

УДК 536.46

ЗАЖИГАНИЕ ПОРИСТОГО ТЕЛА ПОТОКОМ ИЗЛУЧЕНИЯ

Р. С. Буркина

*Томский государственный университет,
634050 Томск*

С помощью асимптотического анализа исследовано зажигание полуограниченного пористого тела лучистым потоком тепла. Получено критическое условие, разделяющее режимы зажигания и инертного прогрева. В режиме зажигания определены температурное поле в теле до момента зажигания и временные характеристики процесса. Проанализирована зависимость времени зажигания от параметров системы.

Процессы воспламенения реакционноспособных пористых материалов имеют ряд существенных особенностей по сравнению с однородными. Это связано, прежде всего, с разделением компонентов химических реакций по фазовым состояниям и их локализацией в пространстве [1]. Такие особенности могут вносить существенные изменения в характеристики воспламенения и критические условия, разделяющие различные режимы процессов [2-4].

В настоящей работе исследуется зажигание полуограниченного пористого тела, на внешнюю поверхность которого падает поток излучения. На внутренней поверхности горючего каркаса может происходить экзотермическая гетерогенная реакция с газообразным окислителем, поступающим по порам из окружающей среды как в результате диффузии, так и с конвективным потоком газов.

В дальнейшем для упрощения постановки задачи делаются следующие допущения.

1. Скорость газа в пористом теле v постоянна в направлении x , нормальном к внешней поверхности тела.
2. На этапе воспламенения выгорание твердого каркаса и газообразного окислителя незначительно. Поэтому выгорание горючих компонентов не учитывается и считается, что $\rho_g = \text{const}$.
3. Пористость тела и удельная внутренняя поверхность пор постоянны.
4. Теплообмен между твердым каркасом и газом происходит по закону Ньютона.
5. Поток излучения полностью поглощается на внешней поверхности каркаса.

При таких допущениях процесс зажигания пористого тела описывается уравнениями теплопроводности для каркаса и газа в порах:

$$\frac{\partial U_s}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 U_s}{\partial \xi^2} - \frac{\text{Nu}}{(1-\varepsilon)} (U_s - U_g) - \frac{\omega}{(1-\varepsilon)} \exp\left(-\frac{\theta_0 U_s}{1-\sigma U_s}\right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_g}{\partial \tau} = \frac{1}{K_{\text{э}}} \frac{\partial^2 U_g}{\partial \xi^2} + \frac{\text{Nu}}{\varepsilon} K_{\text{ср}} (U_s - U_g) - \text{Pe} \frac{\partial U_g}{\partial \xi}; \quad (2)$$

начальные и граничные условия:

$$U_s(\xi, 0) = U_g(\xi, 0) = 1, \quad (3)$$

$$\frac{\partial U_s(0, \tau)}{\partial \xi} = 1, \quad \frac{\partial U_g(0, \tau)}{\partial \xi} = K_{\text{э}} \text{Pe} [U_g(0, \tau) - U_0], \quad (4)$$

$$\frac{\partial U_s(\infty, \tau)}{\partial \xi} = \frac{\partial U_g(\infty, \tau)}{\partial \xi} = 0. \quad (5)$$

В (1)–(5) использованы следующие безразмерные переменные и параметры: $U_{s,g} = (T_c - T_{s,g})/(T_c - T_b)$, $\xi = x/x_h$, $\tau = t/t_h$, $x_h = \lambda_s(T_c - T_b)/q$, $t_h = c_s \rho_s x_h^2 / \lambda_s$ — характерные масштабы инертного прогрева; $\theta_0 = E(T_c - T_b)/RT_c^2$; $\sigma = (T_c - T_b)/T_c$; $U_0 = (T_c - T_0)/(T_c - T_b)$; $\varepsilon = V_g/(V_g + V_s)$ — пористость тела; $Nu = \alpha \lambda_s S(T_c - T_b)^2/q^2$; $Pe = v c_s \rho_s (T_c - T_b)/q$; $\omega = SQ \rho_g^2 a_0^2 k_0 \lambda_s (T_c - T_b) \exp(-E/RT_c)/q^2$; $K_{c\rho} = c_s \rho_s / c_g \rho_g$; $K_{\varepsilon} = \varepsilon_s / \varepsilon_g = \lambda_s c_g \rho_g / (c_s \rho_s \lambda_g)$. Для теплофизических параметров использованы общепринятые обозначения. Индексы s и g относятся соответственно к конденсированной и газовой фазам; q — плотность внешнего потока излучения; S — удельная внутренняя поверхность пор, приходящаяся на единицу объема тела; T_b — начальная температура тела; T_0 — температура окружающей среды; T_c — масштабная, пока неопределенная температура.

