad \Omega = \Omega^*(\mu_k).$$

Для исследования накопления повреждений при непропорциональном изменении  $p_{ij}$  представление поврежденности скаляром может оказаться недостаточным. Общая форма критерия разрушения, использующего тензорный параметр повреждаемости, предложена в [2]. В [4] поврежденное состояние при пластическом деформировании описывается симметричным тензором второго ранга  $\Omega_{ij}$ , подчиняющимся кинетическому уравнению  $d\Omega_{ij}/dL = F_{ij}$ , где  $F_{ij}$  — функция микронапряжений. Там же в качестве простейшего варианта рассмотрено кинетическое уравнение вида

$$(3.3) \quad \frac{d\Omega_{ij}}{dL} = A \frac{p_{ik} p_{kj}}{p_i}, \quad A = \text{const},$$

которое при  $A > 0$  обеспечивает монотонное накопление повреждений [4]. По аналогии с (3.3) функцию  $F$  в (2.2) можно выбрать в виде  $F(\dot{p}_{ij}^0, \mu_k) = F_1(\dot{p}_i^0, \mu_k) \dot{p}_{ik}^0 \dot{p}_{kj}^0$ . Заменяя время на длину дуги пластического деформирования и используя (1.6), при  $k_2 = \text{const}$  запишем

$$(3.4) \quad d\Omega_{ij} = \psi(\omega_i, \mu_k) \omega_i^{-2} \omega_{ik} \omega_{kj} [\omega_i dL + z(\mu_k) \omega_{mn} dp_{mn}]$$

(множитель  $\omega_i^{-2}$  выделен для удобства сравнения с (3.1)). Согласно [21], раскалывание ядра дислокации при образовании зародышевого дефекта происходит либо вдоль лишней плоскости, либо по плоскости скольжения. При этом  $\Omega_{ij}$ , определенную по (3.4), можно представить как  $\Omega_{ij} = \sum_{h=1}^2 \Omega n_i^{(h)} n_j^{(h)}$ , где  $n_i^{(h)}$  — компоненты единичных нормалей к плоскостям образовавшихся трещин. Простейший вариант предельного условия имеет вид

$$(3.5) \quad \sqrt{\Omega_{ij} \Omega_{ij}} = \Omega^*(\mu_k).$$

При деформировании (1.8) из (3.4)  $\Omega_{ij} = \Omega p_{ik}^* p_{kj}^*$ , где  $d\Omega = \psi(|\omega|, \mu_k)(|\omega| dL + z(\mu_k) \omega dp)$ ,  $|\Omega| = \Omega^*(\mu_k) (p_{ik}^* p_{kj}^* p_{im}^* p_{mj}^*)^{-1/2}$ . Согласно (3.1), величина  $\Omega$  удовлетворяет тому же уравнению с предельным условием (3.2), так что для пропорционального (в общем случае немонотонного) деформирования скалярный и тензорный варианты будут давать фактически одинаковые результаты, которые кратко перечислены ниже.

Для малоциклового усталости при жестком пропорциональном нагружении [22] в стационарном режиме изменения  $\omega_{ij}$  выполняется уравнение малоциклового усталости Коффина — Мэнсона  $\Delta = p_*/N^\alpha$ , если  $\psi(\omega_i, \mu_k) = \gamma(\mu_k) \omega_i^{n(|\mu_k|)} + \Phi(\omega_i, \mu_k) - \Phi(\omega_i, -\mu_k)$ . Здесь  $N$  — число циклов до разрушения;  $\Delta$  — размах пластической деформации в цикле;  $\Phi$  — произвольная функция, которая не может быть определена из испытаний на малоциклового усталости; считается, что значения параметров  $\mu_k$  для прямого и обратного деформирования отличаются знаками. Материальные функции  $\gamma(\mu_k)$  и  $n(|\mu_k|)$  связаны с легко определяемыми в эксперименте циклической вязкостью  $p_*$  и показателем кривой малоциклового усталости  $\alpha$  соотношениями

$$(3.6) \quad \alpha = \frac{1}{n(|\mu_k|) + 2}, \quad p_* = 2 \left\{ \frac{q \Omega^*(\pm \mu_k) [n + 2]}{2[\gamma(\mu_k) + \gamma(-\mu_k)] k_1^{n+2}} \right\}^{\frac{1}{n+2}}$$

где знак  $+$  или  $-$  в выражении  $\Omega^*(\pm \mu_k)$  выбирается в зависимости от того, при прямом или обратном деформировании происходит разрушение;  $q = 1$  для (3.1) и  $q = (p_{ik}^* p_{kj}^* p_{il}^* p_{lj}^*)^{-1/2}$  для (3.4), (3.5). Величина  $z(\mu_k)$  не входит в уравнение малоциклового усталости, поскольку результат интегрирования залечивающего члена  $z(\mu_k) \omega dp$  по замкнутому циклу в стационарном режиме изменения  $\omega_{ij}$  равен нулю.

