

УДК 533.601.1

## РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ УДАРНЫХ ВОЛН НА БОЛЬШИХ РАССТОЯНИЯХ ОТ МЕСТА ИХ ВОЗНИКНОВЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ КОМБИНИРОВАННЫХ ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

А. В. Потапкин, Д. Ю. Москвичев

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,  
630090 Новосибирск  
E-mail: potapkin@itam.nsc.ru

Предложен алгоритм расчета параметров слабых ударных волн на больших расстояниях от места их возникновения. В выбранных меридиональных плоскостях параметры ближнего поля трехмерного течения использовались для определения по линейным соотношениям продольных координат “тел-фантомов”. После замены тела исходной геометрии на систему “тел-фантомов”, для которых вычислялись дискретные значения функции Уизема, выполнялся расчет параметров дальнего поля по теории Уизема независимо в каждой меридиональной плоскости. Представлены результаты расчетов для тела с осевой симметрией и тел с пространственной геометрией.

**Ключевые слова:** сверхзвуковой поток, пространственные течения, ударные волны, звуковой удар, комбинированный метод, линейная теория, теория Уизема.

При решении задач о распространении ударных волн на большие расстояния от места их возникновения необходимо учитывать различные факторы, определяющие динамику ударных волн. Одной из указанных задач является задача о звуковом ударе, вызванном движением тела, совершающего сверхзвуковой полет. Параметры ударных волн на больших расстояниях от траектории полета зависят от геометрии тела, состояния атмосферы, режима полета, топографии местности под траекторией полета. В настоящее время существуют различные технологии нахождения параметров волн, которые включают экспериментальные, аналитические и численные методы или комбинации этих методов.

К числу основных экспериментальных технологий можно отнести натурные эксперименты, эксперименты на баллистических трассах и эксперименты в аэродинамических трубах. Натурный эксперимент позволяет получить параметры дальнего поля течения [1], однако при этом практически невозможно повторить эксперимент с одним и тем же режимом полета и состоянием атмосферы, что обуславливает существенный разброс результатов измерений. Кроме того, существует проблема переноса результатов натурального эксперимента на тела другой формы или на другие режимы полета. Некоторые из этих проблем, по-видимому, могут быть решены при проведении экспериментов на баллистических трассах [2], в которых можно добиться устойчивой повторяемости условий при проведении экспериментов в широком диапазоне значений числа Маха на различных расстояниях от траектории полета тел. Для тел со сложной геометрией измерения параметров ударных волн в ближнем поле выполняются в аэродинамических трубах [3]. Поскольку размеры рабочей части аэродинамической трубы малы, невозможно проводить измерения параметров ударных волн на больших расстояниях от тела. В этом случае, как правило, применяются методы экстраполяции результатов измерений.

Возможен непосредственный расчет параметров течения в дальнем поле с использованием аналитических методов. Для тонкого осесимметричного тела, совершающего полет в стационарном сверхзвуковом режиме, параметры дальнего поля могут быть найдены с помощью квазилинейной теории [4]. Для тел пространственной конфигурации дальнее поле течения описывается с использованием теории [5]. Эти теории обеспечивают высокую точность расчетов для всего поля течения в ограниченном диапазоне чисел Маха. При нестационарном режиме полета тонкого тела может быть применена теория Рао [6, 7], которая позволяет найти параметры течения во всем дальнем поле, за исключением окрестности каустик. Методы исследования влияния формы тела и неоднородности атмосферы на уровень звукового удара разрабатывались в [8–10]. Как правило, при построении этих теорий вводится ряд ограничений на характер течения, величину возмущений в потоке, геометрию тела. Поэтому более перспективным представляется использование численных и комбинированных методов исследования.

Технологии численного расчета параметров ближнего и дальнего полей течения представлены в работах [11, 12]. В работе [11] для тел вращения, обтекаемых под углом атаки, при числах Маха  $M_0 = 2, 3, 4$  с использованием метода, предложенного в [10], вычислены параметры ближнего поля течения независимо в каждой меридиональной плоскости. Параметры газа в дальнем поле находились путем экстраполяции параметров ближнего поля в дальнее поле. В работе [12] предложен метод расчета поля течения, основанный на последовательном выполнении расчетов ближнего поля в рамках нестационарных трехмерных уравнений Эйлера и расчетов дальнего поля с использованием нестационарных двумерных уравнений Эйлера. Параметры ближнего поля течения использовались в качестве начальных данных для расчетов параметров дальнего поля, которые выполнялись на подвижных разностных сетках, связанных с системой выделенных ударных волн. Результаты расчетов дальнего поля для тонкого тела вращения при числе Маха  $M_0 = 2,4$  сравнивались с решением Уизема. На расстоянии от тела, достигающем 400 его длин, различие решений не превышало 2 %.

В работе [13] с использованием метода С. К. Годунова на подвижной разностной сетке, связанной с системой выделенных ударных волн, проведены численные расчеты поля течения с фокусировкой ударных волн на локальных неоднородностях атмосферы. Комбинированные методы, включающие экспериментальное определение параметров ближнего поля с последующей экстраполяцией в дальнее поле с помощью аналитических методов, описаны в работах [3, 11, 14]. Экспериментально полученные меридиональные распределения интенсивности головного скачка [3] при числе Маха сверхзвукового потока  $M_0 = 2,02$  для двух углов атаки тонкого крыла ( $\alpha = 0, 5^\circ$ ) пересчитывались в аналогичные распределения в дальнем поле с помощью теории Уизема. Пересчет осуществлялся с радиального расстояния, равного 1,6 длины тела. Те же экспериментальные данные вблизи тонкого несущего треугольного крыла использовались в работе [11] для пересчета параметров для дальнего поля с помощью метода расчета пространственных сверхзвуковых течений [10]. В работе [11] проведено сравнение полученных результатов с данными работы [3]. Показано, что при использовании этих двух методов пересчета в случае тонкого несущего крыла (угол атаки равен  $5^\circ$ ) различие результатов на расстоянии, достигающем 500 длин тела, может составить 20 %. Теория Уизема применялась также в работах [14, 15] для пересчета в дальнее поле с малых расстояний от тела. Экспериментальные данные получены при  $M_0 = 2,04$ . Данные экстраполировались с расстояний от модели, равных 4 и 26,4 калибра тела, на расстояние, достигающее 1000 калибров тела, на котором различие результатов экстраполяции составляло не более 15 %. Тем не менее вопрос о выборе расстояний, с которых возможен пересчет в дальнее поле по теории Уизема, остался открытым.

