

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ ПЛОСКИМ ПОТОКОМ ВЯЗКО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

И. Г. Булина, В. П. Мясников, В. Г. Савин

(Москва)

Впервые задача об обтекании затупленных тел плоским потоком вязко-пластической среды была экспериментально исследована в работе [1]. Было обнаружено, что впереди затупленного тела в этом случае, в отличие от вязкой жидкости, образуется застойная область, движущаяся как твердое целое вместе с ним.

Теоретическое исследование указанной выше задачи было дано в работах [2, 3].

Качественно картина обтекания тела, полученная как на основе теоретических представлений, так и на основе экспериментальных данных, хорошо совпала.

Результаты, полученные в работах [1-3], позволили указать некоторые качественные особенности, резко отличающие обтекание затупленных тел потоком вязко-пластической среды от обтекания этих же тел вязкой жидкостью. Было, например, показано, что в определенных условиях величина силы сопротивления, действующей на обтекаемое тело, не будет зависеть от геометрических особенностей строения его лобовой части.

Проведенные ранее экспериментальные исследования носили качественный характер. Поэтому представлялось весьма интересным провести более детальное экспериментальное исследование и получить такие данные, которые позволили бы осуществить более тщательное сравнение теории с экспериментом и подтвердить на основе измерений указанные выше качественные эффекты.

§ 1. Будем предполагать, что тело движется в безграничной вязко-пластической среде с постоянной скоростью, и течение среды — плоское.

Картина обтекания тела вязко-пластической жидкостью при малых скоростях движения и при условии, что  $S_l \gg 1$ , будет очень близка к картине обтекания тела идеально пластической средой. Влияние вязкости будет сказываться только в тонком слое вблизи поверхности тела [2]. В этом случае для величины касательного напряжения на поверхности обтекаемого тела будем иметь

$$\tau = \tau_0 + \eta \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} + O \left( \frac{1}{S_l} \right), \quad S_l = \frac{\tau_0 l}{\mu v} \quad (1.1)$$

Здесь  $\tau_0$  — предел текучести среды,  $\eta$  — коэффициент вязкости,  $u$  — скорость движения частиц среды в пограничном слое,  $S_l$  — параметр Сен-Венана,  $v$  — скорость движения модели,  $y$  — поперечная координата в слое и  $l$  — длина тела.

Переходя к безразмерным переменным, получим

$$\tau = \tau_0 \left[ 1 + \frac{1}{\sqrt{S_l}} \left( \frac{\partial U}{\partial Y} \right)_{Y=0} \right] \quad \left( Y = \frac{y}{\delta}, \quad U = \frac{u}{v} \right) \quad (1.2)$$

( $\delta$  — толщина пограничного слоя)

Величину силы сопротивления, действующей на обтекаемое тело (фиг. 1), можно теперь представить следующим образом:

$$\Delta F = 2\Delta h \left[ \int_L P(x) \sin \alpha(x) dx + \int_L \eta \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \cos \alpha(x) dx \right] \quad (1.3)$$

$$(\Delta F = F_k - F_l, \quad \Delta h = h_k - h_l)$$

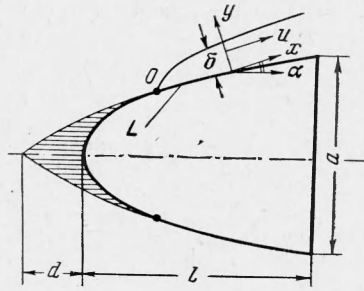
Здесь  $F_k$  — сила сопротивления при глубине погружения тела  $h_k$ ,  $P_k$  — давление среды на поверхность обтекаемого тела,  $x$  — продольная координата в пограничном слое. Интегрирование ведется по контуру  $L$ , состоящему из контура обтекаемого тела и застойной области.

Подставляя теперь (1.2) в (1.3), получим

$$C_a = 2 \frac{\tau_0 l}{\rho v^2} \left[ \lambda + \int_0^{\xi_0} P(\xi) \sin \alpha(\xi) d\xi + \frac{1}{\sqrt{S_l}} \int_0^{\xi_0} \left( \frac{\partial U}{\partial Y} \right)_{Y=0} \cos \alpha(\xi) d\xi \right] \quad (1.4)$$

$$\left( \lambda = \frac{l+d}{l}, \quad x = l\xi, \quad C_a = \frac{\Delta F}{\rho v^2 a \Delta h} \right)$$

Здесь  $d$  — длина застойной области,  $\alpha$  — угол между касательной к  $L$  и осью симметрии тела,  $\rho$  — плотность среды.



