11. Hennenberg M., Sanfeld A., Bisch P. M. Adsorption-desorption barrier, diffusional exchanges and surface instabilities of longitudinal waves for aperiodic regimes.— AIChE J., 1981, v. 27, N 6.
12. Непомнящий А. А., Симановский И. Б. О возникновении конвекции в двухслойной системе.— В кн.: Гидродинамическая и конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. Свердловск, 1984.

Поступила 9/VII 1985 г.

УДК 532.529.6

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ ПУЗЫРЬКОВОЙ КАВИТАЦИИ В РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

В. К. Кедринский, В. В. Ковалев, С. И. Плаксин

(*Новосибирск*)

Современные представления о механизме развития пузырькового кавитационного кластера — облака мельчайших парогазовых пузырьков — в акустическом поле (например, в фокальной области концентратора) основываются на факте неустойчивости формы пузырьков при их взрывоподобном расширении и интенсивном схлопывании. Считается, что неустойчивость приводит к дроблению пузырьков и, следовательно, к лавинообразному размножению центров кавитации [1]. На основании анализа высокоскоростных кинограмм процесса в [1], в частности, утверждается, что количество пузырьков в зоне видимой кавитации может на много порядков превышать число исходных зародышей, определенное, например, по методу [2]. Эксперименты указывают, что этот эффект динамический: в течение первых периодов после приложения звукового поля число пузырьков соответствует ожидаемому по состоянию жидкости числу зародышей, затем оно увеличивается и выходит на стационарный режим, определяемый характеристиками поля и жидкости [1].

Однако в рамках указанного подхода трудно объяснить факт равномерного распределения в пространстве «осколков» развалившегося из-за неустойчивости пузырька [1]. С другой стороны, например, в экспериментах по подводному взрыву также регистрируется неустойчивость формы полости с продуктами детонации, напоминающей в момент сжатия гроздь пузырьков. Но это образование не распадается затем на отдельные элементы и тем более не распределяется равномерно в ближней зоне [3]. Можно отметить и другой эффект: вблизи свободной поверхности при отражении ударной волны зона интенсивной пузырьковой кавитации возникает несмотря на то, что она вызвана только одним импульсом разрежения [4], а «ультразвуковая накачка» зоны зародышами (по механизму неустойчивости) отсутствует. К явлению того же порядка относится и резкое видимое изменение плотности числа пузырьков в зоне вблизи поверхности гидроакустического преобразователя при его приближении к твердой стенке [5, 6]. Максимальные размеры видимых кавитационных полостей в этом случае существенно меньше, чем для удаленного преобразователя [5].

Очевидно, в каждом из названных экспериментов фиксируется состояние жидкости в момент выхода кавитационных зародышей на видимый размер, соответствующий его разрешению с определенной степенью точности. Эксперименты с ультразвуковой кавитацией показывают, что кавитационный кластер пульсирует, периодически исчезая из поля зрения [6]: пузырьки захлопываются до размеров, меньших разрешения используемой аппаратуры. Таким образом, оказывается, что и возникновение, и динамика кавитационной зоны связаны со временем «жизни» пузырька видимого размера.

В настоящей работе исследуются условия и время выхода пузырьков на видимый размер для широкого теоретически возможного их спектра по начальному размеру.

В рамках определений [7, 8] на примере динамики одиночной полости проведен теоретический анализ процесса возбуждения кавитации под действием отрицательного импульса постоянной амплитуды. Предложено считать кавитацию развитой, если пузырьки вышли на размер $\sim 10^{-2}$ см, который принимается за видимый. Показано, что наличие газа в пузырьках определяющим образом влияет на пороговые значения падения давления, вызывающие их неограниченный рост.