При решении задач, в которых нельзя экспериментально определить параметры ближнего поля, возможно применение комбинированных методов, включающих аналитический расчет параметров ближнего поля с последующим численным расчетом параметров дальнего поля. Например, в [16] рассмотрена задача о звуковом ударе, вызванном движением тела вращения, совершающего полет в сверхзвуковом режиме с ускорением по прямой траектории. Ближнее поле рассчитывалось по квазилинейной лучевой теории Рао [6, 7]. Расчет дальнего поля в области каустики проводился численно. Алгоритм вычислений основан на методе “распада произвольного разрыва” С. К. Годунова для двумерных нестационарных уравнений Эйлера на подвижной разностной сетке, связанной с системой выделенных ударных волн. В тех случаях, когда аналитические методы неприменимы для расчета ближнего поля, его можно выполнить путем непосредственного расчета параметров пространственного обтекания тела [17]. В расчете использована полная система стационарных уравнений Эйлера, которые интегрировались с помощью маршевого конечно-разностного метода в криволинейных координатах. Конечно-разностная сетка была связана с явно выделяемой в процессе расчета головной ударной волной и с некоторой характеристической поверхностью за телом. Расчет ближнего поля проводился вниз по потоку до расстояний, на которых уровень возмущений мал. Для этих расстояний найдено соотношение, которое является критерием выхода на квазисесимметричное асимптотическое решение. Расчет дальнего поля выполнялся с помощью квазилинейной теории независимо в каждой меридиональной плоскости, а начальные данные были те же, что и при расчете ближнего поля.

Аналогичный способ расчета звукового удара в стратифицированной атмосфере использован в работе [18]. Пересчет в дальнее поле осуществлялся с помощью двух независимых методик, основанных на использовании классических методов [4, 5] или на решении системы дифференциальных уравнений для лучевой трубки. В работе [19] метод решения предполагает последовательное вычисление ближнего поля и экстраполяцию полученного решения в дальнее поле. Расчет ближнего поля выполнен путем численного решения уравнений Эйлера на осесимметричной сетке, связанной с выделенной головной волной. Размер области численного решения по радиальной координате составлял 7,5 длины тела. Линии сетки совпадали с характеристическими линиями. Расчеты выполнялись для потока с числом Маха  $M_0 \approx 1,414$ . С помощью линейного метода полученное решение экстраполировалось независимо для каждой меридиональной плоскости на радиальное расстояние, равное 600 длинам тела.

Таким образом, использование существующих методов исследования звукового удара не позволяет решать многие актуальные задачи. Например, задача о нахождении поля течения от группы источников ударных волн с явным выделением фронтов волн в общем случае может оказаться неразрешимой. Еще более сложными являются задачи о нестационарном полете группы тел.

В настоящей работе для решения задач о звуковом ударе предлагается использовать комбинированный метод расчета параметров дальнего поля течения, предполагающий последовательное выполнение расчетов параметров ближнего и дальнего полей течения. На рис. 1 показана схема решения стационарной задачи. Источники ударных волн создают в сверхзвуковом потоке сложную картину течения. Поток в ближнем поле является трехмерным нелинейным. Параметры ближнего поля используются для построения “телефантома”, задаваемого дискретной последовательностью точек на траектории полета, в которых по параметрам ближнего поля вычисляются значения функции Уизема. Координаты точек определяются по линейным соотношениям, т. е. выполняется замена исходных источников ударных волн на “тело-фантом”, что позволяет рассчитывать все поле течения с помощью теории Уизема с явным выделением фронтов ударных волн. Ближнему

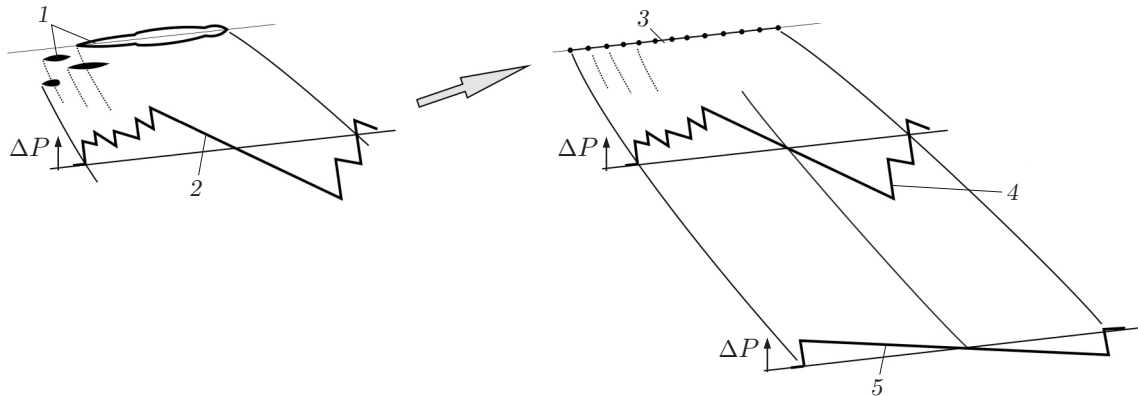


Рис. 1. Схема решения стационарной задачи:

1 — источники ударных волн, 2 — профиль избыточного давления в ближнем поле, 3 — “тело-фантом”, 4 — профиль избыточного давления “тела-фантома” в ближнем поле, 5 — профили избыточного давления в дальнем поле

