

## **МЕТОДЫ АНАЛИЗА МЕЖРЕГИОНАЛЬНОГО НЕРАВЕНСТВА ПО ДОХОДАМ**

**К.П. Глущенко**

*ИЭОПП СО РАН, Новосибирский государственный университет*

### **Аннотация**

В обзоре выделяются основные подходы к эмпирическому исследованию методов анализа межрегионального неравенства по доходам (анализ пространственных рядов, временных рядов и динамики распределения доходов). Конкретные методы анализа и области их применимости описываются в рамках этой классификации.

**Ключевые слова:** доходы, валовой региональный продукт, межрегиональное неравенство, экономический рост, конвергенция

### **Abstract**

The paper provides an overview of methodologies applied to analyzing inter-regional income inequalities such as a cross-section approach, a time-series approach, and a distribution dynamics approach. In the paper we present some of them and describe the domains of their applicability.

**Keywords:** incomes, gross regional product, inter-regional inequality, economic growth, convergence

Проблема неравенства по доходам между регионами внутри стран привлекала внимание большого числа исследователей. Для России она имеет особое значение из-за существенной дифференциации ее регионов по уровню благосостояния. В научной литературе разработан обширный арсенал методов анализа межрегионального неравен-

ства по доходам. По большей части они призваны дать ответ на вопрос, имеет ли место конвергенция регионов по доходам. Однако в эмпирических исследованиях авторы не всегда критически подходят к выбору метода анализа, не учитывая область его применимости, что может приводить к неверным заключениям. Цель настоящей статьи – дать систематизированный (хотя и не исчерпывающий) обзор известных методов исследования межрегионального неравенства по доходам.

Для изучения неравенства по доходам между регионами используется инструментарий, первоначально разработанный для межстрановых исследований. По этому поводу существует два мнения. Согласно первому [1], регионы являются даже более удобным объектом применения такого инструментария, поскольку различия в предпочтениях, институтах и технологиях между регионами одной страны обычно меньше, чем между странами. Другое мнение состоит в том, что страны и регионы – далеко не аналогичные объекты вследствие гораздо большей открытости региональных экономик [2]. Но отсюда следует не отрицание возможности использования одних и тех же методов в межстрановом и межрегиональном анализе, а необходимость учета этой особенности регионов.

В частности, это касается показателей, используемых для измерения дохода. В зависимости от целей, стоящих перед исследователем, он может изучать неравенство между странами или регионами с социальной либо с экономической позиции. В первом случае его интересует дифференциация уровня и качества жизни населения (здесь исследования неравенства по доходам смыкаются с исследованиями других аспектов социально-экономического неравенства, а также бедности). Во втором случае исследователя интересуют различия в продуктивности экономик стран или регионов. Здесь изучение неравенства по доходам смыкается с исследованиями экономического роста (заключаясь, например, в тестировании моделей роста). В межстрановых исследованиях в том и другом случае душевые доходы населения и душевые ВВП являются практически взаимозаменяемым эмпирическим материалом. С регионами дело обстоит иначе. ВВП – далеко не адекватный показатель благосостояния населения региона хотя бы из-за того, что немалая его часть может потребляться за пределами региона.

В то же время денежные доходы населения из-за трансфертов могут не отражать продуктивность региональной экономики.

Другой аспект связан с обеспечением сопоставимости данных в пространстве. Для межстрановых исследований это требование очевидно и достаточно просто выполняется пересчетом показателей по отдельным странам в единую валюту по официальному курсу или, что корректнее, по паритету покупательной способности. Но оно не менее актуально и в отношении регионов одной страны, несмотря на единство валюты, поскольку ее покупательная способность значительно разнится по регионам. Например, стоимость фиксированного набора товаров и услуг различалась по регионам России на конец 2007 г. в 2,6 раза, и эту же величину составляли различия индекса стоимости жизни по городам США в IV кв. 2002 г. (рассчитано по [3, 4]). Отсюда ясно, что при рассмотрении межрегионального неравенства по доходам более корректно оперировать не номинальными, а реальными величинами<sup>1</sup>.

Термин «реальный» по отношению к некоторому стоимостному показателю означает, что последний выражен в денежных единицах с одинаковой покупательной способностью. Но смысл этого термина зависит от того, подразумевается ли сопоставимость во времени или между территориями. В первом случае показатель «очищается» от инфляции с помощью динамического индекса цен, например индекса потребительских цен. Во втором случае он «очищается» от различий цен между территориями, что требует использования территориальных индексов цен (индексов Джири – Хамиса, Элтетё – Кёвеша – Шульца и др. [5]). Официальных статистических данных о стоимости жизни в регионах нет ни в одной стране. Поэтому исследователям приходится оценивать реальные доходы населения, используя тот или иной доступный показатель в качестве индикатора регионального

---

<sup>1</sup> Следует отметить, что рассмотрение неравенства по номинальным душевым доходам, вообще говоря, не лишено смысла. Так, считается, что основанные на экономических соображениях решения о переезде в другую местность принимаются работниками исходя из сопоставления не реальных, а номинальных доходов в разных местностях. Однако область исследований, где значимы номинальные величины, довольно узкая.

уровня стоимости жизни. А при отсутствии подходящих показателей они вынуждены пользоваться номинальными доходами, приняв весьма сильное предположение о равенстве стоимости жизни в регионах.

С ВРП дело обстоит еще сложнее. Как величина созданной в регионе добавленной стоимости ВРП одного региона страны, казалось бы, сопоставим с ВРП другого ее региона. Однако это вовсе не так. Достаточно сказать, что цены строительной продукции с идентичными характеристиками значительно различаются по регионам России. И номинальные значения соответствующей составляющей ВРП не дают представления о действительно созданной в регионе стоимости в данной отрасли. Сходные соображения применимы и к другим компонентам ВРП. И приходим к проблеме, аналогичной возникающей в международных сопоставлениях, – к проблеме оценки «региональных паритетов покупательной способности». Такая оценка гораздо сложнее, чем оценка реальных доходов населения, поскольку для расчета реального ВРП недостаточно единого индикатора, отражающего межрегиональные различия цен, для каждого из основных компонентов ВРП нужен свой индикатор. Методология и методика оценки реальных ВРП в России предложена в работе [6]. Например, отличия реальных ВРП за 1999 г. от номинальных оказались весьма значительными (от –34% до +33% для произведенного и от –56% до +32% для используемого ВРП) [6]. Между тем из-за сложности подобной оценки исследователи, применяющие показатель ВРП при изучении межрегионального неравенства, как правило, вынуждены пользоваться номинальными величинами.

Открытость региональных экономик также требует явного учета в теоретико-экономических и эконометрических моделях взаимодействий и взаимовлияния регионов. К этому вопросу мы обратимся позже.

## **ТЕОРИЯ РОСТА И НЕРАВЕНСТВО ПО ДОХОДАМ**

Теоретической основой исследований динамики межрегионального неравенства по доходам является теория экономического роста. Ей посвящена обширная литература, и не было бы нужды обращаться к ней в настоящей статье, если бы не одно обстоятельство: среди ис-

следователей широко распространен стереотип, что теория экономического роста предсказывает конвергенцию экономик по доходам. По-видимому, его породили работы Р. Барро и Х. Сала-и-Мартина [1, 7], основывающиеся на неоклассических моделях роста. Однако указанный вывод вовсе не вытекает даже из этих моделей.

Рассмотрим кратко, о чем говорят такие модели (отвлекаясь от вариантов, учитывающих человеческий капитал, с эндогенной нормой накопления и т.д.; описание и анализ данных моделей содержатся в работах [1, 8]).

Имеется замкнутая односекторная экономика, описываемая производственной функцией с экзогенным трудосберегающим технологическим прогрессом  $Y = F(K, L, A)$ , где  $Y$  – валовой доход;  $K$  – физический капитал;  $L$  – число работников;  $A$  – состояние технологии. При этом  $L(t) = L(0)e^{\lambda t}$ , где  $\lambda$  – темп прироста населения,  $t$  – время;  $A(t) = A(0)e^{\gamma t}$ , где  $\gamma$  – темп технологического прогресса. Производственная функция характеризуется постоянным эффектом масштаба и убывающей предельной производительностью. Весь произведенный доход  $Y(t)$  распределяется на непроизводственное потребление и производственное накопление, так что  $\dot{K}(t) = sY(t) - \delta K(t)$ , где  $\delta$  – норма амортизации, а  $s$  – норма накопления (сбережений). Принято, что неработающее население отсутствует (т.е.  $L$  равно численности населения), поэтому душевой доход равен  $y(t) = Y(t)/L(t)$ . Так как производственная функция, по предположению, является однородной первой степени, доход в расчете на «эффективного работника»,  $\tilde{y}(t) = Y(t)/(L(t)A(t))$ , составляет  $\tilde{y}(t) = F(\tilde{k}(t), 1) = \tilde{k}(t)^\alpha$ , где  $\tilde{k}$  – фондovoоруженность эффективного работника.

Величина  $\tilde{y}$  в долгосрочном равновесии,  $\tilde{y}^* = F(\tilde{k}^*, 1)$ , определяется условием

$$s F(\tilde{k}^*, 1) = \delta \tilde{k}^*. \quad (1)$$

В случае производственной функции Кобба – Дугласа  $Y = cK^a (L A)^{1-a}$  линейно-логарифмическое приближение условия (1) в окрестности равновесия (см., например, [8]) приводит к следующему соотношению:

$$\ln \tilde{y}(t) - \ln \tilde{y}^* = (\ln \tilde{y}(0) - \ln \tilde{y}^*) e^{-\lambda t}, \quad (2)$$

где  $\lambda$  – скорость сходимости траектории роста к равновесной. При этом  $\lambda > 0$ , откуда следует  $\tilde{y}(t) \rightarrow \tilde{y}^*$  при  $t \rightarrow \infty$ . Поскольку  $y(t) = \tilde{y}(t) A(0) e^{\lambda t}$ , выражение (2) можно записать в виде

$$\ln y(t) - \ln \tilde{y}^* - \ln A(0) = t (\ln y(0) - \ln A(0) - \ln \tilde{y}^*) e^{-\lambda t}, \quad (3)$$

в котором  $\ln \tilde{y}^* - \ln A(0) - t$  представляет собой траекторию равновесного роста. Исходя из (1)  $\tilde{y}^*$  можно выразить как  $\tilde{y}^* = g((\dots) / s)$ , где  $g(\cdot)$  – некоторая функция. Для перехода к эконометрическим моделям (3) преобразуется в выражение

$$\ln y(t) - \ln y(0) = \lambda t (\ln y(0) - \ln \tilde{y}^* + \ln A(0)), \quad (4a)$$

или в эквивалентное выражение в терминах темпа роста душевого дохода

$$\ln (y(t) / y(0)) = \lambda t (\ln y(0) - \ln \tilde{y}^* + \ln A(0)), \quad (4б)$$

где  $\lambda = (1 - e^{-\lambda t}) (\ln A(0) - \ln \tilde{y}^*) / t$ ,  $e^{-\lambda t} = 1 - \lambda t$ . Часто также используется вариант (4б), в котором фигурирует среднегодовой темп роста за период  $(0, t]$ , для чего правая и левая части выражения (4б) делятся на  $t$ . Из (4б) видно, что поскольку  $\lambda > 0$  и  $\ln A(0) - \ln \tilde{y}^* > 0$ , темп роста душевого дохода тем выше, чем ниже его исходный уровень  $y(0)$ .