Рассмотрим задачу (1)–(5) при значениях числа Нуссельта $Nu \gg 1$. Для этого будем искать решение в виде разложений

$$\begin{aligned} U_s(\xi, \tau) &= \bar{U}_{s0}(\xi, \tau) + Nu^{-1} U_{s1}(\xi, \tau) + \dots, \\ U_g(\xi, \tau) &= U_{g0}(\xi, \tau) + Nu^{-1} U_{g1}(\xi, \tau) + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя (6) в (1)–(2) и приравнявая слагаемые при одинаковых степенях Nu , приходим к уравнениям, определяющим первые и вторые члены в разложениях (6)

$$\begin{aligned} U_{g0}(\xi, \tau) &= U_{s0}(\xi, \tau), \\ \left[1 + \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)K_{c\rho}} \right] \frac{\partial U_{s0}}{\partial \tau} &= \left[1 + \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)K_{c\rho}K_{\varepsilon}} \right] \frac{\partial^2 U_{s0}}{\partial \xi^2} - \\ &- \frac{Pe \varepsilon}{(1-\varepsilon)K_{c\rho}} \frac{\partial U_{s0}}{\partial \xi} - \frac{\omega}{(1-\varepsilon)} \exp\left(-\frac{\theta_0 U_{s0}}{1-\sigma U_{s0}}\right); \\ U_{g1} &= U_{s1} - \frac{\varepsilon}{K_{c\rho}} f(U_{s0}), \\ \left[1 + \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)K_{c\rho}} \right] \frac{\partial U_{s1}}{\partial \tau} &- \frac{\varepsilon^2}{(1-\varepsilon)K_{c\rho}^2} \frac{\partial f(U_{s0})}{\partial \tau} = \left[1 + \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)K_{\varepsilon}K_{c\rho}} \right] \frac{\partial^2 U_{s1}}{\partial \xi^2} - \\ &- \frac{\varepsilon^2}{(1-\varepsilon)K_{\varepsilon}K_{c\rho}^2} \frac{\partial^2 f(U_{s0})}{\partial \xi^2} - \frac{\varepsilon Pe}{(1-\varepsilon)K_{c\rho}} \frac{\partial U_{s1}}{\partial \xi} + \\ &+ \frac{\varepsilon^2 Pe}{(1-\varepsilon)K_{c\rho}^2} \frac{\partial f(U_{s0})}{\partial \xi} + \frac{\omega U_{s1} \theta_0}{(1-\varepsilon)(1-\sigma U_{s0})^2} \exp\left(-\frac{\theta_0 U_{s0}}{1-\sigma U_{s0}}\right), \\ f(U_{s0}) &= \frac{\partial U_{s0}}{\partial \tau} - \frac{1}{K_{\varepsilon}} \frac{\partial^2 U_{s0}}{\partial \xi^2} + \bar{r}e \frac{\partial U_{s0}}{\partial \xi}. \end{aligned} \quad (7)$$

Система (7) представляет однотемпературную модель, учитывающую теплофизический вклад каждой из фаз. Из нее определяются все особенности задачи и критические характеристики процесса при $Nu \gg 1$. Система (8) определяет вторые слагаемые в разложениях (6), она линейна, легко решается после определения $U_{s0}(\xi, \tau)$ из (7) и позволяет уточнить решение, учитывая конечность Nu .