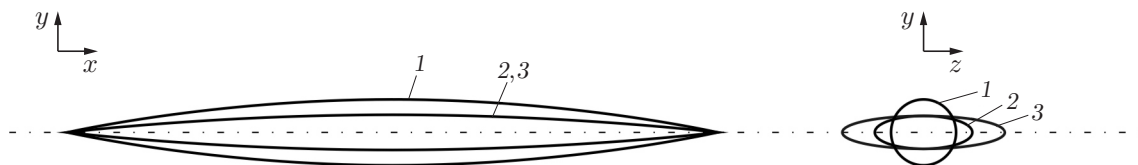


Рис. 2. Формы тел и система декартовых координат:

1 — осесимметричное тело; 2, 3 — сплюснутые пространственные тела с соотношением малой и большой полуосей эллипса в миделевом сечении  $1/3$  и  $1/5$  соответственно

полю обтекания “тела-фантома”, построенному по теории Уизема, соответствует профиль избыточного давления 4. В этом случае профили 2 и 4 в ближнем поле могут различаться. Предлагаемый алгоритм позволяет провести расчет профиля давления 5 в дальнем поле в выбранной меридиональной плоскости.

Пространственная картина течения может быть получена в результате расчетов, выполненных в нескольких меридиональных плоскостях. В этом случае в каждой меридиональной плоскости исходные источники ударных волн заменяются на соответствующее “тело-фантом” и дальнее поле течения рассчитывается независимо в каждой плоскости.

Предлагаемый метод может быть распространен на нестационарные задачи. Параметры дальнего поля в каждой меридиональной плоскости могут быть найдены путем решения двумерных нестационарных уравнений Эйлера на подвижных разностных сетках, связанных с газодинамической структурой потока. Алгоритм расчета дальнего поля в окрестности каустики приведен в [16].

В качестве примера рассмотрим стационарное сверхзвуковое обтекание одиночного тела пространственной формы. На рис. 2 показана система декартовых координат и формы тел (вид сбоку и сечение в миделе), для которых выполнялись тестовые расчеты. Тело 1 представляет собой тонкое тело вращения с осью симметрии  $Ox$ . Уравнение поверхности тела имеет вид  $r = 0,2(x - x^2)$ , относительная толщина тела  $D/L = 0,1$  ( $r$  — радиальная координата поверхности тела;  $x$  — продольная координата поверхности тела, отсчитываемая от носика тела;  $D$  — диаметр тела в миделе;  $L$  — длина тела). Сплюснутые тела 2 и 3 характеризуются отношением малой и большой полуосей эллипса в миделевом сечении, равным  $1/3$  и  $1/5$  соответственно. Поскольку расчеты выполнялись в безразмерных координатах, в качестве масштабного коэффициента для координат выбиралась длина те-

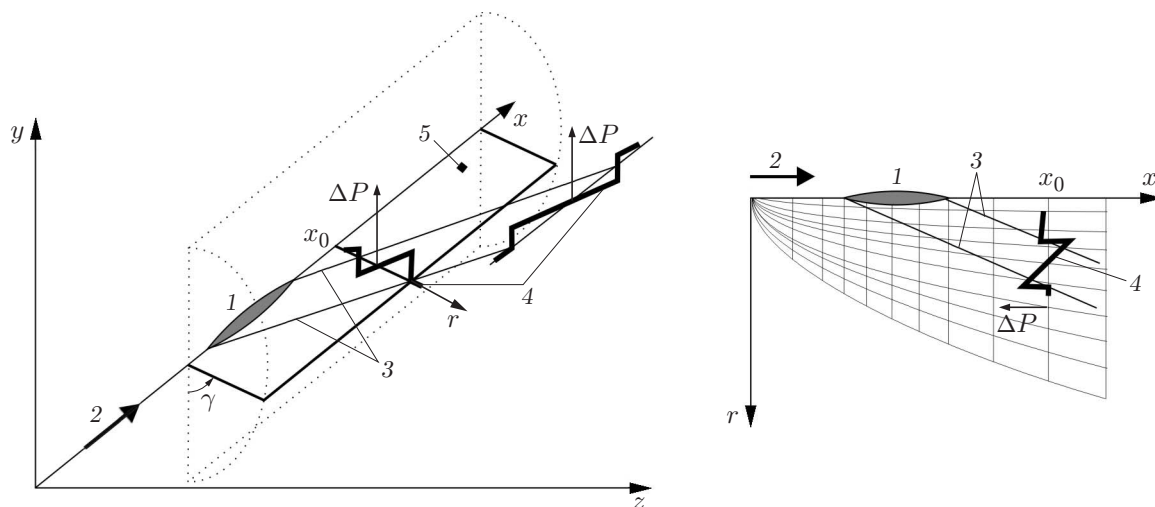


Рис. 3. Варианты параметров ближнего поля, используемых для экстраполяции численного решения в дальнее поле:

1 — тело, 2 — направление набегающего потока, 3 — головная и хвостовая ударные волны, 4 — профили избыточного давления, 5 — меридиональная плоскость  $\gamma = \text{const}$

Характеристики трехмерных разностных сеток

Номер сетки	$x_*^*$	$N^{**}$	$\Delta\gamma$ , град	
			$\gamma = 0 \div 90^\circ$	$\gamma = 90 \div 180^\circ$
1	40	$31 \times 697 \times 300$	4,50	9
2	9	$91 \times 398 \times 250$	1,37	7
3	20	$91 \times 347 \times 200$	1,37	7

\*  $x_*$  — длина области по оси  $x$  в длинах хорд тела.

\*\*  $N$  — количество узлов сетки (первое число — количество меридиональных плоскостей, второе — количество плоскостей, ортогональных оси  $x$ , третье число — количество криволинейных поверхностей, охватывающих тело).

ла  $L$ . В этих координатах  $L = 1$ . Отношения площадей поперечных сечений в миделе тел равны  $S_2/S_1 = 0,75$ ,  $S_3/S_1 = 1,25$  ( $S_1 = 0,00785$ ).