Для небольших чисел циклов, особенно при асимметричном деформировании, наблюдается уменьшение долговечности по сравнению с даваемой уравнением Коффина — Мэнсона [22]. Этот экспериментальный факт качественно и количественно описывается в рамках рассматриваемой модели [12, 13]. Величина отклонения растет с уменьшением параметра  $k_2$  (1.5) так, что эксперимент по жесткому асимметричному деформированию позволяет определить этот параметр модели. Из уравнений модели вытекает, что предварительное монотонное деформирование снижает долговечность при последующем малоциклового нагружении с достаточно большими амплитудами пластической деформации. В отличие от теорий суммирования повреждений, в рамках которых влияние предварительного монотонного пути деформирования сводится к добавлению поврежденности от этого пути к общей поврежденности, в рамках рассматриваемой

емой модели, кроме того, скорость накопления повреждений на циклическом участке увеличивается из-за наличия участка монотонного деформирования. Интенсивность влияния одних частей пути деформирования на скорость накопления повреждений при деформировании по другим частям можно варьировать, изменяя параметры функционала (1.2) (с уменьшением  $k_2$  в (1.6) взаимное влияние усиливается).

Модель описывает экспериментальные данные по остаточной пластичности [3, 13], т. е. по монотонному деформированию до разрушения после предварительного циклического деформирования. Для значения параметра пластической деформации в момент разрушения  $p^* \ll 1/k_2$  выполняется степенное уравнение

$$(3.7) \quad p^* = \mu \left[ 1 - \frac{\Omega_0}{\Omega^* (\mu_k) q} \right]^\beta,$$

если

$$(3.8) \quad \psi(\omega_i, \mu_k) = \Theta(\mu_k) \omega_i^{m(\mu_k)},$$

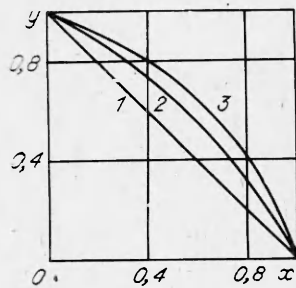
$$\beta = \frac{1}{m(\mu_k) + 2}, \quad \mu = \left( \frac{\Omega^* (\mu_k) q}{\beta \Theta(1+z) k_1^{m(\mu_k)+1}} \right)^{\frac{1}{m(\mu_k)+1}}.$$

Здесь  $\Omega_0$  — поврежденность, накопленная за время предварительного циклического деформирования. Если число предварительных циклов достаточно велико, так что  $\omega_{ij}$  в процессе циклического деформирования меняется в стационарном режиме, (3.7) принимает вид

$$(3.9) \quad p^* = \mu \left[ 1 - \frac{k}{N} \right]^\beta,$$

где  $k$  — число произведенных предварительных циклов;  $N$  — разрушающее число циклов той же амплитуды. Соотношение (3.9) подтверждается экспериментальными данными [23, 24]. Если одновременно потребовать выполнения степенных уравнений как для малоциклового усталости, так и для остаточной пластичности, то показатель  $m$  должен быть четной функцией:  $m = m(|\mu_k|)$ , причем, согласно (3.6), (3.8), показатели кривых малоциклового усталости и остаточной пластичности должны совпадать, что соответствует результатам [24].

Модель предсказывает следующие эффекты, касающиеся ресурса пластичности при немонотонном деформировании. Остаточная пластичность после одного пульсирующего цикла больше при деформировании в сторону произведенного цикла, чем в противоположную сторону [13]. Остаточная пластичность после одного симметричного цикла больше при деформировании в сторону последнего полуцикла. Наличие этих эффектов экспериментально подтверждено на образцах из латуни ЛС-59 и стали У-8 [12, 13]. За счет наличия в модели члена, описывающего залечивание, могут быть объяснены результаты экспериментов [25, 26], согласно которым образцы, почти доведенные до разрушения при кручении в одном направлении, могут быть закручены на достаточно большой угол в противоположном направлении без разрушения. Для случая непропорционального циклического деформирования в рамках скалярной модели [3] показано [27], что ресурс материала всегда исчерпывается быстрее, чем при пропорциональном циклическом изменении компонент  $p_{ij}$  с тем же диаметром траектории деформирования за цикл, что для конкретных траекторий деформирования экспериментально установлено в [28]. Можно доказать, что для тензорной модели (3.4) в случае, когда залечивание существенно, длина дуги деформирования до разрушения при непропорциональном изменении компонент будет больше, чем для соответствующей скалярной модели. Поэтому тензорная модель несколько уменьшает влияние непропорциональности на долговечность по сравнению со скалярной