Какие же выводы можно сделать, если имеется совокупность экономик  $\{i\}$ , описываемых рассмотренной моделью? Пусть эти экономики однородны, т.е. имеют одинаковые производственные функции (1) и параметры  $\alpha, \beta, \gamma, s$  и  $A(0)$ , различаясь только исходным уровнем душевого дохода  $y_i(0)$ , обусловленным разной исходной фондовооруженностью  $k_i(0) = K_i(0)/L_i(0)$ . Тогда все экономики имеют одну и ту же траекторию равновесного роста, и их индивидуальные траектории сходятся к ней, причем душевые доходы в бедных экономиках растут быстрее, чем в богатых. Такая динамика носит название безусловной (или абсолютной) сходимости, ее пример показан на рис. 1а. Как видно, безусловная сходимость в конечном счете приведет к выравниванию душевых доходов между экономиками. Однако из результатов основан-

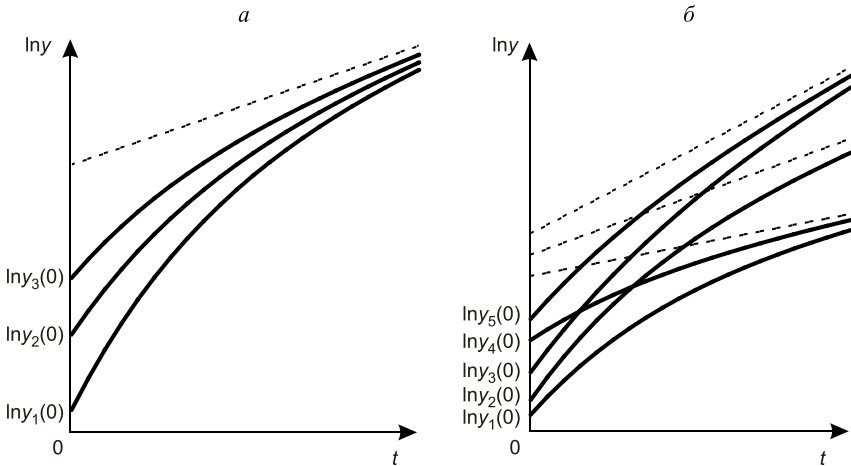


Рис. 1. Безусловная (а) и условная (б) сходимость

Прерывистой линией обозначены траектории равновесного роста

ного на (4а) или (4б) эконометрического анализа, подтверждающего гипотезу безусловной сходимости (оценка  $\beta$  значимо меньше 1 или оценка  $\beta$  значимо отрицательна), не обязательно следует конвергенция по доходам. Почему это так, будет рассмотрено в следующем разделе.

Если же экономики неоднородны, то траектория роста каждой из них сходится к ее собственной траектории равновесного роста. Такая ситуация называется условной сходимостью. В этом случае нельзя считать  $\beta_i$  константой, одинаковой для всех экономик. Она является некоторой функцией  $\beta_i = \beta_i(x_{i1}, \dots, x_{im})$ , аргументы которой представляют собой наблюдаемые параметры (например, средний темп роста населения  $\beta_i$ ) и индикаторы, описывающие, по мнению исследователя, ненаблюдаемые параметры  $A_i(0)$ ,  $\beta_i$  и т.п.<sup>2</sup> Тогда (4б) принимает вид

$$\ln(y_i(t)/y_i(0)) = \beta_i(x_{i1}, \dots, x_{im}) \ln y_i(0). \quad (5)$$

<sup>2</sup> Вообще говоря, тогда и величину  $\beta_i$  нельзя полагать одинаковой для всех экономик. Так, в модели с экзогенной нормой накопления  $\beta_i = \beta_i(1 - a)$  в окрестности равновесия [1, с. 54]. Если при этом входящие в  $\beta_i$  параметры у каждой экономики свои, разными будут и значения  $\beta_i$ .

Условная сходимости говорит только о том, что душевой доход растет тем быстрее, чем он дальше от равновесной (для данной экономики) величины, но она не может дать никакой информации о динамике неравенства по доходам. На рисунке 1б приведен пример условной сходимости. На нем имеется две группы однородных экономик: траектории роста экономик 1 и 4 сходятся к равновесной траектории  $\ln \tilde{y}_{1,4}^* = \ln A_{1,4}(0)$  к  $_{1,4}t$ , экономик 3 и 5 – к  $\ln \tilde{y}_{3,5}^* = \ln A_{3,5}(0)$  к  $_{3,5}t$ , а экономика 2 имеет отдельную траекторию равновесного роста  $\ln \tilde{y}_2^* = \ln A_2(0)$  к  $_2t$ . В целом же наблюдается дивергенция экономик по доходам.

На рисунке 1б показан частный случай. В зависимости от значений структурных параметров модели для отдельных экономик, т.е. взаимного расположения траекторий равновесного роста, и от начальных уровней душевых доходов возможны следующие варианты динамики распределения доходов в рассматриваемой совокупности экономик:

1) глобальная конвергенция экономик по доходам, например в случае, когда темп технического прогресса во всех экономиках одинаков, т.е. траектории равновесного роста параллельны и расстояние между крайними траекториями меньше исходного различия душевых доходов. Однако в отличие от безусловной сходимости неравенство по доходам в пределе не исчезает, а стабилизируется на некотором постоянном уровне;

2) дивергенция экономик по доходам, например когда каждая из них имеет свою траекторию равновесного роста и эти траектории расходятся;

3) локальная, или кластерная, конвергенция (поляризация): конвергенция происходит внутри двух или более групп однородных экономик (образно именуемых в англоязычной литературе «клубами конвергенции»). Именно такому случаю соответствует рис. 1б. При этом средний по всем экономикам показатель неравенства может как уменьшаться, так и расти.

Таким образом, неоклассические модели роста предсказывают конвергенцию по доходам в единственном случае: при весьма сильном условии однородности рассматриваемых экономик. Если оно не



выполняется, эти модели не могут сказать ничего определенного о динамике распределения доходов.

Из неоклассических моделей следует, что даже в случае условной сходимости темп роста бедных экономик должен быть выше, чем богатых. Запишем (5) в виде  $\ln(y_i(t)/y_i(0)) = f(x_{i1}, \dots, x_{im}) - \ln y_i(0)$ . Левая часть этого выражения представляет собой темп роста душевого дохода, скорректированный на специфику экономики  $i$  (на различие траекторий равновесного роста). Так как  $f > 0$ , «скорректированный» темп роста тем выше, чем меньше величина  $y_i(0)$ .

Однако имеется ряд иных моделей, из которых следует отсутствие условной сходимости. Так, если нормы сбережений для разных видов доходов различны (сберегаемая часть зарплаты составляет  $s_1$ , а сберегаемая часть доходов, получаемых в виде процентов на капитал, —  $s_2$ ), то экономика может иметь два устойчивых равновесия  $\tilde{y}_1^*$  и  $\tilde{y}_2^*$ ,  $\tilde{y}_1^* < \tilde{y}_2^*$ . Хотя такая модель вписывается в неоклассическую парадигму (постоянный эффект масштаба и падающая предельная производительность), она предсказывает поляризацию даже в случае однородных экономик: рост экономик с низким начальным уровнем душевого дохода сходится к траектории равновесного роста с  $\tilde{y}_1^*$ , а с высоким — к траектории с  $\tilde{y}_2^*$  («ловушка бедности») [9].

Из моделей экономического роста, не связанных с неоклассическими предпосылками, можно указать модель Ромера, в которой знания являются фактором производства, а предельная производительность возрастает. Эта модель приводит к следующему заключению: «уровни душевого выпуска в разных странах не обязаны сходиться, рост в менее развитых странах может постоянно быть более медленным или даже вообще отсутствовать» [10, р. 1003]. Другой пример — модели с определенными пороговыми эффектами. В модели Азариадиса — Дразена [11] производственная функция включает физический и человеческий капитал. При этом эластичность выпуска по капиталу имеет одно значение, если фондовооруженность ниже некоторого порога, и другое, когда она выше него; аналогично для человеческого капитала в расчете на одного работника. Таким образом, экономика описывается одной из четырех производственных функций, причем по мере накопления физического и человеческого капитала воз-

возможен переход от одной из них к другой. Данной модели присущи множественные равновесия  $\tilde{y}^*$ , что приводит к весьма сложной динамике роста, отличной от условной сходимости.

Рассмотрим теперь, что происходит, если модель роста учитывает открытость экономик. Вариант модели Солоу – Свана с глобальными рынками труда и капитала был предложен в работе [12]. Однако оказалось, что предположение о совершенной интеграции рынков факторов производства приводит к бесконечной скорости сходимости. В работе [7] говорится о расширенной неоклассической модели, включающей международную торговлю и глобальный рынок капитала. В такой модели возникло значительное различие между добавленной стоимостью (ВВП, ВРП) и доходами населения. В случае однородных экономик для добавленной стоимости имела место безусловная сходимость, в то время как сходимость душевых доходов отсутствовала. Однако эмпирический анализ динамики ВРП и доходов населения штатов США не подтвердил эти выводы, и в работе [1] в модель был включен ряд дополнительных условий. В новой модели различие в поведении добавленной стоимости и доходов исчезло; анализ модели показал, что возможность движения капитала между экономиками приводит к ускорению процесса сходимости. Тем не менее модель обладает некоторыми парадоксальными свойствами. Авторы работы [1] заключают, что пока нет удовлетворительного способа модифицировать модель Рамсея для случая открытой экономики. Но когда взаимодействие экономик ограничивается миграцией рабочей силы, свойства неоклассических моделей сохраняются, при этом скорость сходимости возрастает.