Ближнее поле течения моделировалось трехмерными уравнениями Эйлера, записанными в декартовой системе координат. Система уравнений решалась численно методом конечных объемов. Разностная схема имела второй порядок и была неявной по пространству и явной по времени. Расчетная область ближнего поля покрывалась трехмерной разностной сеткой, представляющей собой совокупность сеток меридиональных плоскостей. На рис. 3 показаны меридиональная плоскость (плоскость  $\gamma = \text{const}$ ) и криволинейная разностная сетка в этой плоскости. В направлении  $x$  разностная сетка являлась неравномерной с возрастающим шагом. В направлении  $y$  сетка имела сгущение в области ударных волн. Разностные сетки по меридиональному углу  $\gamma$  были неравномерными с различным средним шагом  $\Delta\gamma$ . Характеристики трехмерных разностных сеток представлены в таблице.

На рис. 3 показаны профили избыточного давления в меридиональной плоскости  $\gamma = \text{const}$ , которые могут быть использованы для построения “тела-фантома” и расчета параметров дальнего поля. Профили давления можно выбирать различными способами. Например, профиль давления можно выбрать в плоскости  $\gamma = \text{const}$  вдоль оси  $x$  как

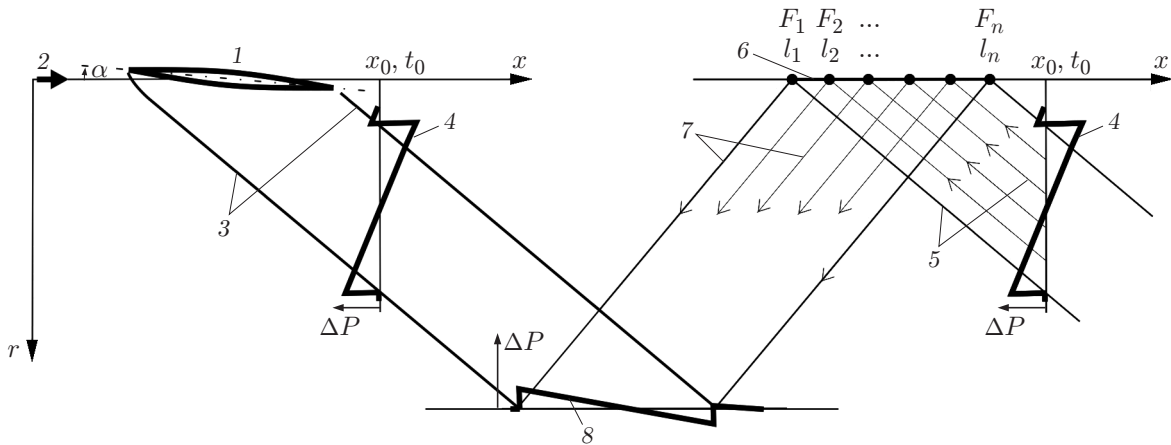


Рис. 4. Построение “тела-фантома” и расчет параметров дальнего поля:

1 — тело, 2 — направление набегающего потока, 3 — головной и замыкающий скачки в поле течения, 4 — профиль избыточного давления в ближнем поле, 5 — линейные характеристики, 6 — “тело-фантом”, 7 — акустические лучи, 8 — профиль избыточного давления в дальнем поле;  $\alpha$  — угол атаки,  $x_0, t_0$  —  $x$ -координата сеточной линии и момент времени, для которых выбирался профиль избыточного давления в ближнем поле

распределение давления  $\Delta P(x)$  при  $r = \text{const}$  или в плоскости  $\gamma = \text{const}$  вдоль сеточной линии, ортогональной оси  $x$ , как распределение  $\Delta P(r)$  при  $x = x_0$ . В расчетах дальнего поля использовался второй способ.

Алгоритм построения “тела-фантома” и расчета параметров дальнего поля в меридиональной плоскости  $\gamma = \text{const}$  показан на рис. 4. По выбранному профилю избыточного давления 4 вычислялись продольные координаты  $l_1, l_2, \dots, l_n$  “тела-фантома” и значения функции Уизема  $F_1, F_2, \dots, F_n$ .

Вычисление продольных координат “тела-фантома” выполнялось с помощью линейных соотношений геометрической акустики

$$l_i = r_i / \text{tg } \theta, \quad (1)$$

где  $r_i$  — радиальные координаты точек на профиле 4 (см. рис. 4);  $\sin \theta = 1/M_0$ . Соответствующие значения функции Уизема равны

$$F_i = \Delta P_i \sqrt{2} a_0^{-5/2} M_0^{-3} (a_0 M_0 \beta^2 s_i)^{1/2} / \rho_0. \quad (2)$$

Здесь индекс 0 соответствует параметрам набегающего потока;  $\beta^2 = M_0^2 - 1$ ;  $\Delta P_i$  — значения избыточного давления в точках на профиле 4;  $s_i = \sqrt{y_i^2 + z_i^2} M_0 / \beta$  — расстояние от точек на профиле давления 4 до оси  $x$  вдоль акустических лучей.

Согласно теории Уизема нелинейное уравнение характеристик имеет вид

$$t - s_i/a_0 + kF(\xi_i)b(s_i) = \xi_i/U(t), \quad (3)$$

где  $t$  — время;  $U(t)$  — мгновенная скорость полета тела;  $k = (\gamma + 1) M_0^{5/2} / (\sqrt{8} \beta a_0)$ ;  $b(s_i) = 2\sqrt{s_i}$ ;  $\gamma = 1,4$  — показатель адиабаты.

Уравнение (3) отличается от уравнения (1) наличием в нем нелинейного члена  $kF(\xi_i)b(s_i)$ . Значения характеристик  $\xi_i$  определяются соотношением  $\xi_i = l_i - \beta \tilde{r}_i$ , где  $l_i, \tilde{r}_i$  — координаты поверхности тела. При расчетах звукового удара часто полагается  $\tilde{r}_i = 0$ . Как правило, это предположение не вносит существенных погрешностей в результаты расчетов. В рассматриваемом случае это единственный способ однозначного задания

значений характеристик для “тела-фантома”. При таком способе задания характеристик выражение (3) принимает вид

$$t - s_i/a_0 + kF(l_i)b(s_i) = l_i/U(t). \tag{4}$$

Соответствующие значения функции Уизема  $F_i = F(l_i)$  могут быть вычислены с помощью (2). Вычислив  $F_i$ , с использованием уравнения (2) можно найти значения  $\Delta P_i$  в точках на профиле избыточного давления в дальнем поле, если  $s_i$  — расстояние вдоль акустических лучей от точек “тела-фантома” до точек на профиле.