Для решения задачи (7) необходимо определить начальные и граничные условия для U_{s0} . Подстановка разложений (6) в (3)–(5) дает начальные

и граничные условия для главных слагаемых:

$$U_{s0}(\xi, 0) = U_{g0}(\xi, 0) = 1, \quad \frac{\partial U_{s0}(\infty, \tau)}{\partial \xi} = \frac{\partial U_{g0}(\infty, \tau)}{\partial \xi} = 0; \quad (9)$$

$$\frac{\partial U_{s0}(0, \tau)}{\partial \xi} = 1, \quad \frac{\partial U_{g0}(0, \tau)}{\partial \xi} = K_{\text{ж}} \text{Pe} [U_{g0}(0, \tau) - U_0]. \quad (10)$$

В системе (7) имеется только одно дифференциальное уравнение, два граничных условия (10) приводят к некорректной постановке и указывают на неравномерность асимптотики задачи (1)–(5) по $\text{Nu} \gg 1$ в окрестности $\xi = 0$. Это обстоятельство является следствием того, что в узкой зоне у поверхности ($\xi \approx O(\text{Nu}^{-1})$) межфазный теплообмен не успевает выравнять температуры U_{s0} и U_{g0} в результате жесткого действия граничных условий. Растягивая пространственную координату $\xi_1 = \text{Nu}^{1/2} \xi$ и рассматривая задачу (1)–(5) в новых переменных, находим, что вблизи $\xi = 0$ имеет место соотношение

$$(1 - \varepsilon) K_{cp} \frac{\partial U_{s0}}{\partial \xi} + \frac{\varepsilon}{K_{\text{ж}}} \frac{\partial U_{g0}}{\partial \xi} = C_1(\tau).$$

Из граничных соотношений (10)

$$C_1(\tau) = (1 - \varepsilon) K_{cp} + \varepsilon \text{Pe} [U_{g0}(0, \tau) - U_0].$$

Учитывая, что $U_{g0} = U_{s0}$, приходим к условию

$$[(1 - \varepsilon) K_{cp} + \varepsilon / K_{\text{ж}}] \frac{\partial U_{s0}(0, \tau)}{\partial \xi} = (1 - \varepsilon) K_{cp} + \varepsilon \text{Pe} [U_{s0}(0, \tau) - U_0], \quad (11)$$

которое учитывает тепловой вклад на границе каждой из фаз и должно использоваться для системы (7) в качестве граничного при $\xi = 0$.

Решение задачи (7), (9), (11) проведем методом сращиваемых асимптотических разложений по параметру $\theta_0 \gg 1$ аналогично [5]. Ниже для упрощения записи по однотемпературной модели (7), (9), (11) будем использовать обозначение $U = U_{s0}$.

В начальные моменты времени при $T < T_c$, процесс прогрева идет как в химически инертном теле. На этом этапе $U \approx O(1)$ и с точностью до экспоненциально малых величин $O(\exp(-\theta_0 U))$ решением (7), (9), (11) является

$$\begin{aligned} U_I(\xi, \tau) = & 1 - \frac{C}{2B} \left\{ \exp\left(-\frac{B\xi}{2}\right) \left[1 - \text{erf}\left(\frac{\xi}{2} \sqrt{\frac{A}{\tau}} - \frac{B}{2} \sqrt{\frac{\tau}{A}}\right) \right] - \right. \\ & \left. - \left(1 + B\xi + \frac{B^2\tau}{A}\right) \exp\left(\frac{B\xi}{2}\right) \text{erfc}\left(\frac{\xi}{2} \sqrt{\frac{A}{\tau}} + \frac{B}{2} \sqrt{\frac{\tau}{A}}\right) \right\} - \\ & - C \sqrt{\frac{\tau}{A\pi}} \exp\left(-\frac{\xi^2 A}{4\tau} - \frac{B^2\tau}{4A}\right), \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$A = [(1 - \varepsilon) K_{cp} + \varepsilon] / [(1 - \varepsilon) K_{cp} + \varepsilon / K_{\text{ж}}],$$

$$B = \text{Pe} \varepsilon / [(1 - \varepsilon) K_{cp} + \varepsilon / K_{\text{ж}}],$$

$$C = [(1 - \varepsilon) K_{cp} + \varepsilon \text{Pe} (1 - U_0)] / [(1 - \varepsilon) K_{cp} + \varepsilon / K_{\text{ж}}].$$

При достижении поверхностью температуры T_c в ее окрестности те-

плоприход от химических реакций соизмерим с внешним потоком тепла:

$$q \sim QS\rho_g^n a_0^n k_0 x_r \exp(-E/RT_c). \quad (13)$$

У поверхности протекают химические реакции при медленно меняющейся во времени температуре (квазистационарная стадия [5]), характерный пространственный масштаб которых находится из (13):

$$x_r = (q/QS\rho_g^n a_0^n k_0) \exp(E/RT_c).$$

Условие распределения температуры в пограничном слое: $x_h/x_r = \omega \gg 1$.