Иной способ взаимодействия между экономиками рассмотрен в работе [13], – это перелив человеческого капитала. Как отмечается в работе [8], будет ли сходимость в такой модели безусловной или кластерной, зависит от характера взаимодействия, т.е. от того, распространяется ли оно одинаково на все экономики или же существуют коалиции экономик, внутри которых взаимодействие сильнее, чем с экономиками, не входящими в коалицию. Модель, включающая такие коалиции в явном виде, представлена в работе [14]. Коалиции формируются из экономик со схожими уровнями человеческого капитала, по-

сколькx взаимодействие между собой позволяет им увеличить текущее потребление. Вместе с тем включение в коалицию экономики с уровнем человеческого капитала ниже среднего по коалиции замедляет рост всех членов коалиции, что является причиной устойчивости коалиций во времени.

Обратимся к случаю, когда рассматриваемая совокупность экономик представляет собой российские регионы. Применительно к ней использование неоклассических или других моделей экономического роста на промежутке 1992–1998 гг. лишено смысла, поскольку тогда имел место не рост, а спад специфической природы – трансформационный. И теоретической основой анализа должна быть та или иная специальная модель, описывающая такой процесс (ряд соответствующих моделей имеется в литературе). Но к отрезку 1999–2007 гг. теория экономического роста, казалось бы, вполне применима. Однако она имеет дело с долгосрочным периодом; серьезные эмпирические исследования охватывают интервалы в несколько десятков лет (в частности, также для того, чтобы элиминировать влияние экономических циклов). Сомнительно, что закономерности процесса экономического роста успели проявиться в России на столь коротком промежутке времени – всего лишь за восемь лет.

## МЕТОДЫ АНАЛИЗА ПРОСТРАНСТВЕННОГО НЕРАВЕНСТВА ПО ДОХОДАМ

Обобщенно можно выделить три подхода к эмпирическому исследованию межрегионального неравенства: анализ пространственных рядов, анализ временных рядов и анализ динамики распределения доходов. Для определенности далее будем говорить о регионах, хотя сказанное в данном разделе в равной степени относится и к межстрановому анализу. Регионы будут обозначаться индексом  $r$  (иногда также  $s$ );  $r = 1, \dots, N$ .

**Анализ пространственных рядов.** Пожалуй, самым популярным методом в исследованиях межрегионального неравенства по доходам является анализ  $\beta$ -сходимости (хотя в русскоязычной литературе прижился термин « $\beta$ -конвергенция»), мы специально заменяем его другим,

чтобы подчеркнуть отличие  $\sigma$ -сходимости от конвергенции по доходам). Основанием для применения метода, в дополнение к указанному в предыдущем разделе стереотипу, служит еще один: что из  $\sigma$ -сходимости следует конвергенция регионов по доходам. При этом также ссылаются на Р. Барро и Х. Сала-и-Мартина, хотя сами они постоянно подчеркивают, что это не так (см., например, [1, p. 51–52, 462–465]).

При анализе  $\sigma$ -сходимости используются эконометрические версии уравнений (4а), (4б), (5). Рассматриваются душевые доходы в регионах  $\{y_{rt}\}$  в два момента времени:  $t = 0$  и  $t = T$ . С учетом случайных отклонений  $\epsilon_r$  (4а) и (4б) приобретают, соответственно, вид

$$\ln y_{rT} = \ln y_{r0} + \epsilon_r, \quad (6а)$$

$$\ln (y_{rT} / y_{r0}) = \epsilon_r; \quad (6б)$$

объясняемую переменную в (6б) часто представляют в виде среднегодовых темпов роста:

$$\ln (y_{rT} / y_{r0}) / T = \epsilon_r. \quad (6в)$$

Когда используется модель (6а), тестируется гипотеза  $H_0: \epsilon_r = 0$ , а когда модель (6б) или (6в) – гипотеза  $H_0: \epsilon_r = 0$ . Если гипотеза не отвергается, то имеет место безусловная  $\sigma$ -сходимость.

В уравнении (5) функция  $(x_{r1}, \dots, x_{rm})$ , как правило, представляет в линейно-логарифмическом виде, что приводит к следующему его эконометрическому варианту:

$$\ln (y_{rT}/y_{r0})/T = \alpha_0 + \alpha_1 \ln x_{r1} + \dots + \alpha_m \ln x_{rm} + \epsilon_r. \quad (7)$$

Напомним, что  $x_{r1}, \dots, x_{rm}$  – переменные, описывающие (по мнению исследователя) параметры, входящие в неоклассическую модель роста. Если гипотеза  $H_0: \alpha_i = 0$  в (7) не отвергается, то имеет место условная  $\sigma$ -сходимость.

Обратимся сначала к безусловной  $\sigma$ -сходимости. Отрицательная связь между темпом роста душевого дохода и исходным уровнем дохода ( $\alpha_i < 0$ ) означает, что душевой доход в бедных регионах растет быстрее, чем в богатых. При этом, казалось бы (и как следует из рис. 1а), неравенство по доходам между регионами должно сокращаться, – например, с ростом  $t$  должна уменьшаться дисперсия логарифмов душевого дохода  $\frac{2}{t} \text{Var}(\ln y_t)$ . Такое умозаключение было

бы верным, если бы динамика роста строго следовала теоретическим траекториям, изображенным на рис. 1а. Тогда исходно более бедный регион постоянно оставался бы беднее, чем более богатый, хотя разрыв в доходах между ними непрерывно сокращался бы; другими словами, ранжирование регионов по доходам оставалось бы неизменным. Но в жизни-то дело обстоит не так. Из-за каких-то обстоятельств, не учитываемых в теоретической модели (случайных возмущений  $\epsilon_t$  в ее эконометрическом варианте), часть регионов может «обгонять» свою теоретическую траекторию, а значит, и опережать другие регионы (вместо того, чтобы догонять их), а часть – «отставать» от нее<sup>3</sup>. Другими словами, имеет место относительная мобильность регионов (более подробно о ней будет сказано при рассмотрении методов анализа динамики распределений). В этом случае  $\beta$ -сходимость не обязательно приводит к конвергенции по доходам, в частности к снижению  $\frac{y_t}{y_0}$ , т.е. к  $\beta$ -конвергенции (к ней мы также вернемся позже). Вывод о  $\beta$ -конвергенции на основе того, что оценка  $\beta$  в (6а) меньше 1, – аналог парадокса Гальтона<sup>4</sup>, на что указывали целый ряд авторов [16–18 и др.].

Эти неформальные рассуждения можно облечь в строгую форму [1, р. 50–51]. Примем, что динамика доходов описывается уравнением (6а) с  $\beta < 1$  для моментов времени  $t - 1$  и  $t$  вместо 0 и  $T$ . Пусть  $N$  достаточно велико, а остатки регрессии  $\epsilon_t$  имеют нулевое среднее, одинаковую для всех регионов дисперсию  $\sigma^2$  и не зависят от времени и ре-

<sup>3</sup> Приведем прозрачный пример. Есть две страны с несинхронными экономическими циклами. Если на каком-то отрезке времени более бедная страна находится в фазе подъема цикла, а более богатая – в фазе спада, то более бедная страна может на некоторое время опередить более богатую.

<sup>4</sup> Ф. Гальтон обнаружил, что у высоких родителей взрослые дети обычно ниже их, а у низких родителей – выше (отсюда, кстати, и происходит термин «регрессия») [15]. Из этого, казалось бы, следует вывод, что со временем рост всех взрослых людей должен стать одинаковым (вопреки встречающимся в литературе утверждениям, сам Гальтон вовсе не делает такого вывода, – напротив, он объясняет, почему этого не происходит [15, р. 256], так что названия «парадокс Гальтона» или «заблуждение Гальтона» несправедливы). Если отвлечься от некоторых деталей, формальная запись найденной Гальтоном зависимости – это как раз уравнение (6а) (без логарифмов) с  $\beta = \frac{2}{3}$ .

гиона. Тогда предел  $\frac{2}{t}$  при  $t \rightarrow \infty$  равен  $2 - 2 / (1 - 2)$ , а дисперсия логарифмов доходов имеет динамику  $\frac{2}{t} - 2 \left( \frac{2}{0} - 2 \right) 2t$ , где  $\frac{2}{0}$  – значение  $\frac{2}{t}$  при  $t = 0$ . Следовательно, неравенство по доходам будет снижаться только при  $\frac{2}{0} > 2$ ; в противном случае оно растёт, несмотря на наличие  $\alpha$ -сходимости. Отсюда также вытекает, что из  $\alpha$ -конвергенции следует  $\beta$ -сходимость, обратное же неверно.

Таким образом, для анализа тенденций межрегионального неравенства по доходам разумнее анализировать непосредственно динамику какого-либо показателя неравенства. Если имеет место конвергенция по доходам, то анализ  $\beta$ -сходимости не даёт никакой дополнительной информации. Если же конвергенции нет, то результаты анализа  $\beta$ -сходимости могут ввести в заблуждение.

Приведем яркий пример таких случаев. В качестве  $y_{r0}$  возьмем среднедушевые (номинальные) денежные доходы по регионам России за 2005 г. [3, с. 157–158], рассматривая составные субъекты Федерации как единые регионы (тогда число регионов – без Чеченской Республики – составляет 79). Данные для конечного момента времени  $y_{rT}$  построим так, чтобы распределение доходов осталось прежним, гарантируя отсутствие конвергенции регионов по доходам. Для этого просто поменяем местами доходы в регионах, соседствующих друг с другом в исходной таблице. Результаты оценки регрессии (6в) с такими переменными (принято, что  $T = 1$ ) содержатся в первой строке таблицы.