Поскольку распределение  $\Delta P_i$  вычислялось вдоль акустических лучей (см. рис. 4) по нелинейному соотношению (4), неоднозначность опрокинутого профиля давления в дальнем поле устранялась в соответствии с правилом Ландау [20] с помощью функции избыточного давления [21] (подробнее об этом см. [12]).

На рис. 5–7 представлены результаты расчетов, выполненных с использованием предлагаемого метода при  $M_0 = 2,4$ ,  $\alpha = 0 \div 2^\circ$  ( $r$  — радиальное расстояние от траектории полета;  $x_0, x$  — расстояния от носика тела вдоль оси  $x$ ).

Результаты тестовых расчетов для осесимметричного тела 1 (см. рис. 2) показаны на рис. 5, 6. На рис. 5,а представлены профили давления, полученные при  $x = 39,7$ . Профили давления  $\Delta P/P_0$  вычислены вдоль акустического луча. Расчет поля течения с помощью уравнений Эйлера приводил к “размазыванию” фронтов ударных волн. При пересчете поля течения с использованием “тела-фантома” профиль волны 1 практически не отличается от профиля  $N$ -волны, а фронты ударных волн четко выражены. На рис. 5,а видно, что при выбранном значении  $x_0$  результаты пересчета отличаются от трехмерного решения длиной волны и градиентом волны разрежения между головным и хвостовым скачками. На рис. 5,б показана зависимость  $\lambda_r$  от радиального расстояния  $r$  ( $\lambda_r$  — ортогональная проекция длины волны  $\lambda$  на радиальное направление). Длина волны определялась вдоль акустического луча как расстояние между фронтами ударных волн. Точками 1–5 показаны результаты расчетов при изменении значений  $x_0$  в диапазоне от 2,5 до 31,6 длины

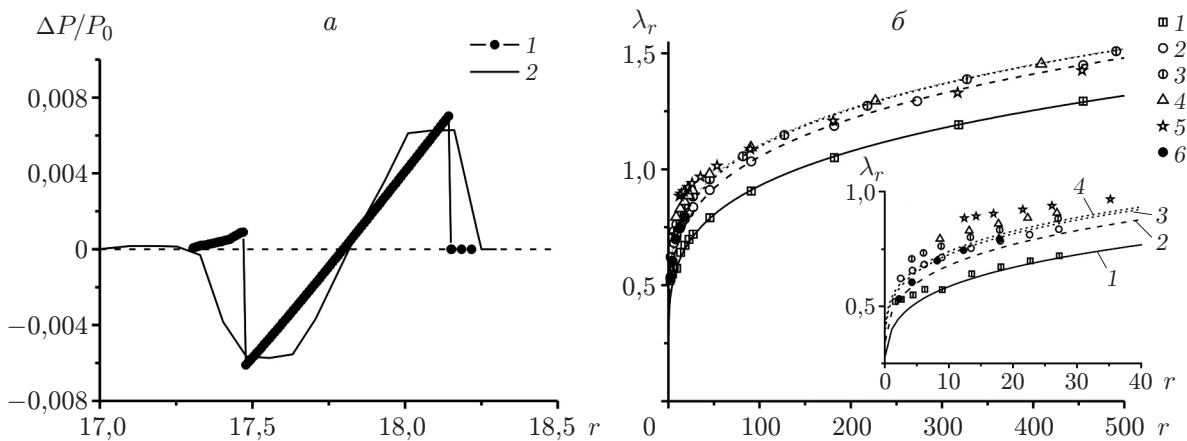


Рис. 5. Результаты расчетов параметров дальнего поля для осесимметричного тела ( $\alpha = 0^\circ$ ):

а — профили избыточного давления  $\Delta P/P_0$  (1 — профиль давления, полученный в результате пересчета с расстояния  $x_0 = 2,5$  на расстояние  $x = 39,7$ ; 2 — профиль давления, полученный с помощью трехмерных уравнений Эйлера); б — радиальная проекция  $\lambda_r$  (1 —  $x_0 = 2,5$ ; 2 —  $x_0 = 5,0$ ; 3 —  $x_0 = 8,0$ ; 4 —  $x_0 = 12,5$ ; 5 —  $x_0 = 31,6$ ; б — расчет с использованием уравнений Эйлера; линии — асимптотические зависимости  $\lambda_r \sim r^{1/4}$ , построенные по результатам расчета в дальнем поле для точек 1–4); вставка — радиальная проекция на небольших расстояниях от тела