Для описания стадии квазистационарных химических реакций делаем переход к переменным, соответствующим характерным масштабам этой стадии процесса [5]:

$$\Phi = \theta_0(U - U_I), \quad \xi_1 = \omega \tilde{\xi}, \quad \tau_1 = \eta(\theta_0)(\tau - \tau_0), \quad (14)$$

где τ_0 — время достижения поверхностью температуры T_c , $\eta(\theta_0) \gg 1$. В области квазистационарных химических реакций должно выполняться соотношение порядка

$$\theta_0 U_I(\xi_1, \tau_1) \approx O(1). \quad (15)$$

Разложение в асимптотический ряд выражения (12) в переменных (14) дает

$$\begin{aligned} \theta_0 U_I(\xi_1, \tau_1) = & \theta_0 \left[1 - \frac{C}{B} \operatorname{erf} \left(\frac{B}{2} \sqrt{\frac{\tau_0}{A}} \right) + \frac{CB\tau_0}{2A} \operatorname{erfc} \left(\frac{B}{2} \sqrt{\frac{\tau_0}{A}} \right) - \right. \\ & \left. - C \sqrt{\frac{\tau_0}{\pi A}} \exp \left(-\frac{B^2 \tau_0}{4A} \right) \right] + \frac{\theta_0 C \xi_1}{2\omega} \left[1 + \operatorname{erfc} \left(\frac{B}{2} \sqrt{\frac{\tau_0}{A}} \right) + \frac{B^2 \tau_0}{2A} - \right. \\ & \left. - B \sqrt{\frac{\tau_0}{\pi A}} \exp \left(-\frac{B^2 \tau_0}{4A} \right) \right] + \frac{\theta_0 C \tau_1}{\eta} \left[\frac{B}{2A} - \sqrt{\frac{1}{A\pi\tau_0}} \exp \left(-\frac{B^2 \tau_0}{4A} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{B}{4A} \operatorname{erfc} \left(\frac{B}{2} \sqrt{\frac{\tau_0}{A}} \right) \right] + O(\theta_0 \omega^{-2}, \theta_0 \eta^{-2}). \quad (16) \end{aligned}$$

Чтобы (16) удовлетворяло (15) при любых ξ_1 , $\tau_1 \approx O(1)$, необходимо положить

$$\begin{aligned} \theta_0 \left[1 - \frac{C}{B} \operatorname{erf} \left(\frac{B}{2} \sqrt{\frac{\tau_0}{A}} \right) + \frac{CB\tau_0}{2A} \operatorname{erfc} \left(\frac{B}{2} \sqrt{\frac{\tau_0}{A}} \right) - \right. \\ \left. - C \sqrt{\frac{\tau_0}{\pi A}} \exp \left(-\frac{B^2 \tau_0}{4A} \right) \right] = D \approx O(1), \\ \theta_0/\omega = E \approx O(1), \quad \theta_0/\eta = 1. \quad (17) \end{aligned}$$

Постоянные D и E будут определены ниже.

Уравнение (7) в переменных ξ_1 , τ_1 с учетом (15)–(17) запишется в виде

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi_1^2} = EF \exp(-\Phi - D - EM\xi_1 - N\tau_1) + O(\theta_0^{-1}),$$

где

$$\begin{aligned} F = \frac{\tilde{\kappa}_{cp}}{\tilde{\kappa}} \left[(1 - \varepsilon) K_{cp} + \varepsilon / K_{\infty} \right], \\ M = \frac{C}{2} \left[1 + \operatorname{erfc} \left(\frac{B}{2} \sqrt{\frac{\tau_0}{A}} \right) + \frac{B^2 \tau_0}{2A} - B \sqrt{\frac{\tau_0}{\pi A}} \exp \left(-\frac{B^2 \tau_0}{4A} \right) \right], \end{aligned}$$

$$N = C \left[\frac{B}{2A} - \sqrt{\frac{1}{A\pi\tau_0}} \exp\left(-\frac{B^2\tau_0}{4A}\right) + \frac{B}{4A} \operatorname{erfc}\left(\frac{B}{2} \sqrt{\frac{\tau_0}{A}}\right) \right].$$