Постановка и качественный анализ задачи. Динамика сферического пузырька в безграничной идеальной несжимаемой жидкости, как известно, описывается уравнением

$$a\ddot{a} + \frac{3}{2}\dot{a}^2 = \frac{1}{\rho}\left[\left(p_0 + \frac{2\sigma}{a_0}\right)\left(\frac{a_0}{a}\right)^{3\gamma} - \frac{2\sigma}{a} - p_\infty\right], \tag{1}$$

где ρ — плотность жидкости; a — радиус пузырька; индексом 0 отмечены начальные значения радиуса и гидростатическое давление; σ — коэффициент поверхностного натяжения; γ — показатель политропы газа; p_∞ —

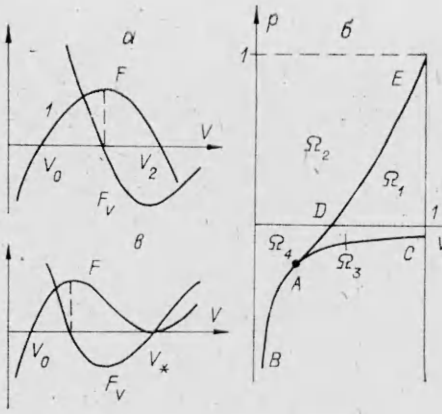

Рис. 1

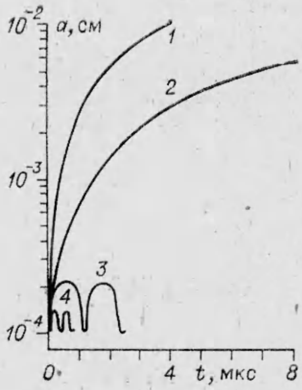

Рис. 2

давление на бесконечности. Предполагается, что в момент $t = 0$ $a(0) = a_0$, $\dot{a}(0) = 0$ и p_∞ мгновенно падает на величину Δp, т. е. $p_\infty = p_0 - \Delta p$. Требуется определить спектр начальных размеров пузырьков, которые при заданном p_∞ могут выйти на видимый размер, и времена их выхода.

Удобно ввести безразмерные переменные и параметры следующим образом: $R = a/a_V$, $R_0 = a_0/a_V$, $V = R^3$, $V_0 = R_0^3$, $t' = tc_0/a_V$, $p = p_\infty/p_0$, $\mathrm{We} = 2\sigma/p_0 a_V$, $\eta = p_0/\rho_0 c_0^2$, где a_V — видимый размер пузырька; c_0 — невозмущенная скорость звука в жидкости. Уравнение (1) переписывается в виде

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \eta\left[(1 + \mathrm{We}/R_0)(R_0/R)^{3\gamma} - p - \mathrm{We}/R\right]. \tag{2}$$

Несложно получить первый интеграл уравнения (2) относительно объема пузырька V:

$$V^{-1/3}\dot{V}^2 = 6\eta F(V;\, V_0,\, p). \tag{3}$$

Здесь, если $\gamma \neq 1$,

$$F = \frac{1 + \mathrm{We}\, V_0^{-1/3}}{\gamma - 1} V_0^\gamma \left(V_0^{1-\gamma} - V^{1-\gamma}\right) - p(V - V_0) - \frac{3}{2}\mathrm{We}\left(V^{2/3} - V_0^{2/3}\right),$$

если $\gamma = 1$,

$$F = \left(1 + \mathrm{We}\, V_0^{-1/3}\right) V_0 \ln(V/V_0) - p(V - V_0) - \frac{3}{2}\mathrm{We}\left(V^{2/3} - V_0^{2/3}\right).$$

Правая часть уравнения (3) описывает семейство кривых, зависящих от параметров V_0, p. Очевидно, что решение его может существовать лишь для участков кривых, где $F \geqslant 0$. Для качественного анализа возможных решений полезно выписать производную

$$F_V = \left(1 + \mathrm{We}\, V_0^{-1/3}\right)(V_0/V)^\gamma - \mathrm{We}\, V^{-1/3} - p.$$

Функции F и F_V обладают свойствами:

$$F(0;\, V_0,\, p) = -\infty,\ F(V_0;\, V_0,\, p) = 0,\ F_V(0;\, V_0,\, p) = \infty,$$
$$F_V(V_0;\, V_0,\, p) = 1 - p,\ F_V(\infty;\, V_0,\, p) = -p.$$