Фиг. 1. Схема обтекания

Следует заметить, что в случае, когда интегрирование ведется по границе застойной зоны, нужно положить, что [2, 3]

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = 0 \quad \text{при } Y = 0 \quad (1.5)$$

Обозначим

$$K_1 = 2 \left[ \lambda + \int_0^{\xi_0} P(\xi) \sin \alpha(\xi) d\xi \right]$$

$$K_2 = 2 \int_0^{\xi_0} \left( \frac{\partial U}{\partial Y} \right)_{Y=0} \cos \alpha(\xi) d\xi \quad (1.6)$$

Тогда из (1.4) следует

$$C_a = \frac{1}{R_a} (K_1 S_l + K_2 \sqrt{S_l}) \quad (1.7)$$

Коэффициенты  $K_1$  и  $K_2$  в (1.7) являются некоторыми функционалами, значения которых определяются особенностями геометрического строения тела и условиями течения во внешнем идеально пластическом потоке. Независимость  $K_1$  и  $K_2$  от числа Рейнольдса  $R_a = \rho v a / \mu$  очевидна, поскольку в систему уравнений движения среды во внешнем потоке не входит коэффициент вязкости, а независимость их от  $S_l$  имеет место в силу статической определенности задачи о плоском течении идеально пластического материала и возможности независимого задания граничных условий для скоростей и напряжений.

§ 2. Эксперименты по определению сопротивления производились при помощи специального динамометра на усовершенствованной установке, подобной описанной ранее [1].

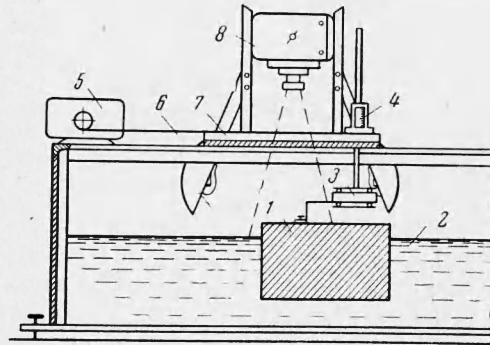
Установка представляет собой лоток с размерами  $50 \times 25 \times 50$  см (фиг. 2), над которым на высоте 30 см по рельсам движется тележка. В центре рамы тележки на шпигценмасштабе установлен динамометр, к которому жестко крепятся испытываемые модели. Тележка приводится в движение электродвигателем постоянного тока через редуктор, на шкив которого наматывается тросик, закрепленный одним концом на раме тележки. Изменение скорости движения тележки достигается сменой шкивов на валу редуктора и изменением числа оборотов мотора.

Установка позволяет получать скорость протяжки моделей от 0,5 до 70 см/сек, причем обеспечивается достаточная равномерность движения во всем указанном диапазоне скоростей. На тележке крепятся также кино- и фотоаппаратура, осветительные приборы (лампы).

Динамометр крепится между двумя подвижными рамами. Первая рама — опорная — жестко крепится к шпигценмасштабу. Вторая рама — измерительная — при помощи системы подшипников с большой базой легко перемещается по опорной раме только в строго горизонтальном направлении. К измерительной раме крепится протягиваемая модель. На подвижном конце пружины динамометра установлен движок линейного проволоочного потенциометра, включенного в сеть самопишущего прибора типа Н-370-АМ.

Скорость движения моделей измерялась специальным электросекундомером, который включался и выключался путевыми микропереключателями при прохождении тележкой фиксированных створов. Расстояние между створами 150 см.

Были проведены две серии экспериментов. В первой серии исследовалось влияние формы тел на величину и форму застойной зоны и проводились измерения силы сопротивления. Исследовалось обтекание круглых цилиндров, клина и параллелепи-



Фиг. 2. Схема установки: 1 — испытуемая модель, 2 — глинистая суспензия, 3 — динамометр, 4 — шпигценмасштаб, 5 — электродвигатель с редуктором, 6 — трос, 7 — тележка, 8 — кинокамера, 9 — осветительная аппаратура

педов. Для всех моделей проводились фотосъемка и сравнение размеров и формы застойных областей при одинаковой скорости движения, а также измерялись величины сил сопротивления при различных глубинах погружения моделей в диапазоне скоростей от 5 до 50 см/сек. Кроме того, было проведено исследование обтекания модели, лобовая часть которой имела форму застойной области, образующейся на клине при протягивании его в лотке тупым срезом вперед.