Решение последнего уравнения —

$$\Phi(\xi_1, \tau_1) = \ln(EF) - EM\xi_1 - D - N\tau_1 + 2 \ln \left[\frac{\operatorname{ch}(\sqrt{a/2}\xi_1 + b)}{\sqrt{a}} \right]. \quad (18)$$

Функции $a(\tau_1)$ и $b(\tau_1)$ находятся из граничного условия (11), которое в переменных (14) имеет вид

$$\partial\Phi(0, \tau_1)/\partial\xi_1 + O(\theta_0^{-1}) = 0, \quad (19)$$

и условия сращивания с начальной стадией прогресса

$$\Phi(\xi_1, \tau_1 \rightarrow \infty) = 0. \quad (20)$$

Из (18)–(20) следует

$$a(\tau_1) = (E^2 M^2 / 2) \frac{[2EM^2 + F \exp(-N\tau_1 - D)]^2}{[2EM^2 - F \exp(-N\tau_1 - D)]^2},$$

$$b(\tau_1) = [N\tau_1 + D + \ln(2EM^2/F)]/2. \quad (21)$$

Условие (20) выполняется только при

$$N < 0. \quad (22)$$

Таким образом, (22) представляет условие существования стадии квазистационарных химических реакций.

Для определения температурного поля вдали от поверхности переходим к переменным $\tilde{\xi}_1 = (\theta_0^{1/2}/\omega)\xi_1$, $\tilde{\Phi} = \theta_0^{-1}\Phi$. Уравнение для температуры (7) и дополнительные условия (9) в этих переменных принимают вид

$$A \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \tau_1} = \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial \tilde{\xi}_1^2} + O(\theta_0^{-1/2}), \quad \frac{\partial \tilde{\Phi}(\infty, \tau_1)}{\partial \tilde{\xi}_1} = 0, \quad \tilde{\Phi}(\tilde{\xi}_1, -\theta_0\tau_0) = 0. \quad (23)$$

Граничным условием при $\tilde{\xi}_1 \rightarrow 0$ для задачи (23) служит условие сращивания с решением (18), заключающееся в равенстве тепловых потоков на границе сопряжения зон:

$$\frac{\partial \tilde{\Phi}(0, \tau_1)}{\partial \tilde{\xi}_1} = (\omega/\theta_0^{3/2}) \frac{\partial \Phi(0, \tau_1)}{\partial \xi_1}.$$

Использование в последнем выражении соотношений (18), (21) дает

$$\frac{\partial \tilde{\Phi}(0, \tau_1)}{\partial \tilde{\xi}_1} = \frac{2MF}{\theta_0^{1/2} [2EM^2 \exp(N\tau_1 + D) - F]} = f(\tau_1). \quad (24)$$

Решение (23), (24) имеет вид

$$\tilde{\Phi}(\tilde{\xi}_1, \tau_1) = - \int_{-\theta_0\tau_0}^{\tau_1} f(z + \theta_0\tau_0) \frac{\exp[-A\tilde{\xi}_1^2/(A(\tau_1 - z))]}{\sqrt{\pi A(\tau_1 - z)}} dz. \quad (25)$$

Выражения (18) и (25) определяют температурное поле на стадии квазистационарных химических реакций во всем теле.

Определим временные характеристики процесса. Время прогресса τ_0 , т. е. время достижения поверхностью температуры T_c , находится из усло-

вия $\Phi(0,0) + \theta_0 U_1(0,0) = 0$. Подставляя сюда (16)–(18) и обозначив $y = (B/2)\sqrt{\tau_0/A}$, получим уравнение

$$\begin{aligned} \frac{2y}{\sqrt{\pi}} \exp(-y^2) + \operatorname{erf}(y) - 2y^2 \operatorname{erfc}(y) = \\ = \frac{B}{C} \left\{ 1 - \frac{2}{\theta_0} \ln \left[\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2F}{EM^2}} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