### Парадоксы $\beta$ -сходимости

Регрессия	Константа			
	Оценка	<i>p</i> -значение	Оценка	<i>p</i> -значение
$\ln(y_{rT}/y_{r0}) = \alpha + \ln y_{r0} + \beta$	5,992 (0,945)	0,000	-0,687 (0,108)	0,000
$\ln(y_{r0}/y_{rT}) = \alpha + \ln y_{rT} + \beta$	5,992 (0,945)	0,000	-0,687 (0,108)	0,000
$\ln(y_{rT} / y_{r0}) = \alpha + \ln y_{r0} + \beta$	11,985 (1,889)	0,000	-0,375 (0,217)	0,087
$\ln(y_{r0} / y_{rT}) = \alpha + \ln y_{rT} + \beta$	5,992 (0,945)	0,000	-0,844 (0,054)	0,000

*Примечание:* в скобках приведены стандартные ошибки оценок.

Несмотря на то что за промежуток времени от 0 до  $T$  неравенство не изменилось (стандартное отклонение логарифмов дохода  $(\ln y_0) = (\ln y_T) = 0,407$ , коэффициент Джини  $G(y_0) = G(y_T) = 0,237$ ), регрессионный анализ говорит о  $\beta$ -сходимости ( $\beta < 0$ ). Вот он, парадокс Гальтона! Естественно ожидать, что если  $\beta$ -сходимость имеет место при переходе от  $\{y_{t0}\}$  к  $\{y_{tT}\}$ , то в обратную сторону (от  $\{y_{tT}\}$  к  $\{y_{t0}\}$ ) ее быть не должно. Но вторая строка таблицы показывает, что и в обратную сторону наблюдается  $\beta$ -сходимость (к тому же оценки регрессии вообще не меняются). Более того,  $\beta$ -сходимость, причем двухсторонняя, может обнаруживаться и при росте неравенства по доходам. Возведем доходы в момент  $T$ , построенные указанным выше способом, в квадрат:  $y_{tT} \rightarrow y_{tT}^2$ . Тогда показатели неравенства в конечный момент  $T$  увеличиваются вдвое и больше по сравнению с исходным моментом 0:  $(\ln y_T) = 0,815$ ,  $G(y_T) = 0,503$ . Результаты оценки соответствующей регрессии приведены в третьей строке таблицы. Оценка  $\beta$  снова отрицательна (и значима на уровне 10%)! В обратную сторону тоже имеет место  $\beta$ -сходимость (четвертая строка таблицы), но здесь это уже не противоречит здравому смыслу, поскольку при переходе от  $\{y_{tT}\}$  к  $\{y_{t0}\}$  неравенство снижается.

Не следует думать, что рассмотренные парадоксы появляются только в искусственных примерах. Так, двухсторонняя  $\beta$ -сходимость наблюдается для душевых номинальных доходов по российским регионам в 1995 и 2001 гг. с  $\beta = -0,054$  в прямом направлении времени и  $\beta = -0,055$  – в обратном; правда, обе оценки значимы лишь на уровне 15% (рассчитано по данным статистического сборника [3]). В работе [18] обнаружена двухсторонняя  $\beta$ -сходимость (в прямом направлении  $\beta = -0,21$ , в обратном  $\beta = -0,43$ ) при рассмотрении доходов по странам Латинской Америки в 1960 и 1998 гг.

Иногда высказывают мнение, что безусловная  $\beta$ -сходимость – действительно сомнительный инструмент анализа тенденций пространственного неравенства, однако к условной  $\beta$ -сходимости это не относится. Но, во-первых, как было показано в предыдущем разделе, условная  $\beta$ -сходимость вообще не может дать никакой информации о динамике неравенства по доходам. Во-вторых, все сказанное выше относительно безусловной  $\beta$ -сходимости справедливо и для условной, поскольку

регрессия (7) наследует все недостатки (6а)–(6в). Представим (7) в эквивалентном виде, аналогичном (6а):

$$\ln y_{rT} = \ln y_{r0} + \left( \beta_0 + \beta_1 \ln x_{r1} + \dots + \beta_m \ln x_{rm} \right) \cdot r. \quad (8)$$

Условная  $\beta$ -сходимость означает, что сходимость будет наблюдаться при условии учета различий региональных экономик (т.е. траекторий равновесного роста), описываемых переменными  $x_{r1}, \dots, x_{rm}$ . Другими словами, как говорилось в предыдущем разделе, можно скорректировать душевые доходы  $y_{rT}$  (или темп роста доходов) на региональные различия,  $\ln y_{rT}^{\circ} = \ln y_{rT} - (\beta_0 + \beta_1 \ln x_{r1} + \dots + \beta_m \ln x_{rm})$ ,

и тогда сходимость станет безусловной. Поскольку параметры  $\beta_0, \dots, \beta_m$  неизвестны, скорректированные доходы рассчитываются как  $\ln y_{rT}^{\circ} = \ln y_{rT} - \beta_r$ , где  $\beta_r$  – оценки остатков регрессии  $\ln y_{rT} = \beta_0 + \beta_1 \ln x_{r1} + \dots + \beta_m \ln x_{rm} + \beta_r$ .

После чего из (8) получаем  $\ln y_{rT}^{\circ} = \ln y_{r0} + \beta_r$  или  $\ln (y_{rT}^{\circ} / y_{r0}) / T = \beta_r$ , т.е. регрессию,

полностью аналогичную (6в). И применительно к ней можно снова говорить о парадоксе Гальтона и т.п.

С условной  $\beta$ -сходимостью сопряжена и специфическая проблема связи между исходной теоретической моделью роста и регрессией вида (8). Если возвратиться к теоретическому соотношению (3), то в регрессии (8), по сути, оцениваются  $\tilde{y}_r^* = g((x_{r1}, \dots, x_{rm}) / s_r)$ , т.е. параметры функции  $g(\cdot)$ , и, возможно,  $A_r(0)$  и  $s_r$ , выраженные как функции других экономических переменных. Дополнительные переменные  $x_{r1}, \dots, x_{rm}$  выбираются применительно к конкретному случаю, при этом выбор обосновывается некоторыми эвристическими соображениями. В работе [8, р. 277–281] перечисляется несколько десятков показателей, использовавшихся различными авторами в качестве переменных  $x_{rj}$  в межстрановых исследованиях (среди них, например, такие, как уровень коррупции, господствующая религия, степень правопорядка). Далеко не ясно, каким образом такие переменные могут входить в теоретическую модель, а если будут включены в нее, приведет ли это к регрессии вида (8). Отсутствуют также более или менее строгие основания представления функции  $g(\cdot)$  ( $x_{r1}, \dots, x_{rm}$ ) в линейно-логарифмическом виде. Еще одна проблема – возможность эн-



догенности переменных (обратной причинной зависимости), когда изменение значения некоторой переменной  $x_{ij}$  вносит некоторый вклад в экономический рост, а наоборот, само это изменение вызвано ростом.

Развитием анализа пространственных рядов является анализ панельных данных, в котором панель трактуется как совокупность пространственных рядов, наблюдаемых в несколько моментов времени. Этот метод позволяет лучше учесть неоднородность регионов, а также принять во внимание изменение параметров во времени. Однако все принципиальные проблемы, связанные с  $\beta$ -сходимостью, остаются (и к ним добавляются новые, связанные со спецификой панельного анализа). Не останавливаясь на этом вопросе, отсылаем читателя к работам [2, 8].

Итак, и безусловная, и условная  $\beta$ -сходимости бесполезны в исследованиях тенденций динамики межрегионального неравенства по доходам. Их широкое использование в таких исследованиях основано на массовом заблуждении, порожденном двумя рассмотренными стереотипами. Значит ли это, что сама концепция  $\beta$ -сходимости порочна? Отнюдь. Дело не в ней самой, а в неверной ее интерпретации, использовании не по назначению. С помощью анализа  $\beta$ -сходимости пытаются получить ответ на вопрос, на который этот метод в принципе не способен ответить. Эмпирический анализ  $\beta$ -сходимости позволяет только выяснить, обладает ли поведение экономик свойствами, вытекающими из той или иной модификации неоклассической модели роста. Сфера его применения довольно узкая, – это верификация теоретических моделей экономического роста<sup>5</sup>.

Не отрицает все сказанное выше и корректность использования анализа пространственных рядов (как и панелей) для изучения межрегионального неравенства по доходам. Регрессии типа (7) и (8) вполне применимы в этих целях, если отказаться от неверной интерпретации  $\beta$ -сходимости или вообще отойти от этой концепции. В последнем случае исследователь уже не связан той моделью роста, которой порождена данная концепция (а знак  $\beta$  или  $\beta_1$  не несет в себе предпо-

---

<sup>5</sup> Правда, и тут возможности данного метода весьма ограничены, на что указывалось во многих работах, например в [8] (добавим к этому, что непонятно также, как интерпретировать случаи двухсторонней  $\beta$ -сходимости). Однако этот вопрос выходит за рамки настоящей статьи.

ределенной интерпретационной нагрузки); исходные доходы  $Y_{i0}$  могут вообще отсутствовать в составе объясняющих переменных. Цель анализа теперь состоит не в том, чтобы определить, имеет ли место конвергенция регионов по доходам, а в том, чтобы выяснить, от чего зависит душевой доход или темп его роста в регионе, т.е. чем определяется межрегиональное неравенство. Его можно назвать «причинно-следственным анализом пространственных рядов».

Однако проблема связи с экономической теорией не исчезает. Почти всегда можно подобрать некоторый набор переменных, которые будут значимо связаны с объясняемой переменной. И тогда возникают вопросы: каковы теоретические основания найденной зависимости? каков механизм воздействия факторов, описываемых подобранными переменными, на изучаемое явление? Лучшим ответом на эти вопросы была бы теоретическая модель (как исходный пункт анализа или как его результат), но зачастую авторы таких работ ограничиваются качественными соображениями.

Как указывалось в начале статьи, вследствие открытости региональных экономик эконометрические модели должны явно учитывать взаимодействия и взаимовлияния регионов. Очевидный способ – включение в регрессию переменных, характеризующих взаимодействие регионов. Например, в работе [1] при анализе сходимости между регионами ряда стран в регрессии (7) наряду с другими переменными присутствует среднегодовое сальдо миграции в регион<sup>6</sup>. Однако такой способ описания взаимодействия регионов не является исчерпывающим, всегда остаются не учтенные (например, ненаблюдаемые) пути влияния регионов друг на друга. Это приводит к явлению, аналогичному автокорреляции во временных рядах, – пространственной автокорреляции. Наличие пространственной автокорреляции вызывает сходные последствия – смещенность ошибок оценок регрессии (в некоторых случаях возможна и несостоятельность самих оценок), что приводит к смещению статистических выводов.