Разобьем интервал значений p на две области: $0 \leqslant p < 1$ и $p < 0$. При $p \geqslant 0$ (вид функции F показан кривой *1* на рис. 1, *а*) объем пузырька осциллирует между значениями V_0 и V_2. Если $V_2 = 1$, то из условия $F(1;\, V_0,\, p) = 0$ (кривая DE, рис. 1, *б*) вытекает выражение

$$p = \frac{1 + \mathrm{We}\, V_0^{-1/3}}{\gamma - 1} V_0^\gamma \frac{V_0^{1-\gamma} - 1}{1 - V_0} - \frac{3}{2}\mathrm{We}\frac{1 - V_0^{2/3}}{1 - V_0} = f(\mathrm{We},\, V_0),$$

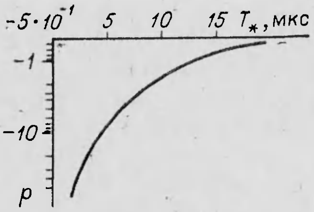

Рис. 3

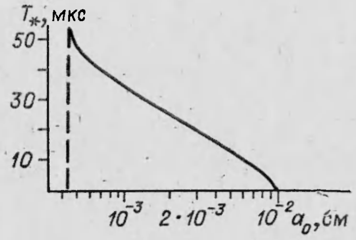

Рис. 4

которое в режиме пульсации определяет порог выхода пузырьков на видимый размер, т. е. при $p \leqslant f(\mathrm{We}, V_0)$ (область Ω_1, рис. 1, *б*) все пузырьки выходят на видимый размер, при $p > f(\mathrm{We}, V_0)$ (область Ω_2) — нет. Пусть $p < 0$. В [8] доказано существование пороговых величин давления, при которых происходит неограниченный рост пузырька и получена так называемая кривая неограниченного роста. Последняя задается в параметрическом виде

$$F(V_*; V_0, p) = 0, \quad F_V(V_*; V_0, p) = 0 \tag{4}$$

с параметром V_* (рис. 1, *в*) и схематично показана кривой BAC на рис. 1, *б*. Эта кривая определяет порог, превышение которого приводит к неограниченному росту пузырька. Значение $V = V_*$ соответствует максимальному размеру, к которому пузырек асимптотически стремится за бесконечное время. В плоскости V_0, p кривая (4) отделяет область периодических пульсаций пузырька (Ω_3, Ω_4) от области, в которой он неограниченно растет и, следовательно, с точки зрения рассматриваемой модели обязательно выходит на видимый размер. При этом в области Ω_3 пузырьки пульсируют, достигая видимого размера. Можно показать, что $F(1; V_0, p) = 0$ касается кривой неограниченного роста BAC в точке A, для которой $V_* = 1$. Таким образом, BAE — граница области выхода пузырьков на видимый размер для всех возможных значений p.

Результаты расчета. Динамика микропузырька рассчитывалась по уравнению (2). Время роста пузырька до видимого размера определялось интегралом

$$t = \int_{V_0}^{1} \frac{V^{-1/6}dV}{\sqrt{6\eta F}}.$$

На рис. 2 в размерном виде на примере зародыша с начальным радиусом $a_0 = 10^{-4}$ см показаны типичные особенности его поведения для различных значений отрицательных амплитуд растягивающих напряжений ($p = -10$; -1; $-0{,}5$; $-0{,}1$ — линии *1—4*), взятых относительно $p_0 = 10^5$ Па. Видно, что по мере роста растягивающих напряжений наблюдается переход от невидимых пульсаций (линии *3*, *4*) к неограниченному расширению с выходом на видимый размер $a_V = 10^{-2}$ см (линии *1*, *2*). На рис. 3 приведена зависимость времени T_* выхода на видимый размер от значений амплитуд растягивающих напряжений ($a_0 = 10^{-4}$ см). Эти данные позволяют отметить довольно резкий градиент функции в узкой зоне значений p, близких к границе асимптотического роста пузырька. Так, при $p = -0{,}55$ $T_* = 18{,}8$ мкс, при $p = -0{,}5$ (рис. 2, кривая *3*) зародыш пульсирует с $a_{\max} \approx 2a_0$, а при $p \approx -0{,}516$ радиус его асимптотически стремится к значению $a \approx 3a_0$, т. е. существенно не достигает видимого размера.

