

УДК 532.685+539.3

**РЕКОНСТРУКЦИЯ ОБЪЕМНЫХ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ
В УГЛЕПОРОДНОМ МАССИВЕ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ
ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ПО ТОМОГРАФИЧЕСКИМ ДАННЫМ**

Л. А. Назарова, Л. А. Назаров, М. И. Протасов

*Институт проблем комплексного освоения недр РАН, E-mail: lanazarova@ngs.ru,
Крюковский тупик, 4, 111020, г. Москва, Россия*

Теоретически обоснован мультидисциплинарный подход, позволяющий по комплексу геомеханической и геофизической информации определить напряженно-деформированное состояние углепородного массива в окрестности угольного пласта при комбайновой отработке. Подход основан на последовательном решении в рамках геомеханической модели двух обратных задач: томографии пласта и оценки горизонтальных составляющих внешнего поля напряжений. Численные эксперименты показали разрешимость обратных задач при подходящей системе наблюдений, обеспечивающей достаточную сейсмоосвещенность пласта в области больших пространственных градиентов скорости упругих волн и наличия регулярной составляющей в диапазоне частот порядка сотен герц в зондирующем сигнале, генерируемом выемочным комбайном и/или оборудованием для механизации очистных работ.

Углепородный массив, объемная геомеханическая модель, поле напряжений, томография, обратная задача, целевая функция, метод конечных элементов

Геомеханическое обоснование технологий отработки месторождений полезных ископаемых, прогноз устойчивости подземных объектов и их конструктивных элементов, мониторинг состояния породного массива — вот далеко не полный перечень проблем, при решении которых необходима оценка поля напряжений и его эволюции при развитии горных работ.

Практически все шахты и рудники оборудованы системами микросейсмического мониторинга [1–3], функционирующими, как правило, в пассивном режиме — регистрируются сигналы акустической эмиссии, по которым определяются местоположение источника и его энергия. Полученная таким образом информация интерпретируется с использованием критерия прочности и концепции кластеризации очагов сейсмособытий [4, 5]. Основы многих зарубежных систем обработки шахтной микросейсмической информации [6, 7] заимствованы из “большой сейсмологии” [8]. Необходимо отметить принципиально иной подход [9–11], основанный на выявлении центров выделения сейсмозергии и их миграции как наиболее вероятных очагов ожидаемых динамических событий. Интересны публикации [12–15], в которых для геомеханических объектов различного типа исследованы пространственно-временные связи между параметрами микросейсмических сигналов (стохастическая информация) и напряженно-деформированного состояния (детерминированная информация), эволюцию которого можно прогнозировать, построив геомеханическую модель объекта.

В последнее время интенсивно развиваются томографические методы оценки состояния и локализации структурных особенностей разрабатываемых пластов рудных и угольных месторождений [16–18]. Интерпретация данных томографии сводится к выявлению зон повышенных и пониженных скоростей упругих волн, первые из которых ассоциируются с зонами концентрации напряжений, вторые — с нарушениями сплошности, а также с местами скопления газа и/или флюидов. Между тем томографические данные содержат гораздо больше информации о параметрах геомеханических полей в породном массиве.

В настоящей статье теоретически обосновывается метод реконструкции напряженно-деформированного состояния углепородного массива, основанный на решении обратной задачи по данным сейсмического просвечивания угольного пласта.

ОПИСАНИЕ ПОДХОДА И ДАННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С УГОЛЬНЫМИ ОБРАЗЦАМИ

Геофизические методы контроля изменения напряженного состояния массива [19–21] базируются на известном свойстве горных пород: скорости упругих волн V_m ($m = p, s$) увеличиваются с ростом нагрузки на образец. В подавляющем большинстве лабораторных исследований определяются зависимости V_m от среднего напряжения σ [22–24], что, по-видимому, обусловлено направленностью таких экспериментов на обеспечение ГИС при нефтеразведке. Очевидно, что ни оценки приращений локальных напряжений с использованием экспериментальных зависимостей $V_m(\sigma)$, ни выявление аномальных значений V_m с помощью томографии не позволяют восстановить поле напряжений во всем массиве без построения геомеханической модели последнего.

Одним из важных этапов верификации этой модели является определение горизонтальных составляющих природного поля напряжений, что можно осуществить посредством решения обратной граничной задачи по данным томографии некоторого участка исследуемого массива, привлекая эмпирические соотношения $V_p(\sigma)$. Именно такой подход, идея которого предложена в [25], применен здесь для геомеханического объекта следующего масштабного уровня — углепородного массива.