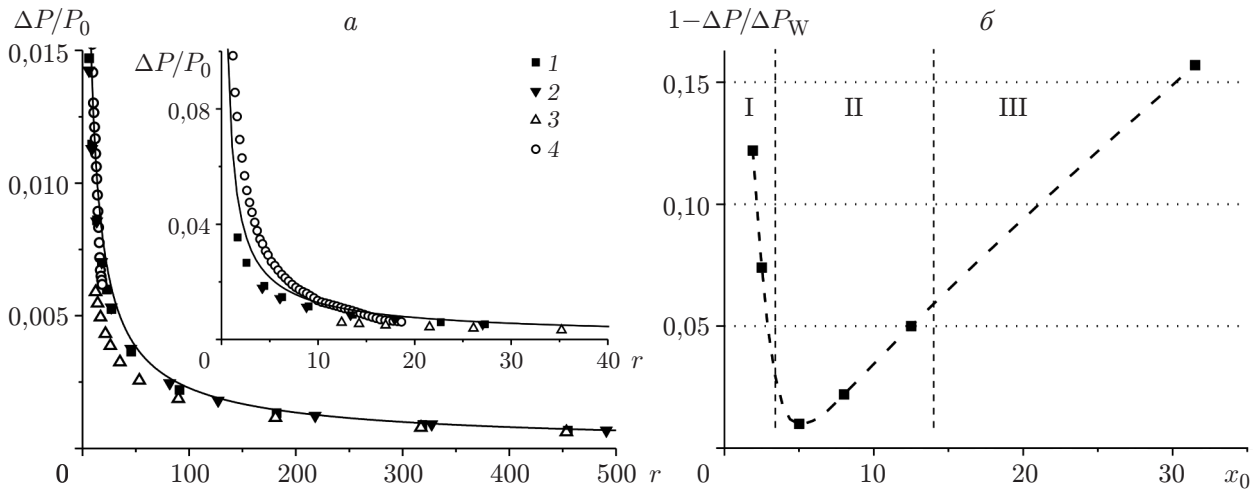


Рис. 6. Результаты расчета интенсивности головной ударной волны на различных расстояниях от осесимметричного тела ( $\alpha = 0^\circ$ ):

*a* — интенсивность головной ударной волны  $\Delta P/P_0$  (1 —  $x_0 = 2,5$ ; 2 —  $x_0 = 8,0$ ; 3 —  $x_0 = 31,6$ ; 4 — расчет ближнего поля с использованием уравнений Эйлера; сплошная линия — асимптотическая зависимость  $\Delta P \sim r^{-3/4}$  [4]); вставка — интенсивность ударной волны на небольших расстояниях от тела; *б* — отклонение  $1 - \Delta P/\Delta P_W$  результатов расчетов интенсивности ударной волны от решения Уизема при  $r \approx 450$  (I —  $\Psi > 1/3$ ; II —  $1/10 < \Psi < 1/3$ ; III —  $\Psi < 1/10$ )

тела. Точками *б* показана зависимость  $\lambda_r(r)$ , полученная в расчетах по трехмерным уравнениям Эйлера. Поскольку в данных расчетах фронты ударных волн “размазаны”, длина волны определялась как расстояние между точками перегиба профилей давления на этих фронтах.

Линиями  $\lambda_r \sim r^{1/4}$  на рис. 5, *б* показаны асимптотические зависимости длины волны от радиального расстояния [4]. Видно, что при выборе значения  $x_0$  в диапазоне от 5,0 до 12,5 длины тела результаты расчетов различаются менее чем на 3 %. Иными словами, при построении “тела-фантома” в случае  $x_0 = 5,0 \div 12,5$  его длина будет практически постоянной. В этом диапазоне значений  $x_0$  результаты расчетов  $\lambda$  по уравнениям Эйлера совпадают с результатами расчетов по предлагаемой методике. Для меньших значений  $x_0$  (точки 1 на рис. 5, *б*) различие результатов расчетов увеличивается, несмотря на то что асимптотический закон  $\lambda_r \sim r^{1/4}$  выполняется начиная с радиальных расстояний  $r > 10$ . При больших значениях  $x_0$  (точки 5) асимптотический закон выполняется при  $r > 100$  и значение  $\lambda_r$  незначительно отличается от значений  $\lambda_r$ , вычисленных при  $x_0 = 5,0 \div 12,5$ . Следовательно, при выполнении расчетов по предлагаемой методике и выборе расстояний  $x_0$  необходимо учитывать уменьшение точности расчетов по уравнениям Эйлера без выделения фронтов ударных волн. На практике проблема выбора  $x_0$  может быть решена путем сравнения результатов расчетов, проведенных при различных значениях  $x_0$ .

На рис. 6, *а* представлены результаты расчетов интенсивности головной ударной волны. В диапазоне  $r = 9 \div 15$  численное решение отклоняется от асимптотического закона не более чем на 10 %. При  $r \approx 18$  вследствие уменьшения точности численное решение отличается от асимптотического закона на 23 %. В диапазоне  $r = 9 \div 15$  асимптотический закон и численное решение хорошо согласуются с результатами тестовых расчетов, проведенных при  $x_0 = 2,5 \div 12,5$ . На рис. 6, *б* показаны отклонения  $1 - \Delta P/\Delta P_W$  результатов



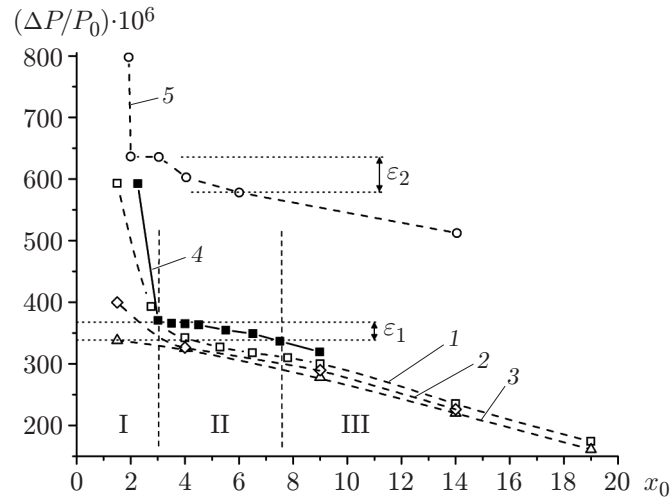


Рис. 7. Результаты расчетов интенсивности головной ударной волны для сплюснутых тел ( $r \approx 450$ ):

1–4 — сплюснутое тело 2 при  $\alpha = 0^\circ$  (1 —  $\gamma = 0^\circ$  (сетка 1); 2 —  $\gamma = 30,7^\circ$  (сетка 1), 3 —  $\gamma = 90^\circ$  (сетка 1), 4 —  $\gamma = 0^\circ$  (сетка 2)); 5 — сплюснутое тело 3 при  $\alpha = 2^\circ$ ,  $\gamma = 0^\circ$  (сетка 3);  $\varepsilon_1$  — отклонение решений на границах между областями I и II, II и III;  $\varepsilon_2$  — отклонение решения для сплюснутого тела 3 от постоянного значения  $\Delta P$  ( $\varepsilon_2 = 10\%$ ); I —  $\Phi > 1/10$ ; II —  $\Phi < 1/10$  ( $\varepsilon_1 < 10\%$ ); III —  $\Phi < 1/10$  ( $\varepsilon_1 > 10\%$ )