<sup>6</sup> К слову, это может служить иллюстрацией к отмеченной выше проблеме эндогенности. Вполне вероятно, что положительное сальдо миграции в регион является не причиной более высоких темпов экономического роста в нем, а следствием: ускоренный рост доходов стимулирует приток мигрантов из других регионов.

Ось времени одномерна и наблюдения на ней естественно упорядочены, наблюдение с лагом (предшествующее данному) всегда единственно. В пространстве это не имеет места, поэтому явление автокорреляции в пространственных рядах гораздо сложнее, чем во временных. Имеется специальная область эконометрики, занимающаяся пространственной автокорреляцией, – пространственная эконометрика [19–22]. В ней разработано несколько подходов к моделированию пространственных взаимовлияний.

Пусть исходной является регрессионная модель  $z_r = \beta_0 + \beta_1 x_{r1} + \dots + \beta_m x_{rm} + \epsilon_r$ , в матричной записи

$$\mathbf{z} = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon}, \quad (9)$$

где  $\mathbf{z}$  – вектор-столбец объясняемой переменной размерности  $N - 1$  (например, душевые доходы в регионах или темп их роста);  $\mathbf{X}$  – матрица объясняющих переменных, включая константу, размерности  $N - 1$ ;  $\boldsymbol{\beta}$  – вектор-столбец оцениваемых коэффициентов размерности  $(m + 1) \times 1$ ;  $\boldsymbol{\epsilon}$  – вектор-столбец остатков регрессии размерности  $N - 1$ . Подходы различаются способом моделирования пространственных эффектов, модифицирующим исходную модель (9). Выбор того или иного подхода определяется содержательными соображениями, обсуждаемыми в работах [2, 20]. Один из подходов основывается на том, что объясняемые переменные предполагаются автокоррелированными. Включение в (9) авторегрессионного члена дает модель пространственной авторегрессии (spatial autoregression model)

$$\mathbf{z} = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{Wz} + \boldsymbol{\epsilon}. \quad (10)$$

В этой модели  $\boldsymbol{\beta}$  – коэффициент авторегрессии, а  $\mathbf{Wz}$  – пространственный лаг, являющийся аналогом предшествующего наблюдения (переменной с лагом) в моделях временных рядов. Обозначим  $\mathbf{Wz} = \mathbf{z}_{(-1)} = (z_{r(-1)})$ . Для данного  $r$  пространственный лаг представляет собой взвешенное среднее пространственных наблюдений (отличных от  $r$ -го, поскольку всегда принимается  $w_{rr} = 0$ ):

$$z_{r(-1)} = \sum_{s=1}^N w_{rs} z_s.$$

Матрица пространственных весов  $\mathbf{W} = (w_{rs})$  имеет размерность  $N \times N$ , ее элементы  $w_{rs}$  характеризуют вклад региона  $s$  во влияние на величину  $z_r$  в регионе  $r$ ; обычно их нормируют так, чтобы сумма по строке матрицы равнялась единице. Наиболее часто  $\mathbf{W}$  представляет собой «матрицу соседства»:  $w_{rs} = 1/n_r$ , если регионы  $r$  и  $s$  соседствуют друг с другом (имеют общую границу), и  $w_{rs} = 0$  в противном случае;  $n_r$  – общее число регионов, соседних с  $r$ . Тогда пространственный лаг региона является просто средним значением величин  $z_s$  в соседних регионах. Однако единого рецепта выбора весов нет. Альтернативный способ построения матрицы соседства – это считать соседними регионы, расстояние между которыми не превышает некоторую заданную величину. В качестве весов  $w_{rs}$  используют также убывающие функции расстояния (физического или экономического) между регионами.

Другой подход состоит в том, что автокоррелированными считаются остатки регрессии (9), что приводит к модели пространственной автокорреляции остатков (spatial error model)

$$\mathbf{z} = \mathbf{X}\beta + \mathbf{W}\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (11)$$

В этой модели автокоррелированы и объясняемая, и объясняющие переменные: если объединить оба уравнения модели (11), получим  $\mathbf{z} = \mathbf{X}\beta + \mathbf{W}\mathbf{z} - \mathbf{W}\mathbf{X}\beta + \boldsymbol{\varepsilon}$ .

Наличие пространственных лагов в регрессиях (10) и (11) приводит к эндогенности и, следовательно, неприменимости обычного метода наименьших квадратов. Для них нужны специальные методы оценивания: метод максимального правдоподобия, обобщенный метод моментов, метод инструментальных переменных и др.

Еще один подход, как и предыдущий, основан на предположении о том, что остатки регрессии (9) скоррелированы между собой, но модифицируется не сама регрессия, а матрица ковариаций ее остатков

$(\text{cov}(z_r, z_s))$  и используется обобщенный метод наименьших квадратов. При этом необходимы какие-либо предположения о строении  $\text{cov}(z_r, z_s)$ . Так, естественно предположить, что взаимовлияние регионов убывает с расстоянием между ними  $L_{rs}$ , приняв, например, что  $\text{cov}(z_r, z_s) = \exp(-L_{rs})$ ,  $L_{rs} > 0$ . Коэффициенты  $\beta_r$  и  $\beta_s$  оцениваются с помощью регрессии  $\beta_r = \frac{\text{cov}(z_r, z_s)}{\text{cov}(z_r, z_r)}$ ,  $\beta_s = \frac{\text{cov}(z_r, z_s)}{\text{cov}(z_s, z_s)}$ , где  $\{z_r\}$  – оценки

остатков регрессии (9), после чего с помощью полученной матрицы ковариаций заново оцениваются коэффициенты регрессии (9).

Нужно отметить, что несмотря на важность пространственных взаимовлияний (и весьма вероятную опасность ошибочной спецификации эконометрической модели при пренебрежении ими), методы пространственной эконометрики нечасто применяются при анализе пространственных рядов.

**Анализ временных рядов.** То, что в действительности долгосрочная динамика душевых доходов в регионах следует трендам, изображенным на рис. 1, отнюдь не факт. Не исключено, что для каждого региона она представляет собой, например, случайное блуждание с дрейфом. Хотя никакой тенденции к конвергенции регионов по доходам в этом случае не имеется, в некоторые моменты времени доходы в регионах могут случайно сблизиться. Отсюда вытекает целесообразность непосредственного изучения динамики, т.е. моделирования временных рядов душевых доходов в регионах.

Метод, использованный Дж. Карлино и Л. Миллсом [23], базируется на неоклассической модели роста. Если говорить упрощенно, его идея состоит в следующем. Предполагается, что душевой доход в регионе  $y_{rt}$  относительно среднего по стране стремится к равновесному значению  $y_r^*$  (различие равновесий по регионам соответствует условной сходимости). Тогда  $\ln y_{rt} = \ln y_r^* + d_{rt}$ , где  $d_{rt}$  – отклонение от равновесия, моделируемое линейным трендом со случайными возмущениями;  $d_{rt} = d_{r0} + r \cdot t$ ,  $r$  – скорость сходимости к равновесию (в отличие от модели  $\beta$ -сходимости, своя для каждого региона). Отсюда  $\ln y_{rt} = (\ln y_r^* + d_{r0}) + r \cdot t$ . Если исходное отклонение от равновесия положительно ( $d_{r0} > 0$ ), следует ожидать, что тренд окажется отрицательным ( $r < 0$ ), и наоборот. Приняв, что стохастический процесс  $d_{rt}$  – авторегрессионный первого порядка<sup>7</sup>,  $d_{rt} = \rho \cdot d_{r,t-1} + \epsilon_{rt}$ , получим  $\ln y_{rt} = r + \ln y_{r,t-1} + \epsilon_{rt}$ , где  $r = (1 - \rho) \cdot (\ln y_r^* + d_{r0})$ . Цель эконо-

<sup>7</sup> Это условие использовано только для простоты изложения. На самом деле в работе [23] (а также в [24, 25]) приняты более общие предположения о характере автокорреляции.

метрического анализа – определить, действительно ли динамика душевых доходов в регионе описывается данной моделью. Это будет иметь место, если ряд  $\{\ln y_{rt}\}_{t=0, \dots, T}$  стационарен относительно тренда, т.е. когда  $\lambda = 1$  (отвергается гипотеза единичного корня  $\lambda = 1$ ). Такой случай назван стохастической сходимостью.

Нетрудно видеть, что рассмотренный метод представляет интерес только с точки зрения верификации моделей экономического роста, информации относительно конвергенции регионов по доходам он не дает. Действительно, допустим, что мы обнаружили стохастическую сходимость для всех рассматриваемых регионов. Это означает, что траектории логарифмов относительных душевых доходов описываются линейными трендами со своей скоростью  $\alpha$  у каждого региона, причем у части регионов она положительна, а у части – отрицательна. Поскольку равновесные величины  $y_r^*$  ненаблюдаемы, невозможно сказать, какова динамика распределения доходов во всей совокупности регионов, происходит ли конвергенция или дивергенция регионов по доходам.

А. Бернар и С. Дурлауф предложили иной путь [24]. В соответствии с их определением, сходимость душевых доходов между регионами  $r$  и  $s$  имеет место, если

$$\lim_t E(\ln y_{rt} - \ln y_{st}) = 0, \quad (12)$$

где  $E(\cdot)$  означает математическое ожидание. Это выражение следует из неоклассической модели роста (см. уравнение (3)) для пары однородных регионов. Для тестирования временных рядов на соответствие определению (12) использована модель  $\ln y_{rst} = \alpha_t$ , где  $\ln y_{rst} = \ln y_{rt} - \ln y_{st}$ . Приняв, что  $\alpha_t = \alpha_{t-1} + \epsilon_t$ , получаем стандартное уравнение тестирования временного ряда на стационарность:  $\ln y_{rst} = \alpha + \epsilon_t$ . Ряд  $\{\ln y_{rst}\}_{t=0, \dots, T}$  стационарен и, следовательно, удовлетворяет соотношению (12) при  $\alpha = 0$ .