Расчет времени выхода T_* кавитационного зародыша на видимый размер a_V позволил обнаружить два принципиальных момента: при малых отрицательных значениях амплитуд растягивающих напряжений T_* существенно зависит от a_0, при больших — зародыши практически всего диапазона начальных размеров выходят на видимый размер одновременно.

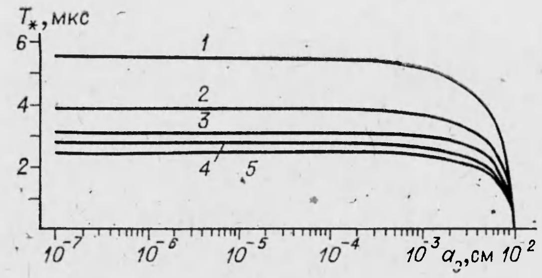

Рис. 5

Действительно, при $p = -0{,}1$ (рис. 4) зародыши с начальным размером $a_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ см достигают видимого размера за 12,5 мкс, а с $a_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ см — за 47,5 мкс. Штриховая линия ограничивает начальный размер зародыша, который при данном значении p еще может выйти на видимый размер. Видно, что эта линия — асимптота функции $T_*(a_0)$: при $a_0 \approx 4{,}3 \cdot 10^{-4}$ см $T_* \to \infty$.

На рис. 5 представлены зависимости $T_*(a_0)$ для относительно сильной разгрузки: кривые *1—5* соответствуют $p = -5$, -10, -15, -20, -25. Сравнивая данные рис. 2, 3 и 5, можно заключить, что разгрузка с постоянной амплитудой $p = -5$ в качестве оценки «сверху» может рассматриваться как пороговая, при которой практически весь спектр начальных размеров кавитационных зародышей выходит на видимый размер $a_V = 10^{-2}$ см одновременно. В реальной ситуации зона кавитации будет трансформировать поле прикладываемых напряжений.

Оба указанных момента имеют прямое отношение к видимому эффекту цепной реакции «размножения» центров кавитации, механизм которого определяется не столько неустойчивостью формы пульсирующих кавитационных пузырьков и их дроблением, сколько возможностью и задержкой выхода на видимый размер мелких пузырьков из спектрального состава по ядрам кавитации. Естественно, определение «видимого» размера условно, так как в каждом конкретном случае это должна быть величина, уверенно разрешаемая в рамках используемой методики эксперимента.

Приведенные рассуждения и выводы в определенной степени относятся и к ультразвуковой кавитации. В качестве примера рассмотрим данные [9] по исследованию динамики одиночного пузырька в поле ультразвуковой волны, которая задавалась в виде $p_\infty = p_0 + Ap_0 \cos \omega t$, где $A > 0$ и процесс начинается с фазы сжатия (четверть периода). При $A = 1{,}5$ (соответствует $p = -0{,}5$ в максимуме отрицательной фазы) и $\omega \approx 116$ кГц время выхода зародышей при изменении их размера от $8{,}6 \cdot 10^{-3}$ до $8{,}6 \cdot 10^{-4}$ см меняется в интервале $T_* \approx 20$—42 мкс. Выход происходит практически в течение 1-й фазы разгрузки (период волны 54 мкс). При увеличении A даже при одновременном росте частоты поля ω наблюдается тенденция к одновременному выходу достаточно широкого спектра ядер кавитации на видимый размер. Так, для $A = 5$ и $\omega = 450$ кГц при изменении значений a_0 в 30 раз ($a_0 = 7 \cdot 10^{-3} - 2{,}2 \cdot 10^{-4}$ см) время выхода на видимый размер меняется лишь в интервале 7,4—12,3 мкс.

В силу некоторой неопределенности значений a_V целесообразно проследить особенности выхода пузырька на заданный интервал видимого размера. Интересный эффект в этом случае наблюдается при $A = 5$ и $\omega = 10^6$ Гц для интервала $a_V = 5 \cdot 10^{-3}$—10^{-2} см.