Публикаций, посвященных экспериментальному определению зависимостей V_m от напряжений в породах-коллекторах и рудах значительно больше, чем в углях. Так, в [26–28] приведены результаты испытаний на образцах угля различного генезиса при одноосном и всестороннем сжатии. Данные [28] использованы для построения эмпирических зависимостей $V_m(\sigma)$, в качестве аппроксимирующей выбрана функция вида

$$V_m(\sigma) = b_m - (a_m - b_m) \exp(-\gamma_m \sigma / \sigma_0). \quad (1)$$

В таблице приведены найденные методом наименьших квадратов при $\sigma_0 = 5$ МПа значения коэффициентов a_m , b_m , γ_m , а также относительной ошибки δ .

Коэффициенты аппроксимирующей функции (1) и относительная ошибка δ

m	a_m , м/с	b_m , м/с	γ_m	δ , %
p	871	1557	1.289	4.1
s	460	830	1.383	4.7

На рис. 1 показаны функции $V_m(\sigma)$, кружками помечены экспериментальные данные. Отметим, что в диапазоне $0 \leq \sigma \leq 25$ МПа, характерном для напряжений в краевых частях угольных пластов, обрабатываемых на глубинах свыше 500 м, скорость продольных волн изменяется в полтора раза.

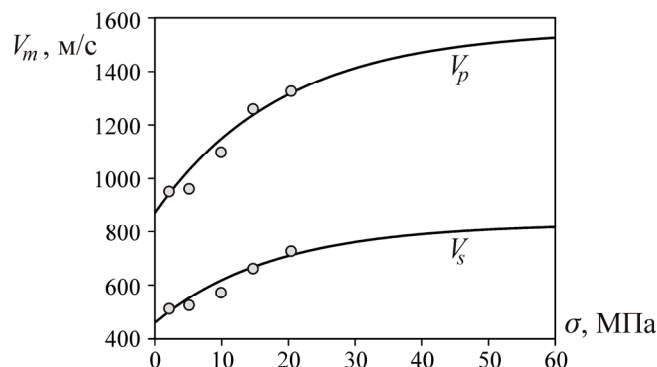


Рис. 1. Зависимости скоростей упругих волн в угле от среднего напряжения, построенные с использованием данных лабораторных экспериментов [28]

ГЕОМЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБЪЕКТА

Рассмотрим типичную конфигурацию выработанного пространства, возникающую при разработке угольных месторождений с субгоризонтальным залеганием пластов (рис. 2). Шахтное поле подготовлено к конвейерной выемке запасов, нарезаны панели размерами $2X \times Y \times Z$ по соответствующим осям декартовой системы координат (x, y, z) . Верхняя граница расчетной области D (параллелепипед $L_x \times L_y \times L_z$) расположена на глубине H от дневной поверхности, угольный пласт — в средней части D .

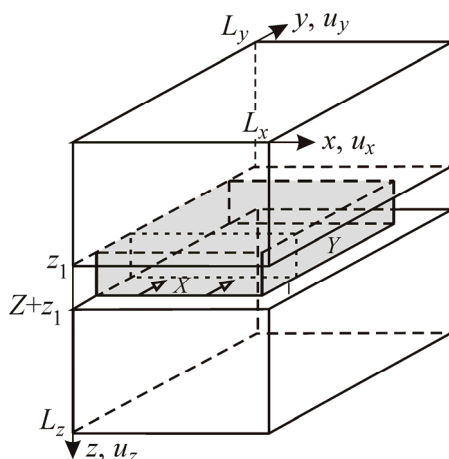


Рис. 2. Структура расчетной области

Минимальная σ_h и максимальная σ_H горизонтальные компоненты природного поля напряжений характеризуются коэффициентами бокового отпора q_x и q_y , причем ориентация σ_H совпадает с направлением y отработки пласта, что обеспечивает максимальную устойчивость кровли отработанного пространства [29].

В области D выполнены уравнения равновесия

$$\sigma_{ij,j} + \rho g \delta_{iz} = 0, \tag{2}$$

закон Гука

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \tag{3}$$

и соотношения Коши для малых деформаций

$$\varepsilon_{ij} = 0.5(u_{i,j} + u_{j,i}), \tag{4}$$

где σ_{ij} и ε_{ij} — компоненты тензоров напряжений и деформаций ($i, j = x, y, z$); $\varepsilon = \varepsilon_{ij}\delta_{ij}$; u_i — смещения; λ, μ — параметры Ламе; ρ — плотность; g — ускорение свободного падения; δ_{ij} — дельта Кронекера; по повторяющимся индексам производится суммирование.