Близкий метод предложен П. Эвансом и Г. Каррасом [25]. При этом вместо (12) используется условие вида  $\lim_t E(\ln y_{rt} - \ln y_t) = \alpha_r$ , где  $y_t$  – среднее по всем регионам, а  $\alpha_r$  – произвольная константа. Это позволяет анализировать как безусловную ( $\alpha_r = 0$  для всех  $r$ ), так и условную ( $\alpha_r \neq 0$ ) сходимость. Главное же отличие состоит в анали-

зе сходимости не между парами регионов, а всех регионов друг к другу, для чего тестируется стационарность панели размерности  $T \times N$ , трактуемой как совокупность временных рядов  $\ln y_{rt} - \ln y_t$ , наблюдаемых в  $N$  объектах.

Б. Хобейн и Ф.Г. Фрэнсис [26] определяют сходимость доходов непосредственно в терминах стационарности. Наряду с соответствующим тестом они предлагают алгоритм выявления кластеров регионов, доходы в которых сходятся друг к другу.

Выражение (12) непосредственно говорит о конвергенции регионов  $r$  и  $s$  по доходам. Для всей совокупности регионов она будет происходить, если (12) выполняется для  $N - 1$  пары регионов, в которых один из элементов зафиксирован как база сравнения. Однако метод тестирования временных рядов на соответствие определению (12), используемый в работе [24], гораздо уже данного определения (отметим, что оно и не эквивалентно определению стационарности временного ряда). Стационарность ряда  $\{\ln y_{rst}\}_{t=0, \dots, T}$  означает, что доходы в регионах  $r$  и  $s$  совпадают с точностью до случайных возмущений, т.е. собственно процесс конвергенции уже завершился и динамика доходов в обоих регионах определяется траекторией равновесного роста. О чем же говорит тест на стационарность? О том, что действие единичного случайного возмущения временно, вызванное им отклонение от траектории  $\ln y_{rst} = 0$  постепенно затухает (уменьшаясь наполовину за время  $-\ln 0,5 / \ln$ ) и различие доходов возвращается на прежнюю траекторию. Таким образом, здесь сходимость описывает краткосрочные свойства динамики доходов – поведение временных отклонений от заданной долгосрочной траектории  $\ln y_{rst} = 0$ .

Если же происходит конвергенция как таковая, т.е. постоянное уменьшение разрыва в доходах между  $r$  и  $s$ , то ряд  $\ln y_{rst}$ , удовлетворяя определению (12), оказывается нестационарным. В этом случае сочетаются две сходимости: долгосрочная – сходимость долгосрочных трендов доходов в регионах  $r$  и  $s$  друг к другу (т.е. сходимость  $\ln y_{rst}$  к 0) и краткосрочная, как в предыдущем случае, – сходимость фактических траекторий, испытывающих действие краткосрочных возмущений, к долгосрочным трендам (т.е. стационарность  $\ln y_{rst}$  *относительно долгосрочного тренда*). Различие между долгосроч-

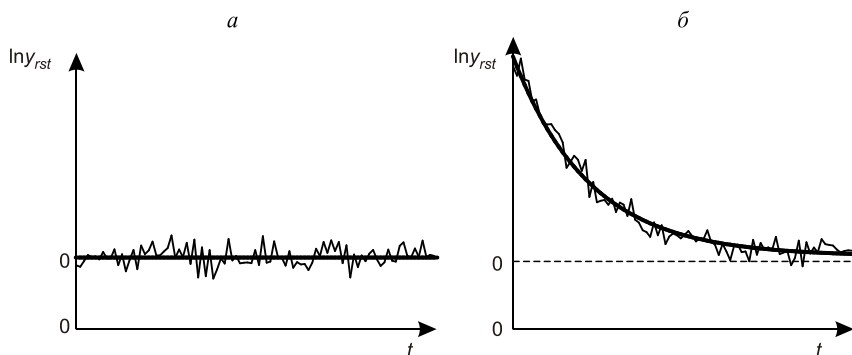


Рис. 2. Краткосрочная и долгосрочная сходимость

Жирные линии – долгосрочный тренд, светлые – наблюдаемая динамика

ной и краткосрочной сходимостями показано на рис. 2, где изображены случай, соответствующий гипотезе, тестируемой в работе [24] (см. рис. 2а), и процесс, сочетающий долгосрочную и краткосрочную сходимости (см. рис. 2б). Такие процессы метод тестирования, предложенный А. Бернардом и С. Дурлауфом, не выявляет (что отмечают они сами в работе [27]).

С. Нахар и Б. Индер, основываясь на определении (12), предприняли попытку преодолеть этот недостаток, разработав тест на долгосрочную сходимость [28]. Идея их метода состоит в следующем. Динамика различия доходов в паре регионов описывается как  $(\ln y_{rst})^2 = h(t) + \epsilon_t$ , где  $h(t)$  – долгосрочный тренд;  $\epsilon_t$  – случайные возмущения, удовлетворяющие стандартным условиям. Функция  $h(t)$  аппроксимируется полиномом некоторой степени  $k$ , тогда  $(\ln y_{rst})^2 = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \dots + \alpha_k t^k + \epsilon_t$ . Если долгосрочная сходимость (конвергенция регионов по доходам) имеет место, то  $h(t)$  – убывающая функция времени, и для всех  $t$  должно выполняться  $dh(t)/dt < 0$ . Тестируемой гипотезой является отрицательность среднего по времени этой производной:

$$\frac{1}{T} \int_0^T \frac{dh(t)}{dt} dt \stackrel{k}{=} \sum_{i=1}^k \frac{\alpha_i}{T} \int_0^T t^{i-1} dt < 0.$$



Что, однако, не эквивалентно отрицательности производной во всех точках, и поэтому тест является некорректным. Это легко видеть, перейдя к непрерывному времени:

$$\frac{1}{T} \int_0^T \frac{dh(t)}{dt} dt = \frac{1}{T} (h(T) - h(0)) > 0.$$

Таким образом, для принятия гипотезы конвергенции достаточно лишь, чтобы  $h(T) < h(0)$ . Очевидно, что в общем случае о долгосрочной сходимости это отнюдь не свидетельствует: данному тесту может, например, удовлетворять U-образная траектория различия доходов. Кроме того, тест не учитывает возможность автокорреляции остатков регрессии, т.е. отсутствия краткосрочной сходимости.

Первый недостаток метода Нахара – Индера обусловлен слишком общим представлением долгосрочного тренда. От него можно избавиться, например, ограничив класс функций  $h(t)$  асимптотически затухающими трендами. Способ избавления от второго недостатка очевиден: нужно отказаться от условия некоррелированности остатков регрессии, представив их в виде автокорреляционного процесса. Эти способы использованы в работе [29], правда, в ином контексте – для анализа ценовой конвергенции регионов. В качестве долгосрочного асимптотически затухающего тренда была принята функция  $h(t) = \ln(1 - e^{-\lambda t})$ ,  $\lambda > 0$ , где  $\lambda$  и  $\mu$  – оцениваемые параметры тренда.

Более общий метод разработали П.Ч.Б. Филлипс и Д. Сул [30]. Динамика доходов в некоторой совокупности экономик описывается панельной моделью  $\ln y_{rt} = \alpha + \beta \ln y_{rt-1} + \gamma_r L(t) + \epsilon_{rt}$ , где  $\alpha$  – общая для всех регионов компонента динамики, а  $\beta$  – компонента, специфичная для региона  $r$ . Последняя, в свою очередь, моделируется как  $\ln y_{rt} = \alpha + \beta \ln y_{rt-1} + \gamma_r L(t) + \epsilon_{rt}$ , где  $L(t)$  – медленно меняющаяся функция времени (т.е. такая, что  $L(at)/L(t) \rightarrow 1$  и  $L(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ );  $\epsilon_{rt}$  – случайные возмущения. Конвергенция имеет место, когда  $\beta < 1$  и  $\gamma_r > 0$ . В работе [30] предложены тест на глобальную конвергенцию, а также алгоритм выявления кластеров конвергенции – групп регионов, между которыми происходит конвергенция по доходам.

Анализ динамики попарных различий доходов между регионами дает подробную картину конвергенции. В частности, он сразу показывает кластеры конвергенции. Однако подобный анализ может оказаться слишком громоздким. Так, 79 российских регионов образуют  $79 \cdot 78/2 = 3081$  пару. Паллиативом может быть не попарное сравнение регионов, а сравнение динамики дохода в каждом из них с динамикой среднего по стране дохода. Другой путь – зафиксировать один регион в качестве базы сравнения. Теоретически он корректен, поскольку  $\ln y_{rst} - \ln y_{rqt} - \ln y_{sqt}$ , т.е. из  $N - 1$  пары регионов  $(r, q)$ , где  $q$  фиксировано, а  $r$  пробегает остальные регионы, можно получить все возможные пары. Однако здесь необходима осторожность. Например, из того, что конвергенция между регионами  $r$  и  $q$ , а также  $s$  и  $q$  не обнаруживается, не следует, что она отсутствует и между регионами  $r$  и  $s$ . Как показано в ряде работ, на практике от выбора базы сравнения могут зависеть и другие результаты анализа.

**Анализ динамики распределения доходов.** В этом подходе наблюдением является распределение душевых доходов по регионам в данный момент времени. В последующем описании методов анализа через  $y_t$  обозначаются душевые доходы в момент времени  $t$ ; в зависимости от контекста  $y_t$  трактуется как случайная величина или как набор ее реализаций  $y_t = (y_{1t}, \dots, y_{rt}, \dots, y_{Nt})$ , т.е. величин доходов в регионах. Через  $f_t(y_t)$  обозначена плотность распределения  $y_t$  в момент  $t$ ; для краткости далее будем называть ее просто распределением.

К данному подходу относятся все неформальные методы анализа динамики неравенства по доходам. Они состоят в изучении изменения во времени некоторого показателя разброса доходов ( $y_t$ ), характеризующего неравенство по доходам. Убывающий тренд говорит о конвергенции регионов по доходам (конвергенции). Обычно наличие или отсутствие такого тренда непосредственно видно из числовых данных или графика величины ( $y_t$ ) за некоторый период, что и позволяет обходиться без формальных тестов. Часто применяемыми показателями неравенства являются стандартное отклонение логарифмов доходов ( $y_t$ ) ( $\ln(y_t)$ ), отсюда и название), коэффициент Джини  $G(y_t)$ , индекс Тейла, коэффициент вариации, иногда некоторые другие показатели.