В таблице представлены диапазоны времени выхода $\tau_* = \omega T_*$ для различных интервалов относительных видимых значений радиусов пузырьков $R_V = a_V/a_0$. Звездочкой отмечен случай $R = R_{max}$. Для крупных начальных размеров кавитационных зародышей τ_* резко растет (на порядок) при изменении значений a_V в видимой полосе от 50 до 100 мкм. При уменьшении a_0 интервал для τ_* сужается с увеличением нижней и уменьшением верхней границ. На основании этого можно ожидать стаби-

a_0, см	R_V	τ_*
$3{,}16 \cdot 10^{-3}$	1,58—3,16	3,25—31
10^{-3}	5—10	5—18
$3{,}16 \cdot 10^{-4}$	15,8—31,6	9—13
10^{-4}	50—61,6 *	10,8—12,43

лизацию времени выхода на видимый размер примерно на двух периодах пузырьков 1 мкм и менее. Следует отметить явную зависимость времени выхода от начального размера: при $R_0 = 31{,}6$ мкм пузырьки выходят на нижнюю границу видимого размера примерно через 1/2 периода, а при $R_0 = 1$ мкм — в конце 2-го периода.

Проведенный анализ показал, что в поле постоянных растягивающих напряжений имеют место три характерных типа динамики пузырька: осцилляции, монотонный рост до асимптотического значения за бесконечное время и неограниченный рост. В результате расчета построена кривая выхода, определяющая пороговые величины давления, вызывающие рост пузырьков до видимого размера. Оказалось, что при малых амплитудах прикладываемой разгрузки наблюдается существенная зависимость от a_0 времени выхода пузырька на видимый размер. Интервал значений a_0, допускающий такой выход, конечен. При больших амплитудах наблюдается практически одновременный выход на видимый размер пузырьков всего спектра начальных размеров. Аналогичные эффекты характерны и для пузырьков в высокочастотном ультразвуковом поле.

Таким образом, при плотности неоднородностей в реальной жидкости, на которых может развиться кавитационный кластер и которые имеют порядок 10^5—10^6 см$^{-3}$, формирование во времени его видимой структуры определяется характером и параметрами фаз разрежения волнового поля и проявляется или в «мгновенном» выходе на максимальную по плотности пузырьков концентрацию (как в случае отражения интенсивной ударной волны от свободной поверхности), или в постепенном насыщении кластера пузырьками за счет последовательного выхода в зону видимости все более мелких зародышей.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Сиротюк М. Г.** Экспериментальные исследования ультразвуковой кавитации.— В кн.: Физика и техника мощного ультразвука. Физические основы ультразвуковой технологии. М.: Наука, 1968, ч. V.
2. **Гаврилов Л. Р.** Содержание свободного газа в жидкостях и методы его измерения.— В кн.: Физика и техника мощного ультразвука. Физические основы ультразвуковой технологии. М.: Наука, 1970, ч. IV.
3. **Коул Р.** Подводные взрывы.— М.: ИЛ, 1950.
4. **Кедринский В. К.** Динамика зоны кавитации при подводном взрыве вблизи свободной поверхности.— ПМТФ, 1975, № 5.
5. **Kedrinskii V. K.** Development of bubble cavitation and wave structure in real liquid.— In: Proc. 11 th Int. Congress on Acoustics. Paris, 1983.
6. **Hansson I., Kedrinskii V. K., Morch K. A.** On the dynamics of cavity clusters.— J. Phys. D: Appl. Phys., 1982, v. 15.
7. **Се Дин-Ю.** Рост пузырька в вязкой жидкости, вызванный кратковременным импульсом.— Теор. основы инж. расчетов, 1970, № 4.
8. **Перссон Б.** О границах пороговой величины падения давления, вызывающего рост пузырей.— Теор. основы инж. расчетов, 1973, № 1.
9. **Воротникова М. И., Солоухин Р. И.** Расчет пульсаций газовых пузырьков в несжимаемой жидкости под действием периодически изменяющегося давления.— Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1963.

Поступила 29/VIII 1985 г.