На ∂D сформулируем следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} \sigma_{xz}(x, y, 0) = \sigma_{yz}(x, y, 0) = 0, \quad \sigma_{zz}(x, y, 0) = \sigma_V(H); \\ \sigma_{xz}(x, y, L_z) = \sigma_{yz}(x, y, L_z) = 0, \quad u_z(x, y, L_z) = 0; \\ u_x(0, y, z) = 0, \quad \sigma_{xy}(0, y, z) = \sigma_{xz}(0, y, z) = 0; \\ \sigma_{xx}(L_x, y, z) = q_x \sigma_V(H + z), \quad \sigma_{xy}(L_x, y, z) = \sigma_{xz}(L_x, y, z) = 0; \\ \sigma_{yy}(x, 0, z) = q_y \sigma_V(H + z), \quad \sigma_{xy}(x, 0, z) = \sigma_{yz}(x, 0, z) = 0; \\ \sigma_{yy}(x, L_y, z) = q_y \sigma_V(H + z), \quad \sigma_{xy}(x, L_y, z) = \sigma_{yz}(x, L_y, z) = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\sigma_V(z) = \rho g z$ — литостатическое давление. Из (5) следует, что $x = 0$ — плоскость симметрии (см. рис. 2).

Система (2)–(5) реализована методом конечных элементов с использованием оригинального кода [30,31], при этом область D разбивалась на $84 \times 204 \times 53$ гексаэдров. Деформационные свойства и плотность пород при квазистатическом изменении поля напряжений, вызванном развитием горных работ, считались неизменными: вмещающие породы — $\lambda = 30$ ГПа, $\mu = 30$ ГПа, $\rho = 2300$ кг/м³; угольный пласт — $\lambda = 14$ ГПа, $\mu = 14$ ГПа, $\rho = 1500$ кг/м³.

Моделирование выемки пласта проводилось методом дополнительных напряжений [32]: к вершинам элементов, соответствующих отработанному участку, прикладывались действующие в них силы с противоположным знаком, а сами элементы удалялись.

Расчеты выполнялись при следующих значениях геометрических параметров модели: $L_x = 84$ м, $L_y = 204$ м, $L_z = 50$ м, $X = 80$ м, $Y = 200$ м, $Z = 3$ м, $H = 500$ м, $z_1 = 25$ м (см. рис. 2).

В качестве примера на рис. 3 показаны изолинии вертикальных напряжений σ_{zz} в сечении $x = 20$ м при $q_x = 0.4$, $q_y = 0.6$ и $l = 40$ м (l — протяженность отработанного участка, рис. 2): вследствие малой мощности пласта изменение в нем напряжений в вертикальном направлении весьма незначительно, включая зону опорного давления.

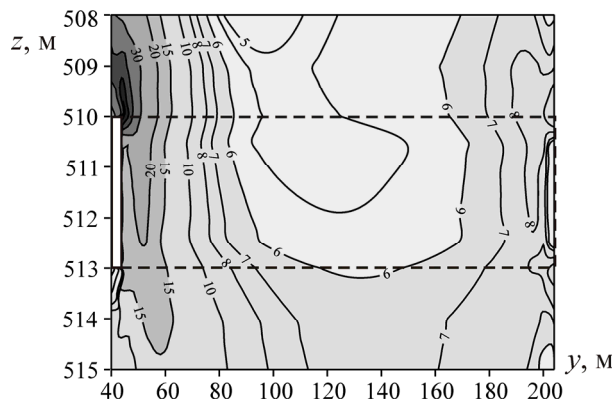


Рис. 3. Распределение напряжений σ_{zz} в вертикальном сечении $x = 20$ м при $q_x = 0.4$, $q_y = 0.6$ и протяженности отработанного участка пласта $l = 40$ м

На рис. 4 в срединном сечении пласта $z = z_2$ ($z_2 = z_1 + 0.5Z$) для $l = 20, 40$ м и тех же значений коэффициентов бокового отпора изображены линии уровня V_p , рассчитанные по (1) и соответствующему распределению среднего напряжения $\sigma = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})/3$. Они демонстрируют эволюцию акустических свойств пласта с развитием горных работ: зона повышенных скоростей упругих волн движется вместе с забоем (местоположение показано стрелкой), причем по мере выемки запасов пространственный градиент V_p возрастает.