В анализе  $\alpha$ -конвергенции используется только один параметр распределения доходов, и поэтому он дает довольно бедное представление о динамике неравенства. В частности, такой анализ не позволяет выявить случаи кластерной конвергенции, которые могут сопровождаться как ростом, так и уменьшением величины неравенства по доходам. Более информативно изучение изменения формы распределения доходов во времени. Самым популярным является метод ядерной оценки плотности распределения [31]:

$$f_t(y_t) = \frac{1}{Nh} \sum_{r=1}^N K(z_{rt}),$$

где  $z_{rt} = (y_t - y_{rt})/h$ ,  $h$  – параметр сглаживания;  $K(\cdot)$  – функция-ядро; часто используется гауссово ядро  $K(z_{rt}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-z_{rt}^2 / 2)$ . Наличие в плотности распределения двух и более мод может свидетельствовать о поляризации регионов по доходам, а их формирование во временной последовательности  $f_t(y_t)$  – о кластерной конвергенции. Однако полагаться на графический анализ здесь нельзя, необходимо тестирование значимости мультимодальности распределения. Тестируется гипотеза  $H_0: f_t(Y_t)$  имеет  $k$  мод – против  $H_1: f_t(Y_t)$  имеет более  $k$  мод. При  $k = 1$  это тест на наличие кластеров конвергенции среди регионов, при  $k > 1$  определяется число кластеров. Тесты такого рода описаны в литературе, например в работе [31].

Рассмотренный метод, позволяя выявить наличие поляризации, не дает ее количественной характеристики. Существует ряд подходов, ориентирующихся именно на измерение поляризации [32]. Содержательно поляризация означает наличие в обществе внутренне однородных групп при существенной межгрупповой неоднородности (некоторые исследователи трактуют поляризацию как наличие только двух групп). Такое состояние общества рассматривается как источник социальной напряженности и социальных конфликтов. Поляризация растет при уменьшении внутригруппового и при увеличении межгруппового неравенства, при этом общее неравенство в обществе может и уменьшаться. Х. Эстебан и Д. Рэй [33] предложили следующую меру поляризации:

$$P_t^{ER} = \frac{1}{\bar{y}_t} \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N n_{rt}^1 n_{st} |y_{rt} - y_{st}| \quad (13)$$

где  $n_{rt}$ ,  $n_{st}$  – доля численности населения регионов  $r$  и  $s$  в населении страны в момент  $t$ , а  $\alpha = 1,6$  – «степень чувствительности» меры поляризации (индекс может быть нормирован на медианный доход  $m(y_t)$  вместо среднего). Легко видеть, что при  $\alpha = 0$  индекс поляризации (13) превращается в коэффициент Джини, взвешенный по численности населения регионов. Величина  $\alpha$  выбирается исследователем априорно, иногда степень поляризации рассчитывают при нескольких значениях  $\alpha$  (например,  $\alpha = 0,5; 1,0; 1,5$ ). Отметим, что в индексе Эстебана – Рэя число кластеров (групп) регионов не присутствует.

Индекс поляризации Вольфсона [34] заранее предполагает наличие двух групп. Он, по сути, измеряет расстояние рассматриваемого распределения доходов от «совершенно бимодального» и имеет вид

$$P_t^{(W)} = (0,5 L_t(0,5) + 0,5 G(y_t)) y_t / m(y_t), \quad (14)$$

где  $L_t(0,5)$  – значение ординаты кривой Лоренца при медианном доходе.

Индекс Канбура – Жанга [35] предполагает заданным состав групп регионов (их количество может быть любым) и использует декомпозицию индекса Тейла на межгрупповое и внутригрупповое неравенство, представляя собой их отношение. Группировка регионов производится по выбранным исследователем признакам, например: богатые и бедные регионы; добывающие, обрабатывающие и сельскохозяйственные; федеральные округа; экономические районы и т.д.

Еще один аспект анализа динамики распределения доходов – изучение перемещений регионов внутри распределения, т.е. мобильности регионов по доходам, и ее влияния на изменение неравенства. Существует две концепции мобильности: относительная (иногда ее называют ранговой) и абсолютная мобильность. Относительная мобильность – изменение величины душевого дохода в регионе, которое приводит к изменению его позиции на оси доходов относительно других регионов, т.е. к изменению ранга региона по доходам или переходу региона из одной квантили в другую. Сама величина изменения дохода здесь роли не играет, а интерес представляет, например, могут ли

бедные регионы переходить в группу богатых. Абсолютная мобильность – любое перемещение региона по оси доходов вне зависимости от изменения его относительного положения. Здесь нас не интересует, перегнал ли данный регион при этом какие-то другие регионы или, напротив, отстал от них. Отметим, что анализ абсолютной мобильности относится и к случаю, когда рассматриваются абсолютные изменения относительных доходов в регионах (например, отнесенных к среднему по стране доходу). Однако на этот счет есть и иное мнение: некоторые исследователи считают, что в данном случае объединяются элементы обеих концепций [36].

Распространенный инструмент анализа мобильности по доходам – переходная матрица (или матрица вероятностей переходов)  $\mathbf{P} = (p_{ij})$ . Для ее построения регионы разбиваются на  $M$  доходных групп. Элемент матрицы  $p_{ij}$  представляет собой долю регионов, перешедших за рассматриваемый период  $[t, t + ]$  из группы  $i$  в группу  $j$ . Иначе говоря, это оценка вероятности того, что в момент  $t$  регион окажется в доходной группе  $j$  при условии, что в момент  $t$  он находился в группе  $i$ . Диагональный элемент  $p_{ii}$  показывает долю иммобильных регионов, т.е. оставшихся в прежней доходной группе  $i$ . Существует ряд измерителей мобильности, большинство из которых могут быть представлены функцией от переходной матрицы: общая доля регионов, покинувших исходную группу (нормированное расстояние  $\mathbf{P}$  от единичной матрицы), расстояние между  $\mathbf{P}$  и матрицей совершенной мобильности и т.д. [36].

Различие между относительной и абсолютной мобильностью состоит в способе построения доходных групп. При изучении относительной мобильности эти группы представляют собой доходные квантили; таким образом, число регионов в группе всегда постоянно и равно  $N/M$ , но границы групп в терминах дохода в моменты  $t$  и  $t +$  в общем случае будут разными. При изучении абсолютной мобильности весь возможный диапазон доходов разбивается на  $M$  равных либо неравных интервалов, которые и представляют собой доходные группы. Здесь границы доходных групп постоянны во времени, но число регионов в группе переменна, в частности некоторые доходные группы в начале или конце рассматриваемого периода могут оказаться пустыми.

Агрегирование регионов в доходные группы приводит к потере информации. Чтобы избавиться от этого недостатка, Ш. Ицхаки и К. Уодон [37] предложили строить доходные группы так, чтобы каждая квантиль содержала ровно один объект (регион),  $M = N$ . Тогда номер квантили – это ранг региона по возрастанию дохода, а переходная матрица содержит в каждой строке и каждом столбце ровно одну единицу, остальные ее элементы равны нулю. Это приводит к мере относительной мобильности за промежуток времени  $[t, t+ ]$ , названной авторами симметричным индексом мобильности Джини:

$$S_{t,t+} = \frac{1}{2} \frac{G(y_t) (1 - r_{t,t+}) + G(y_{t+}) (1 - r_{t,t})}{G(y_t) + G(y_{t+})},$$

где  $r_{t,t+} = \text{cov}(y_t, R(y_{t+})) / \text{cov}(y_t, R(y_t))$  и  $r_{t,t} = \text{cov}(y_t, R(y_t)) / \text{cov}(y_t, R(y_t))$  – коэффициенты корреляции Джини;  $R(y_t)$  и  $R(y_{t+})$  – ранги по возрастанию дохода;  $G(y_t)$  и  $G(y_{t+})$  – коэффициенты Джини. Этот индекс назван симметричным, поскольку  $S_{t,t+} = S_{t+,t}$ . Величина  $S_{t,t+}$  может меняться от 0 до 1: чем она больше, тем выше относительная мобильность. Коэффициенты  $r_{t,t}$ ,  $r_{t,t+}$  заключены в пределах от  $-1$  до  $1$ , меньшая величина соответствует большей мобильности. Эти коэффициенты, а следовательно, и индекс мобильности  $S_{t,t+}$  не чувствительны к монотонным преобразованиям распределений. А им могут соответствовать уменьшения или увеличения межрегиональных различий доходов, приводящие к конвергенции или дивергенции регионов по доходам. Изменения такого рода отражает абсолютная мобильность.

Подход к анализу абсолютной мобильности, разработанный Д. Куа [38, 39], дает возможность получить богатую информацию о динамике распределения доходов – как о перемещениях внутри распределения, так и об изменении его формы. Некоторое описание абсолютной мобильности позволяет получить «закон движения» распределения доходов  $f_t(y_{t+}) = f_t(y_t)$ , поскольку является оператором, отображающим распределение доходов в момент  $t$  в распределение в момент  $t+1$ . Имея такой закон, можно задаться вопросом о долгосрочном поведении распределения: стремится ли оно к состоянию равенства доходов, некоторого постоянного неравенства, поля-

ризации и т.д. В предположении независимости от времени (т.е. при рассмотрении динамики распределения как марковского процесса) применение указанного отображения  $n$  раз дает распределение для  $t + n$ :  $f_{t+n}(y_{t+n}) = \int f_t(y_t) f^n(y_t, y_{t+n}) dy_t$ . При  $n \rightarrow \infty$  получим эргодическое распределение  $f^*(y)$ , такое что  $f_{t+n}(y_{t+n}) \rightarrow f^*(y)$ , где  $\lim_{n \rightarrow \infty} f^n(y_t, y_{t+n}) = f^*(y)$  при  $n \rightarrow \infty$ . Эргодическое распределение представляет собой долгосрочный предел распределения доходов – при условии неизменности механизма, определяющего абсолютную мобильность регионов по доходам. По одномодальности или мультимодальности эргодического распределения можно судить, есть ли тенденция к кластерной конвергенции (поляризации).