моделью, что иллюстрируется на примере, приведенном ниже. Пусть производится  $n_1$  циклов жесткого деформирования (1.8) с направляющим девиатором  $p_{ij1}^*$ , затем  $n_2$  циклов с направляющим девиатором  $p_{ij2}^*$ . Считается, что величины  $n_1$  и  $n_2$  настолько велики, что изменение  $\sigma_{ij}$  на обоих участках пути деформирования можно считать стационарным. Используя тензорные модели (3.3) или (3.4), что в данном случае безразлично, получим закон суммирования повреждений

$$(3.10) \quad \left( \kappa \frac{n_1}{N_1} \right)^2 + \left( \frac{n_2}{N_2} \right)^2 + 2 \frac{n_1}{N_1} \frac{n_2}{N_2} \kappa \cos \beta = 1,$$

где  $N_1, N_2$  — разрушающие числа циклов для первой и второй амплитуд;  $\beta$  — угол между девиаторами  $p_{ih1}^* p_{ej1}^*$  и  $p_{ih2}^* p_{ej2}^*$ ,  $\kappa = \frac{\Omega_1^*}{\Omega_2^*}$  ( $\Omega_1^*, \Omega_2^*$  — предельные значения величины  $\sqrt{\Omega_{ij} \Omega_{ij}}$  для первого и второго видов напряженного состояния). Согласно скалярной модели (3.1), для любого  $\beta$

$$(3.11) \quad \kappa(n_1/N_1) + n_2/N_2 = 1.$$

Соотношение (3.11) получается из (3.10) при  $\beta = 0$ , т. е. для пропорционального изменения компонент  $p_{ij}$ . На рисунке в координатах  $x = n_2/N_2$ ,  $y = \kappa n_1/N_1$  приведен график (3.11) (линия 1) и (3.10) (2, 3 при  $\cos \beta = 1/2$  и  $1/3$ ).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Работнов Ю. Н. О разрушении вследствие ползучести. — ПМТФ, 1963, № 2.
2. Ильюшин А. А. Об одной теории длительной прочности. — Изв. АН СССР. МТТ, 1967, № 3.
3. Рыбакина О. Г. Феноменологическое описание разрушения металлов при некоторых видах асимметричного деформирования. — Изв. АН СССР. МТТ, 1969, № 6.
4. Новожилов В. В. О перспективах развития феноменологического подхода к проблеме разрушения твердых тел. — Каунас: Каунас. политехн. ин-т, 1971.
5. Бетехтин В. И., Владимиров В. И. и др. Пластическая деформация и разрушение кристаллических тел. 2. Деформация и развитие микротрещин. — Пробл. прочности, 1979, № 8.
6. Рыбин В. В., Лихачев В. А., Верегазов А. Н. Пересечение границ зерен полосами скольжения как механизм вязкого зернограничного разрушения. — ФММ, 1973, т. 36, вып. 5.
7. Рыбин В. В., Зисман А. А., Жуковский И. М. Образование микротрещин при разрывной пластической деформации. — Пробл. прочности, 1982, № 12.
8. Косевич А. М. Дислокации в теории упругости. — Киев: Наук. думка, 1978.
9. Ильюшин А. А. Пластичность (основы общей математической теории). — М.: Изд-во АН СССР, 1963.
10. Кадашевич Ю. И. О различных вариантах тензорно-линейных соотношений в теории пластичности. Исследования по упругости и пластичности. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1967, № 6.
11. Кадашевич Ю. И., Новожилов В. В. Теория ползучести микронеоднородных сред. — В кн.: Исследования по упругости и пластичности. Л., 1978, № 12.
12. Мовчан А. А. О скалярных и тензорных свойствах повреждаемости при пластическом деформировании. — М.: МАИ, 1984. Деп. в ВИНИТИ, № 729-84.
13. Мовчан А. А. О влиянии истории деформирования на скорость накопления повреждений при немономном упругопластическом нагружении. — ПМТФ, 1984, № 5.
14. Горицкий В. М., Терентьев В. Ф. Структура и усталостное разрушение металлов. — М.: Металлургия, 1980.
15. Livesey D. W., Ridley N. Cavitation and cavity sintering during compressive deformation of a superplastic microduplex. — Metal Sci., 1982, v. 16, N 12.
16. Вереснев Б. И., Булычев Д. К. и др. Залечивание пор и трещин в меди при экстразии жидкостью высокого давления. — ФММ, 1964, т. 18, вып. 5.
17. Гегузин Я. Б. Микроскопические дефекты в металлах. — М.: Металлургия, 1962.
18. Пинес Б. Я. Долговечность металлических пластинок под нагрузкой в условиях циклического изменения направления растяжения. — ФММ, 1968, т. 25, вып. 1.