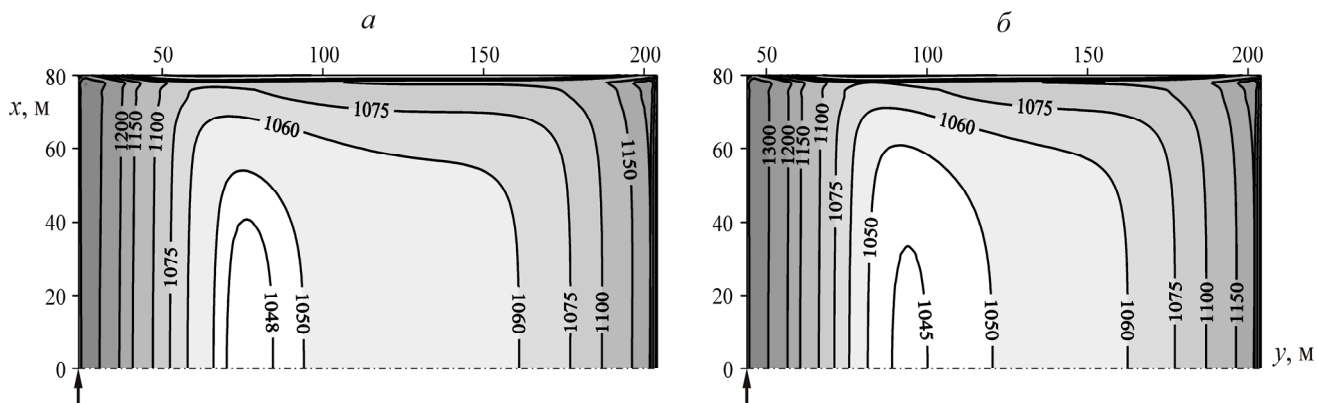


Рис. 4. Изолинии скорости продольных волн V_p в горизонтальном сечении пласта $z = z_2$ при $q_x = 0.4$, $q_y = 0.6$: а — $l = 20$ м; б — $l = 40$ м

ТОМОГРАФИЯ УГОЛЬНОГО ПЛАСТА ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ОЧИСТНЫХ РАБОТ

Томографические исследования пластов с использованием активных источников — давно сложившаяся практика на угольных месторождениях [32–36]. Можно ли в качестве зондирующих использовать сигналы, возникающие в массиве при проведении горных работ, в частности излучаемые технологическим оборудованием?

На рис. 5а приведен типичный сигнал, зарегистрированный при работе очистного комбайна (шаг дискретизации 25 мкс, по оси ординат — условные единицы), а на рис. 5б — его спектральная характеристика. Видно, что основная энергия излучается на низких (до 40 Гц) частотах (разрушение угля), однако в среднечастотном диапазоне (порядка сотен герц) можно выделить регулярную составляющую, вызванную, по-видимому, работой электродвигателей комбайна. Как оказалось, именно такой диапазон необходим для выявления особенностей пространственного распределения скоростей упругих волн в пласте при выбранных параметрах модели.

В отличие от случая полных данных (источники и приемники заполняют замкнутую кривую, окружающую исследуемую область [37]), рассмотренные ниже системы наблюдений соответствуют случаю неполных данных. Для них решение обратной задачи существует только при специальной геометрии расположения источников и приемников [38]. Для произвольной неполной системы наблюдений задача томографии сводится к решению системы алгебраических уравнений, возникающей при аппроксимации исходных интегральных операторов типа

$$t_L = \int_L \frac{dL}{V_p(L)},$$

где t_L — время пробега сигнала от источника до приемника вдоль луча L . Такие задачи являются условно-корректными [39], поэтому для решения необходимо привлекать процедуры регуляризации. Применительно к рассматриваемому типу задач, наиболее подходящей, по-

видимому, является сглаживание численного решения на промежуточных итерациях посредством его проектирования на построенный специальным образом базис [40]. Именно такой подход реализован здесь для нахождения пространственного распределения скорости продольных волн в пласте. При этом в качестве референтной скоростной модели пласта выбиралось постоянное значение V_p , рассчитанное по (1) при $\sigma = \sigma_V(z_2)(1 + q_x + q_y)/3$ и $q_x = q_y = 0.33$.

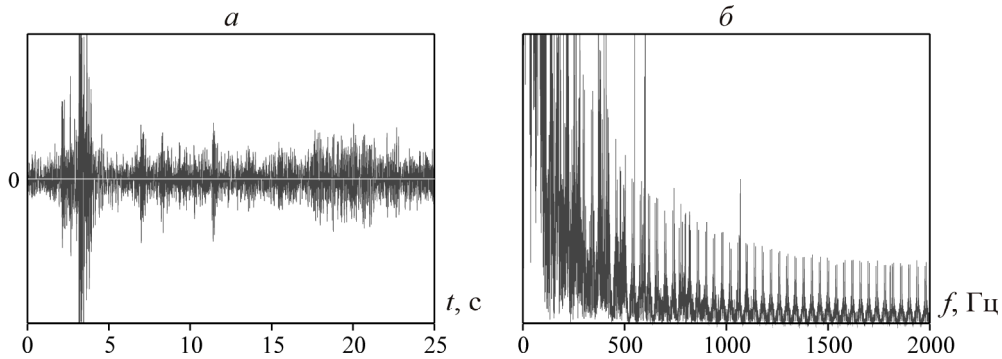


Рис. 5. Типичный сигнал, возникающий в пласте при работе очистного комбайна (а) и его спектральная характеристика (б)

Для тестирования алгоритма томографии с использованием построенной геомеханической модели и (1) рассчитано распределение $V_p^*(x, y)$ в плоскости $z = z_2$ при $q_x = q_y = 0.5$ и $l=0$ (рис. 6а). Источники излучения располагались на забое (линия AB , рис. 6б) с шагом 2 м. Рассмотрены три схемы наблюдения, когда приемники установлены также на расстоянии 2 м друг от друга вдоль границ: CD , BC и AD ; BC , AD и CD . Численные эксперименты показали, что третья система наблюдений — лучшая, первая — худшая.