В дискретном варианте приведенной выше схемы, предложенном в работе [38], описание абсолютной мобильности представлено переходной матрицей  $P$  (штрихом обозначено транспонирование), а распределение доходов – вектором  $\mathbf{f} = (f_i)$ , элемент которого является долей регионов, находящихся в доходной группе  $i$ . Для оценки используется  $f^n$  ( $n$ ) с достаточно большим  $n$  (на практике  $n$  имеет порядок  $10^1$ , иногда  $10^2$  – в зависимости от числа доходных групп и критерия сходимости  $f^n$  к  $f^*$ ). Все строки матрицы  $P$  одинаковы и равны транспонированному вектору эргодического распределения  $\mathbf{f}^*$ . Избежать потери информации, связанной с дискретизацией доходов, позволяет переход к их непрерывному представлению, развитый в работе [39]. В этом случае абсолютная мобильность описывается стохастическим ядром, которое можно трактовать как переходную матрицу с бесконечным числом строк и столбцов. Оно представляет собой плотность вероятности доходов в момент  $t + 1$  в зависимости от доходов в  $t$ :  $f(y_{t+1} | y_t)$ . Тогда

$$f_{t+1}(y_{t+1}) = \int f(y_{t+1} | y_t) f_t(y_t) dy_t.$$

Стохастическое ядро можно оценить способом, аналогичным указанному выше для одномерных распределений, учитывая, что  $f(y_{t+1} | y_t) = f(y_{t+1}, y_t) / f(y_t)$ . Оно показывает, куда переместятся со временем различные части исходного распределения. Линия  $y_{t+1} = y_t$  является

линией иммобильности, пики (локальные максимумы) вдоль которой соответствуют кластерам конвергенции.

Рассмотренный метод дает картину динамики распределения доходов, но не объясняет ее. Для решения этого вопроса Д. Куа в работе [14] предложил способ учета дополнительных факторов. Суть метода состоит в следующем. Оцениваются условные душевые доходы в регионах как  $y_{rt}^{\circ} = y_{rt} / u_{rt}$ ,  $u_{rt} = \sum_{s \in C(r,t)} y_{s,t}$  (r,t), где  $C(r, t)$  – совокуп-

ность регионов, связанных с регионом  $r$  (например, товарообменом);  $\sum_{s \in C(r,t)} y_{s,t}$  – относительная важность влияния региона  $s$  на развитие региона  $r$ ;  $(r, t)$  – лаг влияния регионов из  $C(r, t)$  на регион  $r$ . Иначе говоря, условный доход в регионе есть наблюдаемый доход в нем, нормированный на взвешенное среднее душевых доходов (с лагом) в функционально связанных с ним регионах. Далее оценивается стохастическое ядро  $\circ f(y_t^{\circ} | y_t)$ , по строению которого можно судить о некоторых причинах особенностей распределения доходов. Распределения условных доходов дают также информацию о динамике, если анализировать абсолютную мобильность по условным доходам, оценив стохастическое ядро как  $\circ\circ f(y_t^{\circ} | y_t^{\circ})$ .

Как и в случае регрессионного анализа пространственных рядов, на оценки динамики распределения могут влиять пространственные эффекты. С. Рей модифицировал метод Куа, включив в него явное описание этих эффектов [40]. Основная идея заключается в построении пространственной переходной матрицы, т.е. матрицы, где вероятности переходов являются условными по доходной группе, к которой принадлежат соседние регионы (в непрерывном варианте –  $f(y_i | y_{i(-1)})$ ).

С. Магрини [2] предложил еще один путь: учитывать пространственные эффекты непосредственно в условных доходах.

## Литература

1. Barro R.J., Sala-i-Martin X. Economic growth. – 2nd ed. – Cambridge, MA; London: MIT Press, 2004. – 672 p.
2. Magrini S. Regional (di)convergence // Handbook of Regional and Urban Economics. – Amsterdam; New York; Oxford: Elsevier Science, 2004. –V. 4. – P. 2741–2796.



3. **Регионы России: Социально-экономические показатели.** 2008: Стат. сб. / Росстат. – М., 2008. – 999 с.
4. **АССРА Cost of Living Index.** – 2002. – V. 35, No. 4. – 35 p.
5. **Кёвеш П.** Теория индексов и практика экономического анализа. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 303 с.
6. **Гранберг А.Г., Зайцева Ю.С.** Производство и использование валового регионального продукта: межрегиональные сопоставления. Статья 2: Корректировки ВРП с учетом территориальных различий покупательной способности денег // Российский экономический журнал. – 2002. – № 11-12. – С. 48–70.
7. **Barro R.J., Sala-i-Martin X.** Convergence // Journal of Political Economy. – 1992. – V. 100, No. 2. – P. 223–251.
8. **Durlauf S.N., Quah D.** The new empirics of economic growth // Handbook of Macroeconomics. – Oxford: Elsevier, 1999. – V. 1A. – P. 235–308.
9. **Galor O.** Convergence? Inferences from theoretical models // Economic Journal. – 1996. – V. 106, No. 437. – P. 1056–1069.
10. **Romer P.M.** Increasing returns and long-run growth // Journal of Political Economy. – 1986. – V. 94, No. 5. – P. 1002–1037.
11. **Azariadis C., Drazen A.** Threshold externalities in economic development // Quarterly Journal of Economics. – 1990. – V. 105, No. 2. – P. 501–526.
12. **Borts G.H., Stein J.L.** Economic growth in a free market. – N. Y.: Columbia University Press, 1964. – 235 p.
13. **Lucas R.E.** On the mechanics of economic development // Journal of Monetary Economics. – 1988. – V. 22, No. 1. – P. 3–42.
14. **Quah D.** Empirics for growth and distribution: stratification, polarization, and convergence clubs // Journal of Economic Growth. – 1997. – V. 2, No. 1. – P. 27–59.
15. **Galton F.** Regression towards mediocrity in hereditary stature // Journal of the Anthropological Institute of Great Britain and Ireland. – 1886. – V. 15. – P. 246–263. ([www.galton.org/essays/1880-1889/galton-1886-jaigi-regression-stature.pdf](http://www.galton.org/essays/1880-1889/galton-1886-jaigi-regression-stature.pdf)).
16. **Friedman M.** Do old fallacies ever die? // Journal of Economic Literature. – 1992. – V. 30, No. 4. – P. 2129–2132.
17. **Quah D.** Galton's fallacy and tests of the convergence hypothesis // Scandinavian Journal of Economics. – 1993. – V. 95, No. 4. – P. 427–443.
18. **Wodon Q., Yitzhaki S.** Convergence forward and backward? // Economics Letters. – 2006. – V. 92, No. 1. – P. 47–51.
19. **Anselin L.** Spatial econometrics // A Companion to Theoretical Econometrics. – Oxford: Blackwell, 2001. – P. 310–330.
20. **Anselin L.** Under the hood: Issues in the specification and interpretation of spatial regression models // Agricultural Economics. – 2002. – V. 27, No. 3. – P. 247–267.
21. **Arbia G.** Spatial econometrics: Statistical foundations and applications to regional convergence. – Berlin; Heidelberg; New York: Springer, 2006. – 208 p.
22. **LeSage J., Pace R.K.** Introduction to spatial econometrics. – Boca Raton, FL: CRC Press, 2009. – 340 p.

23. **Carlino G.A., Mills L.** Testing neoclassical convergence in regional incomes and earnings // *Regional Science and Urban Economics*. – 1996. – V. 26, No. 6. – P. 565–590.
24. **Bernard A.B., Durlauf S.N.** Convergence in international output // *Journal of Applied Econometrics*. – 1995. – V. 10, No. 2. – P. 97–108.
25. **Evans P., Karras G.** Do economies converge? Evidence from a panel of U.S. states // *Review of Economics and Statistics*. – 1996. – V. 78, No. 3. – P. 384–388.
26. **Hobijn B., Franses P.H.** Asymptotically perfect and relative convergence of productivity // *Journal of Applied Econometrics*. – 2000. – V. 15, No. 1. – P. 59–81.
27. **Bernard A.B., Durlauf S.N.** Interpreting tests of the convergence hypothesis // *Journal of Econometrics*. – 1996. – V. 71, No. 1. – P. 161–173.
28. **Nahar S., Inder B.** Testing convergence in economic growth for OECD countries // *Applied Economics*. – 2002. – V. 34, No. 16. – P. 2011–2022.
29. **Gluschenko K.** Russia's common market takes shape: price convergence and market integration among Russian regions / *BOFIT Discussion Papers*. – 2006. – No. 7. – 31 p.
30. **Phillips P.C.B., Sul D.** Transition modeling and econometric convergence tests // *Econometrica*. – 2007. – V. 75, No. 6. – P. 1771–1855.
31. **Silverman B.W.** *Density estimation for statistics and data analysis*. – L.: Chapman and Hall, 1986. – 175 p.
32. **Esteban J., Ray D.** A comparison of polarization measures / *UFAE and IAE Working Papers*. – 2007. – No. 700.07. – 32 p.
33. **Esteban J., Ray D.** On the measurement of polarization // *Econometrica*. – 1994. – V. 62, No. 4. – P. 819–851.
34. **Wolfson M.C.** When inequalities diverge // *American Economic Review*. – 1994. – V. 84, No. 2. – P. 353–358.
35. **Zhang X., Kanbur R.** What difference do polarization measures make? An application to China // *Journal of Development Studies*. – 2001. – V. 37, No. 3. – P. 85–98.
36. **Formby J.P., Smith W.J., Zheng B.** Mobility measurement, transition matrices and statistical inference // *Journal of Econometrics*. – 2004. – V. 120, No. 1. – P. 181–205.
37. **Yitzhaki S., Wodon Q.** *Mobility, inequality, and horizontal equity* // *Research on Economic Inequality*. V. 12: *Studies on Economic Well-Being: Essays in the Honor of John P. Formby*. – Oxford: Elsevier, 2004. – P. 179–199.
38. **Quah D.** Empirical cross-section dynamics in economic growth // *European Economic Review*. – 1993. – V. 37, No. 2-3. – P. 426–434.
39. **Quah D.** Convergence empirics across economies with (some) capital mobility // *Journal of Economic Growth*. – 1996. – V. 1, No. 1. – P. 95–124.
40. **Rey S.J.** Spatial empirics for economic growth and convergence // *Geographical Analysis*. – 2001. – V. 33, No. 3. – P. 194–214.