Левая часть (26) представляет собой монотонно возрастающую функцию, которая изменяется от нуля при $y = 0$ до 1 при $y \rightarrow \infty$. Правая часть не зависит от y , следовательно, с точностью $O(\theta_0^{-1})$ решение (26) существует только при

$$0 < B/C < 1. \quad (27)$$

Но, как отмечалось выше, решение квазистационарной стадии зажигания существует только при выполнении условия (22), которое совместно с (27) сводится к неравенству

$$1 + (1/2)\operatorname{erfc}(y) - (\pi^{-1/2}/y)\exp(-y^2) < 0,$$

откуда следует

$$y < y_0 \approx 0,377.$$

Существование решения (26) в диапазоне $0 < y < y_0$ изменяет требование (27) на условие $0 < B/C < 0,606$. В безразмерных параметрах исходной задачи (7), (9), (11) это требование принимает вид

$$[(1 - \varepsilon)K_{cp}/(\varepsilon Pe)] > U_0 + 0,65. \quad (28)$$

Если (28) не выполняется, то в результате жесткого действия граничного условия (11) внешняя поверхность пористого тела не достигает необходимой температуры T_c и зажигание на поверхности не происходит. В этом случае точка воспламенения будет находиться внутри тела (режим теплового взрыва), либо воспламенение вообще не будет происходить — теплоприход от лучистого потока компенсируется потоком холодного газа. Так, при $T_0 = T_b \rightarrow U_0 = 1$ и зажигание будет происходить лишь при $Pe < 0,606(1 - \varepsilon)K_{cp}/\varepsilon$.

Таким образом, при достаточно низкой температуре окружающей среды $U_0 > -0,65$ из (28) можно записать критическое условие

$$Pe_* = (1 - \varepsilon)K_{cp}/(\varepsilon(U_0 + 0,65)),$$

которое отделяет режим зажигания от режимов теплового взрыва и безвзрывного прогрева. При $U_0 < -0,65$ (т. е. $T_0 > T_c + 0,65(T_c - T_b)$) условие (28) выполняется при любых $Pe > 0$. При такой температуре поступающий по порам горячий газ разогревает пористое тело, т. е. является дополнительным инициатором зажигания.

При $(B/C) \ll 1$ y мало. Разлагая в ряд левую часть (26), при $y \ll 1$ находим

$$y = \frac{\sqrt{\pi}B}{4C} \left\{ 1 - \frac{2}{\theta_0} \ln \left[\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2F}{EM^2}} \right) \right] \right\} + O\left(\frac{B^2}{C^2}, \theta_0^{-2}\right),$$

откуда время прогрева

$$\tau_0 = \frac{\pi A}{4C^2} \left\{ 1 - \frac{2}{\theta_0} \ln \left[\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2F}{EM^2}} \right) \right] \right\}^2 + O\left(\frac{B^2}{C^2}, \theta_0^{-2}\right). \quad (29)$$

Поскольку выгорание в постановке задачи не учитывается, за момент зажигания примем время неограниченного возрастания температуры поверхности тела: $\Phi(0, \tau_1 \rightarrow \tau_{1i}) \rightarrow -\infty$. Подставляя в данное условие выражения (18), (21), (17), (26), находим

$$\tau_{1i} = -\frac{2}{N} \ln \left[\sqrt{\frac{EM^2}{2F}} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2F}{EM^2}} \right) \right]. \quad (30)$$

При $(B/C) \ll 1$ $N \cong -1/(2\tau_0)$, следовательно

$$\tau_{1i} \cong 4\tau_0 \ln \left[\sqrt{\frac{EM^2}{2F}} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2F}{EM^2}} \right) \right],$$

или в переменных прогрева

$$\tau_i = \tau_0 \left\{ 1 + \frac{4}{\theta_0} \ln \left[\sqrt{\frac{EM^2}{2F}} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2F}{EM^2}} \right) \right] \right\}. \quad (31)$$

Выбор численного значения $E \approx O(1)$ определяет конкретную величину масштабной температуры T_c и практически не влияет на размерные временные характеристики процесса [5]. Следуя [6], за T_c примем экстраполированную температуру зажигания, т. е. температуру, которую бы достигла поверхность тела в результате инертного прогрева к моменту зажигания. Тогда

$$\theta_0 U_1(0, \tau_{1i}) = 0.$$

Используя в последнем равенстве (16), (29), (30), находим уравнение для определения T_c :

$$2EM^2 = F. \quad (32)$$

При $(B/C) \ll 1$ $M \cong C$ и выражения (29), (31), (32) в исходных переменных задачи принимают вид