Во второй серии экспериментов преследовалась цель проверить более тщательно соответствие условий обтекания моделей на установке условиям плоского обтекания. Для этого были использованы модели, имевшие форму прямоугольных параллелепипедов, протягивание которых проводилось во всем указанном выше диапазоне скоростей движения для пяти различных глубин погружения.

Влияние боковых стенок лотка в обеих сериях опытов определялось путем протягивания подобных в плане моделей и фотографированием деформации поверхности суспензии с предварительно нанесенными на нее меловыми линиями, перпендикулярными стенкам лотка (фиг. 3).

Форма и размеры моделей указаны в таблице. Исследования проводились на суспензиях серой глины. Плотность суспензии  $\rho$  менялась от 1.39 до 1.64 г/см<sup>3</sup>. Для каждого значения плотности строилась реологическая кривая по данным замеров на ротационном вискозиметре РВ-8, и по стандартной методике определялись соответствующие значения коэффициента вязкости и предельного напряжения сдвига. Методика обработки экспериментальных данных выбиралась на основе следующих соображений.

В общем случае движения модели в лотке ее коэффициент сопротивления будет зависеть от параметров

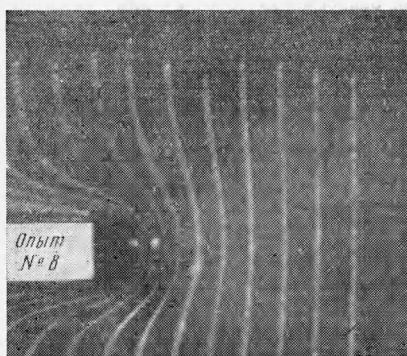
$$C_a = \Phi_1 \left( R_a, S_l, \frac{l}{a}, \frac{h}{a}, \frac{D}{a}, \frac{L}{a}, \frac{H}{a} \right) \quad (2.1)$$

где  $a$  — наибольшая толщина модели,  $D$  — ширина лотка,  $L$  — его длина и  $H$  — толщина слоя суспензии в лотке.

Сопоставление (2.1) с (1.7) показывает, что для возможности сравнения теоретических и экспериментальных результатов опыты можно было проводить так, чтобы влияние четырех последних параметров в (2.1) было устранено.

Независимость опытных данных от  $D/a$  и  $L/a$  контролировалась по результатам протягивания в лотке геометрически подобных в плане моделей (таблица).

В соответствии с общими представлениями об обтекании тел вязко-пластической среды, область течения имеет ограниченные размеры. Расположение стенок, ограничивающих объем вязко-пластической среды, внутри которого заключена область течения, не оказывает влияния на величину сопротивления тела, поскольку среда

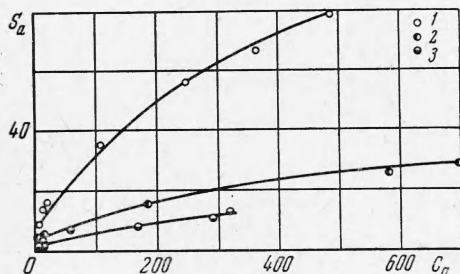


Фиг. 3. Характерный вид меловых линий на поверхности суспензии при движении модели в лотке

вне области течения находится в жестком состоянии [2]. Поэтому для контроля независимости  $C_a$  от  $D/a$  и  $L/a$  достаточно было провести фотографирование поверхности суспензии в лотке и установить, что при движении тела меловые линии сетки вблизи стенок лотка остаются практически недеформированными (фиг. 3).

Для устранения зависимости  $C_a$  от донных и поверхностных эффектов испытания каждой модели проводились при нескольких различных глубинах погружения.

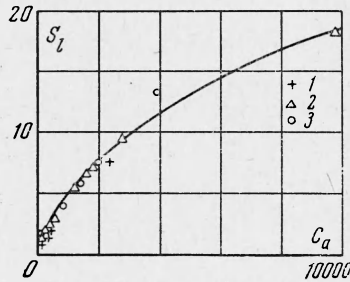
Разность в величинах сил сопротивления, измеренных при двух различных глубинах погружения модели и одной и той же скорости ее движения, для вычисления коэффициента сопротивления делилась на произведение динамического напора и приращения площади лобового сечения



Фиг. 4. Зависимость  $C_a$  от  $S_l$  для параллелепипедов: 1 —  $l = 30,6$  см; 2 —  $l = 11,0$  см; 3 —  $l = 4,8$  см

при изменении глубины погружения. Тем самым устранялась зависимость результатов экспериментов от глубины погружения модели.