тестовых расчетов от эталонного решения Уизема на расстоянии  $r \approx 450$  при различных значениях  $x_0$  ( $\Delta P$  — интенсивность ударной волны, рассчитанная по предлагаемой методике;  $\Delta P_W$  — решение Уизема). При  $x_0 \approx 5$  ошибка составляет 1 %, при  $x_0 = 3,0 \div 12,5$  — менее 5 %, что согласуется с данными по длинам волн и интенсивностям ударных волн. При выборе значения  $x_0$  в диапазоне  $x_0 = 0 \div 3$  погрешность расчетов  $\Delta P$  может достигать 12 %. В этой области изменения  $x_0$  расчеты по предлагаемой методике дают заниженные значения длины волны по сравнению с численными расчетами. В области  $x_0 > 12$  величина ошибки может превышать 15 %. На рис. 6, б показаны также три области значений  $x_0$  (области I–III). При выделении областей использованы оценки величины  $\Psi = (\partial \Delta P_W / \partial l) / (2 \Delta P_W / \lambda)$ , представляющей собой отношение градиента избыточного давления вдоль фронта головной волны к градиенту волны разрежения за фронтом головной волны вдоль акустического луча ( $l$  — расстояние вдоль фронта головной ударной волны). В области I ( $x_0 < 3,3$ ) значение  $\Psi > 1/3$ . Можно считать, что в этой области течение является существенно двумерным, поэтому расчеты по одномерной модели в дальнейшем поле дают большую погрешность. В области II ( $3,3 < x_0 < 14,0$ )  $1/10 < \Psi < 1/3$ . В этой области происходит перестройка двумерного течения в одномерное, поэтому одномерные расчеты параметров дальнего поля дают минимальную ошибку. Ошибку расчетов по одномерной модели в области III ( $x_0 > 14$ ) можно объяснить погрешностями, появляющимися при построении “тела-фантома” с использованием результатов расчета по уравнениям Эйлера без выделения ударных волн на расширяющихся разностных сетках.

На рис. 7 представлены результаты расчетов интенсивности головной волны в дальнем поле ( $r \approx 450$ ) для сплюснутых тел 2 и 3 (см. рис. 2). Расчеты для тела 2 выполнены при угле атаки  $\alpha = 0^\circ$ . Линиями 1–3 показаны результаты расчетов  $\Delta P$  в меридиональных плоскостях  $\gamma = 0^\circ$ ;  $30,7^\circ$ ;  $90^\circ$  соответственно с использованием параметров ближнего поля, рассчитанных на сетке 1 (см. таблицу). Линией 4 показаны результаты расчетов  $\Delta P$  в меридиональной плоскости  $\gamma = 0^\circ$  с использованием параметров ближнего поля, рассчитан-

ных на сетке 2 (см. таблицу). На рис. 7 показаны также три области изменения  $x_0$  (области I–III). Из анализа кривых 1–3 следует, что при  $x_0 > 3$  результаты расчетов дальнего поля в различных меридиональных плоскостях различаются не более чем на 10 %. Граница между областями I и II соответствует переходу от трехмерного течения к одномерному. Начиная со значения  $x_0 = 3$  для пересчета параметров звукового удара в дальнее поле можно использовать одномерную теорию. При  $x_0 \geq 3$  отношение меридионального градиента интенсивности ударной волны к градиенту волны разрежения в перпендикулярном к фронту волны направлении равно

$$\Phi = \frac{360}{2\pi r_0} \frac{\partial \Delta P / \partial \gamma}{2 \Delta P / \lambda} < \frac{1}{10}.$$

Значение  $\Phi \approx 1/10$  можно считать условием, при выполнении которого возможен пересчет параметров трехмерных течений в дальнее поле с помощью одномерной теории. Анализ поведения кривой 4 на рис. 7 показывает следующее: увеличение точности расчетов параметров ближнего поля (сетка 2) приводит к тому, что при  $3,0 \leq x_0 \leq 4,5$  значение  $\Delta P$  в дальнем поле становится постоянным. Это значение  $\Delta P$  следует понимать как “истинное” значение интенсивности головной ударной волны в дальнем поле при  $r \approx 450$ . Особенность предлагаемого метода заключается в том, что с увеличением  $x_0$  “размазывание” фронтов ударных волн и наличие погрешности при построении “тела-фантома” обуславливают увеличение погрешности в расчетах параметров дальнего поля. При  $x_0 \geq 4,5$  кривая 4 отклоняется от постоянного значения  $\Delta P$ . Граница между областями II и III соответствует наибольшему отклонению  $\varepsilon_1$  решений на границах между областями I и II, II и III, не превышающему 10 %. Следует отметить, что такой же точности расчетов параметров дальнего поля можно добиться при использовании параметров ближнего поля, полученных на более грубой сетке (сетка 1), если выполнять пересчет в дальнее поле с расстояний  $x_0$ , вблизи которых наблюдаются изломы на кривых 1 и 2.

Линией 5 на рис. 7 показаны результаты расчетов дальнего поля для тела 3 (см. рис. 2) при угле атаки  $\alpha = 2^\circ$ . Ближнее поле рассчитано на сетке 3 (см. таблицу). Излом на кривой 5 соответствует расстоянию, начиная с которого возможно использование одномерной теории. При  $2 \leq x_0 \leq 3$  за точкой излома величина  $\Delta P$  имеет постоянное значение. Можно выделить диапазон  $2 \leq x_0 \leq 6$ , в котором значение  $\varepsilon_2$  не превышает 10 %. Увеличение угла атаки и изменение формы тела привело к увеличению интенсивности ударной волны под телом в дальнем поле. Вследствие этого за фронтом волны в меридиональном направлении наблюдаются более быстро протекающие процессы выравнивания избыточного давления. Эти данные качественно согласуются с результатами работы [22].