19. Коротких Ю. Г. Кинетические уравнения процесса накопления повреждений материала при неизоотермическом вязкоупругопластическом деформировании.— В сб.: Прикладные проблемы прочности и пластичности. Статика и динамика деформируемых систем. Горький, 1982.
20. Бетехтин В. И., Савельев В. Н., Петров А. И. Кинетика накопления микроскопических разрывов сплошности в процессе испытаний алюминия на долговечность и ползучесть.— ФММ, 1974, т. 38, вып. 4.
21. Инденбом В. Л., Орлов А. Н. Долговечность материала под нагрузкой и накопление повреждений.— ФММ, 1977, т. 43, вып. 3.
22. Прочность при малоцикловом нагружении. Основы методов расчета и испытаний/Под ред. С. В. Серенсена.— М.: Наука, 1975.
23. Martin D. E. An energy criterion for low-cycle fatigue.— Trans. ASME. Ser. D. J. Basic Engng, 1961, v. 83, N 4. Рус. пер. Тр. Амер. о-ва инж.-механиков. Техническая механика, 1963, № 4.
24. Coffin L. F., Schenectady N. Y. A study of the effects on cyclic thermal stresses on a ductile metal.— Trans. ASME, 1954, v. 76, N 6.
25. Фридман Я. Б., Зилова Т. К., Демина Н. И. Изучение пластической деформации методом накатанных сеток.— М.: Оборонгиз, 1962.
26. Дель Г. Д. Пластичность при немонотонном деформировании.— Воронеж: Воронеж. политехн. ин-т, 1982. Деп. в ВИНТИ, № 1813—82.
27. Мовчан А. А. О малоцикловой усталости при симметричном непропорциональном деформировании.— Изв. АН СССР. МТТ, 1983, № 3.
28. Kanasava K., Miller K. J., Brown M. W. Low-cycle fatigue under out-of-phase loading conditions.— Trans. ASME. Ser. D. J. Basic Engng, 1977, v. 99, N 3. Рус. пер. Тр. Амер. о-ва инж.-механиков. Теор. основы инж. расчетов, 1977, № 3.

*Поступила 13/IX 1985 г.*

УДК 539.4.019

## ОЦЕНКА ПРЕДЕЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ РАЗРУШЕНИИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ТРУБ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИНТЕНСИВНЫХ НАГРУЗОК

*С. В. Сериков*

(Челябинск)

Известно значительное количество публикаций, посвященных исследованию динамики расширения до разрушения металлических труб (см., например, [1—5]).

Ниже рассматривается вопрос о выявлении физической закономерности немонотонного характера изменения предельной величины деформации металла цилиндрической оболочки в диапазоне скоростей деформаций  $10^3$ — $10^5$  1/с. Наиболее близки по идее к развиваемому здесь энергетическому подходу относительно задачи разрушения результаты [6—9]. В частности, обосновывается общность закона существования «пика пластичности» для реальных металлов в процессе неустановившейся деформации вплоть до разрушения.

**1. Постановка задачи.** Металлический полый цилиндр под действием переменного во времени внутреннего давления осесимметрично расширяется вплоть до разрушения при заданных начальных данных. На внешней границе оболочки давление отсутствует. Неустановившаяся изэнтропическая деформация материала цилиндра осуществляется в схеме изотропной непрерывной без завихренности вязкопластической среды.

Компоненты тензора напряжений  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_z$ , радиальная составляющая вектора скорости  $v$ , плотность среды  $\rho$  в кольце при условии плоской деформации определяются из известной системы равенств, включающей уравнение движения непрерывной среды вне поля массовых сил, уравнение неразрывности, соотношения вязкопластической среды [10, 11]. При формулировке математической модели в точной постановке необходимо к названному добавить уравнение состояния и законы сохранения массы, импульса, энергии до и после фронта ударной волны (см., например, [12]). В одномерной постановке эксперимента уравнение состояния для металлов удовлетворительно аппроксимируется равенством

$$(1.1) \quad Q(\rho) = A[(\rho/\rho_0)^n - 1],$$

где  $A$ ,  $n > 0$  — постоянные, определяемые опытным путем;  $\rho_0$  — начальная плотность материала.