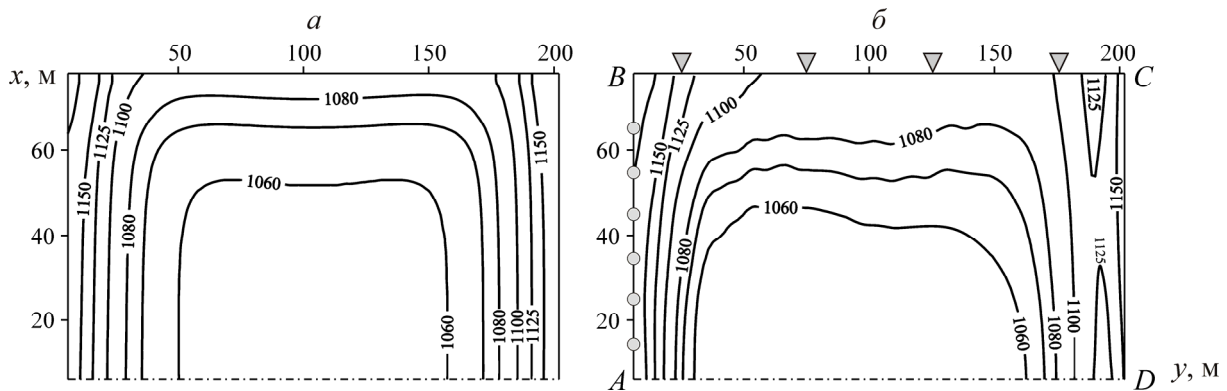


Рис. 6. Распределение скоростей продольных волн в среднем сечении угольного пласта при $q_x = q_y = 0.5$ и $l = 0$ (а); результат томографии при второй системе наблюдений (б)

Регламент горных работ на шахтах ОАО “Воркутауголь” предусматривает установку сейсмоприемников в шпурах, пробуренных из штреков, параллельных направлению движения забоя (обозначено стрелками на рис. 2), что соответствует второй системе наблюдений. На рис. 6б показан результат томографии — восстановленное поле скоростей. Можно видеть, что в ближней к забою части пласта распределение V_p весьма близко к оригиналу V_p^* (рис. 6а). В окрестности дальней, наименее освещенной границы CD , расхождение достаточно заметно. Тем не менее относительная среднеквадратичная ошибка

$$r = \frac{\left[\iint_S (V_p(x, y) - V_p^*(x, y))^2 dx dy \right]^{0.5}}{\iint_S V_p^*(x, y) dx dy} \sqrt{S},$$

где S — область $ABCD$ (рис. 6), не превышает 3 %.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ БОКОВОГО ОТПОРА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ТОМОГРАФИИ ПЛАСТА

При геомеханическом моделировании напряженно-деформированное состояние породного массива определяется физическими свойствами среды, структурой, внешним полем напряжений. Свойства пород устанавливаются при разведке и подготовке месторождения к эксплуатации. Структура объекта, изменяющаяся с развитием горных работ, известна на каждом этапе отработки и является детерминированным фактором.

Внешнее поле напряжений зависит от масштаба исследуемого объекта и может меняться со временем. Это отмечается как для крупномасштабных геологических объектов, например тектонических плит (глобальные геодинамические процессы), так и маломасштабных объектов — участков месторождений (технологические процессы выемки запасов). В последнем случае использование прямых методов измерения напряжений не всегда оправданно в силу их “точечного” характера и малой оперативности. Оценим возможность использования косвенных данных (томография пласта) для определения главных компонентов внешнего поля напряжений по построенной геомеханической модели.

Пусть проведено томографическое исследование пласта и найдено поле скоростей $V_p^*(x, y)$. Предполагая, что значения аппроксимационных коэффициентов в (1) известны из лабораторных экспериментов, рассчитаем среднее напряжение

$$\sigma^*(x, y) = \frac{\sigma_0}{\gamma_p} \ln \frac{b_p - a_p}{b_p - V_p^*(x, y)}. \quad (6)$$

Введем целевую функцию

$$\Psi(q_x, q_y) = \frac{\left[\iint_R (\sigma(x, y, q_x, q_y) - \sigma^*(x, y))^2 dx dy \right]^{0.5}}{\iint_R \sigma^*(x, y) dx dy} \sqrt{R}, \quad (7)$$

где $R \subset S$, а $\sigma(x, y, q_x, q_y)$ — решение краевой задачи (2)–(5) при некоторых значениях q_x, q_y . Минимум Ψ доставляет решение обратной граничной задачи определения коэффициентов бокового отпора по данным томографии пласта.