По результатам обработки измерений строились графики зависимости  $C_a$  от  $S_l$  (фиг. 4–7). По условиям экспериментов, для каждой модели в процессе опытов произведение



Фиг. 5. Зависимость  $C_a$  от  $S_l$  для цилиндров: 1 —  $d = 2,0$  см; 2 —  $d = 3,5$  см; 3 —  $d = 5,0$  см

$$R_a S_l = \frac{\rho a l \tau_0}{\eta^2} = \gamma \quad (2.2)$$

оставалось постоянным, так что соотношение (2.1) могло быть представлено в двух эквивалентных формах

$$C_a = \frac{1}{\gamma} [K_1 S_l^2 + K_2 S_l^{3/2}] = \frac{\gamma^2}{R_a^2} \left[ K_1 + K_2 \sqrt{\frac{R_a}{\gamma}} \right]$$

Сплошные линии на фиг. 4–7 проведены на основе экспериментальных данных по методу наименьших квадратов. Основная аналитическая зависимость выбиралась такой, как в соотношениях (2.3). Полученные на основе этих расчетов эмпирические значения  $K_1$  и  $K_2$  приводятся к таблице.

Оценки ошибок при измерениях проводились по стандартной методике [4] и показали, что максимальная ошибка в опытах не превышала 25%.

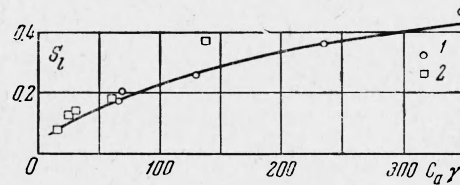
Форма моделей	Размеры, см	$K_1$	$K_2$
Параллелепипеды	$l = 30.5 \quad a = 2.3$	2.90	12.60
	$l = 11.0 \quad a = 2.3$	4.76	3.67
	$l = 4.8 \quad a = 2.3$	7.50	18.0
Параллелепипеды, квадратные в плане	$a = 2.3$	13.73	1.25
	$a = 3.5$		
Круглые цилиндры	$a = 5.0$	24.75	0
	$a = 3.4$		
	$a = 2.0$		
Клин	$a = 2.0$	80.20	19.18
	$l = 5.9$		
Тело с лобовой частью по форме застойной области	$a = 2.0$	69.30	6.32
	$l = 8.9$		

§ 3. Для случая обтекания вязко-пластической средой параллелепипедов можно из теоретических соображений определить зависимость  $K_1$  от определяющих параметров задачи. Действительно, в соответствии с [2], на границе застойной зоны, являющейся для внешнего потока линией скольжения, давление постоянно, так как граница прямолинейна. Но тогда, полагая  $P(\xi) = P_0$ , из (1.6) получим

$$K_1 = 2 + \frac{a}{l} (1 + P_0) \quad (3.1)$$

Используя найденные в результате обработки экспериментов значения  $K_1$  (таблица), определим соответствующие значения  $P_0$ . Для всех трех параллелепипедов это значение оказывается одинаковым и равным  $P_0 = 11.2$  при максимальном относительном отклонении значений  $P_0$  для каждой модели не более 7%. Зависимость  $C_a$  от  $S_l$  для параллелепипедов разной длины представлена на фиг. 4. Легко видеть, что с увеличением длины параллелепипедов скорость возрастания  $C_a$  в зависимости от  $S_l$  замедляется, что соответствует характеру указанной ранее зависимости (3.1). Порядок роста  $C_a$  определяется величиной  $K_1/\gamma$ , а последняя с ростом  $l$  при неизменном  $a$  быстро убывает.

Обратимся теперь к анализу результатов по обтеканию круглых цилиндров и параллелепипедов с квадратным основанием. Из (1.7) следует, что зависимость  $C_a$  от величин  $L/a$  и  $D/a$  может иметь место только через коэффициенты  $K_1$  и  $K_2$ . В случае, если такая зависимость отсутствует, для геометрически подобных тел величина



Фиг. 6. Зависимость  $C_a \gamma$  от  $S_l$  для квадратов: 1 —  $a = 3,5$  см; 2 —  $a = 2,3$  см

ну  $C_a$  можно представить в виде

$$C_a = \frac{1}{\gamma} f(K_1, K_2, S_l) \quad (3.2)$$

Здесь  $f$  — универсальная для данных тел функция, а  $\gamma$  определяется в соответствии с (2.2) и будет меняться от модели к модели.