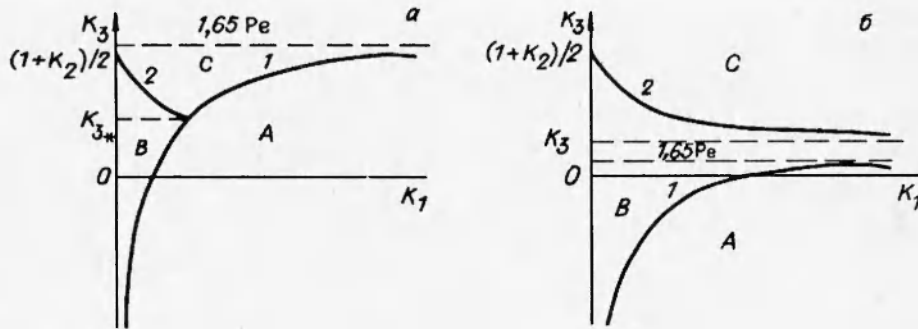
$$\omega \left[1 + \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)K_{cp}K_{\infty}} \right] = 2\theta_0(1-\varepsilon) \left[1 + \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)K_{cp}} \text{Pe}(1-U_0) \right]^2; \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \frac{\pi}{4} \left[1 - \frac{0,96}{\theta_0} \right]^2 \left[1 + \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)K_{cp}K_{\infty}} \right] \times \\ &\times \left[1 + \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)K_{cp}} \right] \left[1 + \frac{\varepsilon \text{Pe}(1-U_0)}{(1-\varepsilon)K_{cp}} \right]^{-2}; \end{aligned} \quad (34)$$

$$\tau_i = \tau_0(1 + 1,92/\theta_0). \quad (35)$$

Из (34), (35) видно, что временные характеристики зажигания зависят от трех комплексов параметров: $K_1 = \varepsilon/[(1-\varepsilon)K_{cp}] = \varepsilon c_g \rho_g / [(1-\varepsilon)c_s \rho_s] > 0$ — отношение теплоемкостей газовой и конденсированной фаз, приходящихся на единицу общего объема; $K_2 = 1/K_{\infty} = \varepsilon_g / \varepsilon_s > 0$ — отношение температуропроводностей фаз; $K_3 = \text{Pe}(1-U_0) = v c_s \rho_s (T_0 - T_b) / q$ — отношение теплоприхода от окружающей газовой среды к лучистому потоку.

Анализ формул (28), (34), (35) показывает, что время зажигания монотонно растет с ростом K_2 , т. е. учет теплопроводности газовой фазы увеличивает время зажигания, но не влияет на критическое условие зажигания. Согласно (28), зажигание происходит лишь при $K_3 > 1,65\text{Pe} - 1/K_1$.



Области изменения параметров процесса.

1: $K_3 = 1,65Pe - 1/K_1$; 2: $K_3 = (1 + K_2 + 2K_1K_2)/(2 + K_1 + K_1K_2)$; а — $1,65Pe > 2K_2/(1 + K_2)$; б — $1,65Pe < 2K_2/(1 + K_2)$.

Рост теплоприхода с конвективным потоком газом уменьшает время зажигания ($\partial\tau_i/\partial K_3 < 0$).

Влияние на τ_i комплекса K_1 , а через него ε и K_{cp} не монотонно: $\partial\tau_i/\partial K_1 > 0$ лишь при $K_3 < (1 + K_2 + 2K_1K_2)/(1 + K_1 + K_1K_2)$. Это связано с двояким тепловым влиянием газа в порах на процесс зажигания. С одной стороны, выделяющееся в ходе химической реакции тепло тратится на разогрев газа в порах, что задерживает зажигание. С другой стороны, при достаточно высокой температуре окружающей среды поступающий по порам газ подогревает твердый каркас на стадии прогрева, что способствует зажиганию.