Исследуем структуру функции Ψ с использованием синтетических входных данных:

$$V_p^*(x, y) = [1 + \xi(x, y)][a_p - (b_p - a_p) \exp(-\gamma_p \sigma(x, y, q_x^*, q_y^*) / \sigma_0)],$$

где q_x^* и q_y^* — точные значения соответствующих коэффициентов; ξ — случайная величина, равномерно распределенная на отрезке $[-\delta, \delta]$, δ — амплитуда мультипликативного шума. На рис. 7а, б показаны изолинии Ψ при $R = S$, $l = 40$ м и $\delta = 0.1$ для различных q_x^* и q_y^* .

В рассмотренном диапазоне изменения параметров модели целевая функция оказалась унимодальна, поэтому сформулированная обратная задача однозначно разрешима. Минимум Ψ находился модифицированным методом сопряженных градиентов [41]. Коэффициент боко-

вого отпора q_y , характеризующий горизонтальное напряжение во внешнем поле, действующее в направлении ведения горных работ, определяется точнее, чем q_x , поскольку градиент V_p по координате y больше.

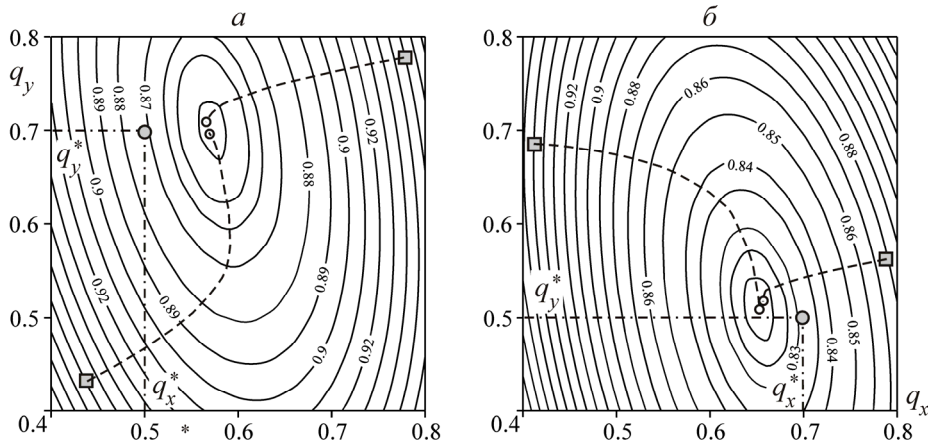


Рис. 7. Изолинии целевой функции при $\delta = 0.1$ и различных значениях q_x^* и q_y^*

На рис. 8а показаны изолинии Ψ , построенные по результатам томографии (рис. 6б); для сравнения на рис. 8б приведены линии уровня Ψ для входных данных, рассчитанных по (6) и (7) при $q_x^* = q_y^* = 0.5$ и $\delta = 0.1$. Таким образом, по данным томографии с приемлемой для практики точностью можно определить компоненты напряжений во внешнем поле, что при известных структуре объекта и физических свойствах слагающих его пород дает возможность рассчитать напряженно-деформированное состояние в исследуемой области.

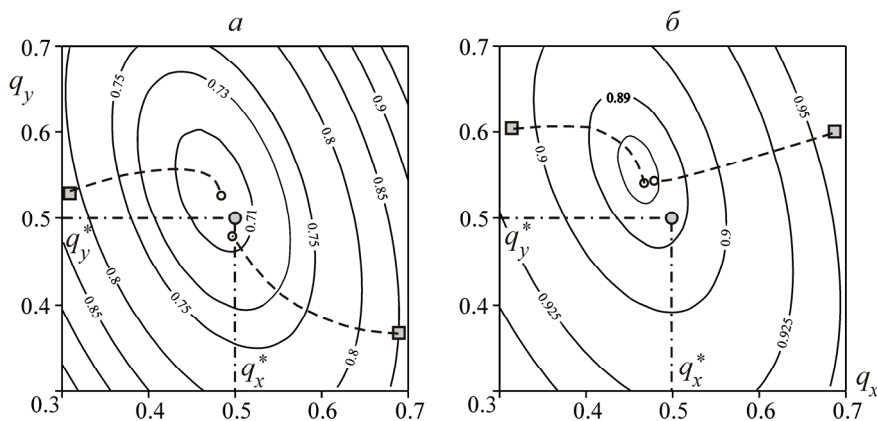


Рис. 8. Изолинии целевой функции, построенные: а — по данным томографии пласта; б — по синтетическим данным, рассчитанными при $q_x^* = q_y^* = 0.5$ и $\delta = 0.1$

ВЫВОДЫ

Разработанный подход позволяет, объединяя косвенную информацию о действующих в массиве напряжениях и данные лабораторных исследований изменения акустических свойств горных пород при нагружении, выполнить количественную оценку напряженно-деформированного состояния геомеханического объекта. Подход основан на последовательном решении двух обратных задач: томографии исследуемого участка месторождения и определения компонентов внешнего поля напряжений по томографическим данным.