Таким образом, в настоящей работе предложен метод расчета параметров слабых ударных волн на больших расстояниях от места их возникновения. Метод предполагает последовательное выполнение расчетов параметров ближнего и дальнего полей течения. Параметры ближнего поля использовались для определения продольных координат “тел-фантомов” и построения соответствующих функций Уизема. Продольные координаты “тел-фантомов” определялись по линейным соотношениям. Дальнее поле течения рассчитывалось по теории Уизема независимо в каждой меридиональной плоскости. Представлены результаты тестовых расчетов для тела с осевой симметрией и тел с пространственной конфигурацией при  $M_0 = 2,4$ ,  $\alpha = 0 \div 2^\circ$ . Предложенный метод использовался при расчетах параметров дальнего поля в задачах с несколькими источниками ударных волн. Метод может быть распространен на решение нестационарных задач.

Авторы выражают благодарность Т. А. Коротяевой и А. П. Шашкину за проведение расчетов ближнего поля, а также А. А. Маслову за поддержку при выполнении работы и обсуждение результатов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Wanner J.-C. L., Wallee J., Vivier C., Thery C.** Theoretical and experimental studies of the focus of sonic boom // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1972. V. 52, N 1, pt 1. P. 13–32.
2. **Белов В. Е., Гурьяшкин Л. П., Красильников А. П., Сурикова И. М.** Измерение характеристик звукового удара баллистическим методом // *Учен. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та.* 1976. Т. 7, № 1. С. 143–146.
3. **Волков В. Ф., Чиркашенко В. Ф., Юдинцев Ю. Н.** Азимутальное распределение интенсивности головного скачка под несущим треугольным крылом // *Вопросы газодинамики.* Новосибирск: Ин-т теорет. и прикл. механики СО АН СССР, 1975. С. 186–189.
4. **Whitham G. B.** The flow pattern of a supersonic projectile // *Comm. Pure Appl. Math.* 1952. V. 5, N 3. P. 301–348.
5. **Walkden F.** The shock pattern of a wing-body combination for from the flight path // *Aeronaut. Quart.* 1958. V. 9, N 2. P. 164–194.
6. **Rao P. S.** Supersonic bangs. 1 // *Aeronaut. Quart.* 1956. V. 7, N 1. P. 21–44.
7. **Rao P. S.** Supersonic bangs. 2 // *Aeronaut. Quart.* 1956. V. 7, N 2. P. 135–155.
8. **Жилин Ю. Л.** Теория звукового удара // *Тр. Центр. аэрогидродинам. ин-та.* 1973. Вып. 1489. С. 3–24.
9. **Рыжов О. С.** Затухание ударных волн в стационарных течениях // *ПМТФ.* 1961. № 6. С. 36–43.
10. **Дулов В. Г., Рудаков А. И.** Пространственные сверхзвуковые течения на больших расстояниях от тела конечного объема // *ПМТФ.* 1972. № 3. С. 77–83.
11. **Рудаков А. И., Юдинцев Ю. Н.** Звуковой удар от тел пространственной конфигурации, обтекаемых потоком с большими сверхзвуковыми скоростями // *Учен. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та.* 1979. Т. 10, № 3. С. 27–36.
12. **Potapkin A. V., Korotaeva T. A., Moskvichev D. Yu., et al.** An advanced approach for the far-field sonic boom prediction. Orlando (Florida), 2009. (Paper / AIAA; N 2009-1056).
13. **Parker L. W., Zalosh R. G.** Godunov method and computer program to determine the pressure and flow field associated with a sonic boom focus. Washington (D.C.), 1973. (Paper / NASA CR; N 2127).
14. **Гаранин А. Ф., Третьяков П. К., Чиркашенко В. Ф., Юдинцев Ю. Н.** Управление параметрами ударной волны путем подвода массы и энергии // *Изв. АН. Механика жидкости и газа.* 2001. № 5. С. 186–193.
15. **Фомин В. М., Харитонов А. М., Чиркашенко В. Ф., Волков В. Ф.** Управление уровнем звукового удара путем криогенного воздействия на процесс обтекания летательного аппарата. Новосибирск, 2007. (Препр. / Ин-т теорет. и прикл. механики СО РАН; № 5-2007).
16. **Потапкин А. В., Юдинцев Ю. Н.** Численное решение задачи о фокусировке ударных волн, создаваемых сверхзвуковым самолетом // *Учен. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та.* 1983. Т. 14, № 4. С. 26–36.
17. **Жилин Ю. Л., Коваленко В. В.** О связывании ближнего и дальнего полей в задаче о звуковом ударе // *Учен. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та.* 1998. Т. 29, № 3/4. С. 111–122.
18. **Коваленко В. В., Чернышев С. Л.** К вопросу о снижении звукового удара // *Учен. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та.* 2006. Т. 37, № 3. С. 53–63.
19. **Ozcer I. A., Kandil O. A.** Design optimization of nose geometry of F-5E aircraft for sonic boom mitigation. Orlando (Florida), 2009. (Paper / AIAA; N 2009-1053).
20. **Ландау Л. Д.** Об ударных волнах на далеких расстояниях от места их возникновения // *Прикл. математика и механика.* 1945. Т. 9, вып. 4. С. 286–292.

21. **Hayes W. D., Haefeli R. C., Kulsrud H. E.** Sonic boom propagation in a stratified atmosphere, with computer program. Washington (D.C.), 1969. (Paper / NASA CR; N 1299).
22. **Chirkashenko V. F., Yudinsev Yu. N.** The impact of conical wings aspect ratio on induces sonic boom characteristics // Proc. of the Intern. conf. on the methods of aerophys. res., Novosibirsk (Russia), 22–26 Aug. 1994. Novosibirsk: Inst. of theor. and appl. mech. SB RAS, 1994. Pt 2. P. 82–97.

*Поступила в редакцию 15/III 2010 г.*

---