Представленные на фиг. 5 и 6 зависимости  $\gamma C_a$  от  $S_l$  показывают, что все экспериментальные точки хорошо ложатся на единые кривые, позволяя заключить, что в экспериментах действительно реализовывались условия плоского обтекания тел потоком вязко-пластической среды. Эти результаты подтверждают наблюдения над поведением меловых линий вблизи стенок лотка при движении в нем моделей. Для всех моделей при всех скоростях движения эти линии оставались перпендикулярными к стенкам лотка (фиг. 3).

Условия обтекания лобовой части параллелепипедов с квадратом в основании совершенно аналогичны условиям обтекания лобовых частей удлиненных параллелепипедов. Формула (3.1) применима и в этом случае. Соответствующее значение  $P_0$  хорошо согласуется с указанным ранее значением и равно 10.7.

С другой стороны, при обтекании параллелепипедов с квадратным основанием протяженность пограничного слоя на его боковых стенках близка к протяженности пограничного слоя на круглых цилиндрах. Поэтому величины  $K_2$  для этих моделей должны иметь близкое значение, что действительно подтверждается результатами экспериментов (таблица). Результаты обработки экспериментальных данных по обтеканию клина и тела с лобовой частью по форме застойной области на клине при его движении торцом вперед представлены на фиг. 7.

Прежде всего отметим, что сопротивление указанных моделей не зависит от ориентации их по направлению движения. При изменении направления движения этих моделей на противоположное величина сопротивления движения (в пределах точности настоящих экспериментов) не изменялась.

Такой факт не имеет места при обтекании аналогичных тел вязкой жидкостью и является характерной особенностью процесса обтекания модели вязко-пластической средой.

Отличие условий обтекания тела с особой формой головной части от обтекания соответствующего клина состоит в увеличении длины пограничного слоя. Величина  $\gamma$  для тела с головкой, учитывая изменение общей длины модели, изменяется. Это приводит к соответствующему изменению  $C_a$  в зависимости от  $S_l$ , аналогично тому, как это имело место для параллелепипедов.

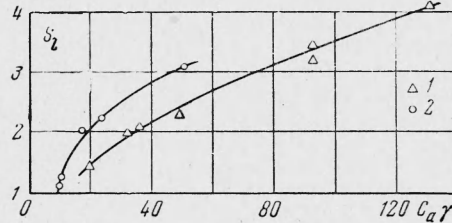
Таким образом, полученные результаты экспериментальных исследований удовлетворительно подтверждают качественные теоретические выводы о характере зависимости коэффициента лобового сопротивления тела от определяющих параметров задачи. Для геометрически подобных тел произведение  $\gamma C_a$  является универсальной функцией от  $S_l$ , которая может быть экспериментально определена на одной модели и использована для расчета обтекания тел с иными геометрическими размерами. Основными геометрическими характеристиками обтекаемого тела являются параметры  $a$  и  $l$ . Зависимость  $C_a$  от других геометрических особенностей их строения существенно более слабая. Экспериментально обнаружено, что сопротивление клинообразных тел при движении их в вязко-пластической среде не зависит от того, движется ли клин в среде торцом вперед или вершиной. Это существенно отличает процесс обтекания тел вязко-пластической средой от обтекания их при тех же условиях вязкой жидкостью.

Авторы благодарят Г. И. Баренблатта за руководство работой и С. С. Григоряна за ценные обсуждения.

Поступила 16 V 1964

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Булина И. Г., Савин В. Г. Образование передней застойной зоны при обтекании затупленных тел вязко-пластической жидкостью. Докл. АН СССР, 1962, т. 145, № 1.
2. Мясников В. П. О постановке задачи обтекания тел вязко-пластической жидкостью. ПМТФ, 1962, № 4.
3. Мясников В. П. Некоторые вопросы теории вязко-пластических течений. Канд. дис., МГУ, 1962.
4. Яковлев К. П. Математическая обработка результатов измерений. Гостехиздат, М., 1953.



Фиг. 7. Зависимость  $Oa\gamma$  от  $S_l$ : 1 — для клина и 2 — для тела с головкой по форме застойной области