Применительно к обрабатываемым комбайновым способом угольным месторождениям этот подход дает возможность оперативно оценивать изменение напряженно-деформированного состояния впереди забоя при наличии:

- системы наблюдений, обеспечивающей достаточную сейсмоосвещенность этой области;
- регулярной составляющей на частотах порядка сотен герц в сигнале, возникающем при работе выемочного комплекса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Zhenbi L. and Baiting Zh.** Microseism monitoring system for coal and gas outburst, *IJCSI International Journal of Computer Science Issues*, 2012, Vol. 9, Issue 5, No. 1. — P. 24–28.
2. **Urbancic T. I. and Trifu C.-I.** Recent advances in seismic monitoring technology at Canadian mines, *Journal of Applied Geophysics*, 2000, Vol. 45. — P. 225–237.
3. **Захаров В. Н.** Сейсмоакустическое прогнозирование и контроль состояния и свойств горных пород при разработке угольных месторождений. — М.: ИГД им. А. А. Скочинского, 2002. — 172 с.
4. **Куксенко В. С.** Диагностика и прогнозирование разрушения крупномасштабных объектов // ФТТ. — 2005. — Т. 47. — № 5. — С. 788–792.
5. **Гор А. Ю., Куксенко В. С., Томилин Н. Г., Фролов Д. И.** Концентрационный порог разрушения и прогноз горных ударов // ФТПРПИ. — 1989. — № 3. — С. 54–60.
6. **McGarr A., Simpson D., and Seeber L.** Case histories of induced and triggered seismicity. In: *International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology*, 2002, Vol. 81A. — P. 647–661.
7. **Li T. B., Xiao X. P.** Comprehensive integrated methods of rockburst prediction in underground engineering, *Advance in Earth Science*, 2008, Vol. 23(5). — P. 533–540.
8. **Lomnitz C.** *Fundamentals of earthquake prediction*, John Wiley and Sons, New York, 1994. — 334 p.
9. **Опарин В. Н., Тапсиев А. П., Востриков В. И. и др.** О возможных причинах увеличения сейсмической активности шахтных полей рудников “Октябрьский” и “Таймырский” Норильского месторождения в 2003 г. Ч. I. Сейсмический режим // ФТПРПИ. — 2004. — № 4. — С. 3–22.
10. **Опарин В. Н., Тапсиев А. П., Востриков В. И. и др.** О возможных причинах увеличения сейсмической активности шахтных полей рудников “Октябрьский” и “Таймырский” Норильского месторождения в 2003 г. Ч. II: Рудник “Октябрьский” // ФТПРПИ. — 2004. — № 5. — С. 3–25.
11. **Опарин В. Н., Тапсиев А. П., Востриков В. И. и др.** О возможных причинах увеличения сейсмической активности шахтных полей рудников “Октябрьский” и “Таймырский” Норильского месторождения в 2003 г. Ч. III Рудник “Таймырский” // ФТПРПИ. — 2004. — № 6. — С. 5–22.
12. **Назаров Л. А., Назарова Л. А., Ярославцев А. Ф. и др.** Эволюция геомеханических полей и техногенная сейсмичность при отработке месторождений полезных ископаемых // ФТПРПИ. — 2011. — № 6. — С. 6–13.
13. **Al Heib M.** Numerical and Geophysical Tools Applied for the Prediction of Mine Induced Seismicity in French Coalmines, *Int. J. of Geosciences*, 2012, Vol. 3, No. 4A. — P. 834–846.
14. **Беседина А. Н., Кишкина С. Б., Кочарян Г. Г.** Влияние деформационных характеристик нарушений сплошности породного массива на эффективность излучения очагов индуцированной сейсмичности. Ч. I. Результаты натуральных наблюдений // ФТПРПИ. — 2016. — № 4. — С. 83–95.
15. **Будков А. М., Кочарян Г. Г., Остапчук А. А., Павлов Д. В.** Влияние жесткости нарушений сплошности породного массива на излучательную эффективность очагов индуцированной сейсмичности. Ч. II. Лабораторные и численные эксперименты // ФТПРПИ. — 2016. — № 4. — С. 28–34.
16. **Luxbacher K. D., Westman E. C., Swanson P. L., and Karafakis M.** Three-dimensional time-lapse velocity tomography of an underground longwall panel, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2008, Vol. 45(4). — P. 478–485.
17. **Король В. И., Скобенко А. В.** Акустический способ прогноза газодинамических явлений в угольных шахтах. — Днепропетровск: НГУ, 2013. — 181 с.
18. **Курленя М. В., Сердюков А. С., Дучков А. А., Сердюков С. В.** Волновая томография очагов аккумуляции метана в угольном пласте // ФТПРПИ. — 2014. — № 4. — С. 3–9.