На рисунке показаны три области изменения параметров, соответствующих различному качественному характеру процесса. В области А зажигание пористого тела потоком тепла не происходит. Кривая 1 ($K_3 = 1,65Pe - 1/K_1$) представляет критическое условие зажигания. В области В происходит зажигание, но в ней $\partial\tau_i/\partial K_1 > 0$ и увеличение пористости ведет к росту времени зажигания, так как температура окружающей среды мала. В области С зажигание происходит при более высоких температурах окружающей среды, и поступающий по порам газ в тепловом отношении является дополнительным поджигающим фактором. В этой области пористость уменьшает время зажигания ($\partial\tau_i/\partial K_1 < 0$). На кривой 2 ($K_3 = (1 + K_2 + 2K_1K_2)/(2 + K_1 + K_1K_2)$) имеет место максимум времени зажигания по K_1 . Кривая 2 располагается в достаточно узком диапазоне изменения комплекса K_3 : $K_{3*} < K_3 < (1 + K_2)/2$, где

$$K_{3*} = \begin{cases} 1,65Pe - \frac{1,65Pe(1+K_2) - 2K_2}{1+K_2 - 1,65Pe + \sqrt{(1,65Pe)^2 + (1-K_2)^2}} & \text{при } 1,65Pe > \frac{2K_2}{1+K_2}, \\ \frac{2K_2}{1+K_2} & \text{при } 1,65Pe \leq \frac{2K_2}{1+K_2}. \end{cases}$$

Это связано с немонотонным влиянием пористости среды и теплоемкостей фаз в ограниченной области изменения температуры окружающей среды и скорости продува, определяемой отношением температуропроводностей конденсированной и газовой фаз. На рисунке а указанные области показаны при $1,65Pe > 2K_2/(1 + K_2)$, на рисунке б при $1,65Pe < 2K_2/(1 + K_2)$.

При $K_1 = 0$, что соответствует $\varepsilon = 0$, критическое условие исчезает, а формулы (34), (35) дают результат, полученный в [5] для зажигания гомогенного реакционноспособного тела потоком тепла.

Основные результаты и выводы работы можно сформулировать следующим образом.

1. При невысоких температурах окружающей среды $U_0 > -0,65$ имеется критическая скорость газа в порах, выше которой зажигание пористого тела невозможно. Условие зажигания —

$$Pe \leq Pe_* = (1 - \varepsilon)K_{cp}/[\varepsilon(U_0 + 0,65)].$$

2. В режиме зажигания при больших теплопередаче между фазами $Nu \gg 1$ и температурном напоре $\theta_0 \gg 1$ определены температурное поле и время зажигания.

3. Время зажигания монотонно растет с ростом U_0 и монотонно убывает с ростом параметров $K_{\text{ж}}$, Pe .

4. В диапазоне изменения температуры окружающей среды

$$1 - (1 + K_{\text{ж}})/(2PeK_{\text{ж}}) < U_0 < U_{0*},$$

где

$$U_{0*} = \begin{cases} \frac{1,65(1+K_{\text{ж}})-2/Pe}{1+K_{\text{ж}}-1,65PeK_{\text{ж}}+\sqrt{(1,65PeK_{\text{ж}})^2+(K_{\text{ж}}-1)^2}} - 0,65 & \text{при } 1,65Pe > \frac{2}{1+K_{\text{ж}}}, \\ 1 - \frac{2}{Pe(1+K_{\text{ж}})} & \text{при } 1,65Pe \leq \frac{2}{1+K_{\text{ж}}} \end{cases}$$

имеется максимум в зависимости времени зажигания τ , от ε и минимум в зависимости от K_{cp} .

Автор благодарит А. М. Тимохина за помощь в работе, В. Е. Зарко за полезное обсуждение результатов работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 94-03-08120).

ЛИТЕРАТУРА

1. Алдушин А. П., Мержанов А. Г. Теория фильтрационного горения: общие представления и состояние исследований // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Новосибирск: Наука, 1988. С. 9–52.
2. Бабушок В. И., Гольдштейн В. М., Романов А. С., Бабкин В. С. Тепловое воспламенение в инертной пористой среде // Физика горения и взрыва. 1992. Т. 28, № 4. С. 3–10.
3. Дик И. Г., Толстых А. В. Двухтемпературная модель воспламенения пористых систем // Физика горения и взрыва. 1993. Т. 29, № 6. С. 3–8.
4. Дик И. Г. Стационарные режимы неизотермических химических реакций в пористом слое // Физика горения и взрыва. 1993. Т. 29, № 6. С. 63–66.
5. Буркина Р. С., Вилюнов В. Н. Асимптотика задач теории горения. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1982.
6. Вилюнов В. Н. Теория зажигания конденсированных веществ. Новосибирск: Наука, 1984.

Поступила в редакцию 10/XI 1994 г.,
в окончательном варианте — 26/I 1995 г.