19. Ляховицкий Ф. М., Хмелевской В. К., Ященко З. Г. Инженерная геофизика. — М.: Недра, 1989. — 253 с.
20. Шкуратник В. Л., Николенко П. В. Методы определения напряженно-деформированного состояния массива горных пород. — М.: Горная книга, 2012. — 112 с.
21. Takahashi T., Takeuchi T., and Sassa K. ISRM Suggested methods for borehole geophysics in rock engineering, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2006, Vol. 43, No. 3. — P. 337–368.
22. Pervukhina M., Gurevich B., Dewhurst D. N., and Siggins A. F. Applicability of velocity–stress relationships based on the dual porosity concept to isotropic porous rocks, Geophysical Journal International, 2010, Vol. 181, No. 3. — P 1473–1479.
23. Fjaer E. S. Static and dynamic moduli of a weak sandstone, Geophysics, 2009, 74 (2), WA103–WA112.
24. Siggins A. F., Dewhurst D. N. Saturation, pore pressure and effective stress from sandstone acoustic properties, Geophysical Research Letters, 2003, Vol. 30, No. 2, DOI: 10.1029/2002GL016143.
25. Назаров Л. А., Назарова Л. А., Роменский Е. И. и др. Акустический метод определения напряжений в массиве горных пород на основе решения обратной задачи // Докл. АН. — 2016. — Т. 466. — № 6. — С. 718–721.
26. Pawlowski Z. Acoustic characteristics of porous materials in simple and complex states of stresses, Non-destructive Characterization of Materials, Springer, 1989. — P. 413–420.
27. Zheng Z., Khodaverdian M., and McLennan J. D. Static and dynamic testing of coal specimens, SCA Conference, 1991, Paper 9120.
28. Morcote A., Mavko G., Prasad M. Dynamic elastic properties of coal, Geophysics, 2010, Vol. 75, No. 6. — P. E227–E234.
29. Бронников Д. М., Замесов Н. Ф., Богданов Г. И. Разработка руд на больших глубинах. — М.: Недра, 1982. — 292 с.
30. Назарова Л. А. Моделирование объемных полей напряжений в разломных зонах земной коры // Докл. АН СССР. — 1995. — Т. 342. — № 6. — С. 804–808.
31. Дядьков П. Г., Назаров Л. А., Назарова Л. А. и др. Сейсмотектоническая активизация Байкальского региона в 1989–1995 годах: результаты экспериментальных наблюдений и численное моделирование изменений напряженно-деформированного состояния // Геология и геофизика. — 1999. — Т. 40. — № 3. — С. 373–386.
32. Zienkiewicz O. C. The finite element method in engineering science, McGraw Hill, London, 1971. — 521 p.
33. Saites F., Wang G., Guo R., Mannhardt K., and Kantzas A. (2006, January 1). Coalbed characterization studies with X-Ray computerized tomography (CT) and micro CT techniques, Petroleum Society of Canada. DOI:10.2118/2006-027.
34. <http://www.landtechsa.com>
35. Hamdani A. H. X-Ray computed tomography analysis of Sajau coal, Berau Basin, Indonesia: 3D Imaging of Cleat and Microcleat Characteristics, International Journal of Geophysics, Vol. 2015, Article ID 415769, 2015. DOI:10.1155/2015/415769. — 8 p.
36. Mees F., Swennen R., van Geet M., and Jacobs P. Applications of X-Ray computed tomography in the Geosciences, Vol. 215, Geological Society of London, 2003. — 243 p.
37. Натгерер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии. — М.: Мир, 1990. — 280 с.
38. Гольдин С. В. К теории лучевой сейсмической томографии: 1. Преобразование Радона в полосу и его обращение // Геология и геофизика. — 1996. — № 5. — С. 3–18.
39. Кабаник А. В., Орлов Ю. А., Чеверда В. А. Численное решение задачи линейной сейсмической томографии на проходящих волнах: случай неполных данных // Сиб. журн. индустр. математики. — 2004. — Т. 7. — № 2. — С. 54–67.
40. Woodward M. J., Nichols D., Zdraveva O., et al. A decade of tomography, Geophysics, 2008, Vol. 73(5). — P. VE5–VE11.
41. Назаров Л. А., Назарова Л. А., Карчевский А. Л., Панов А. В. Оценка напряжений и деформационных свойств породных массивов на основе решения обратной задачи по данным измерений смещений на свободных границах // Сиб. журн. индустр. математики. — 2012. — Т. 15. — № 4. — С. 102–109.