

## ДИНАМИКА НЕЙТРАЛЬНЫХ СЛОЕВ В ПЛАЗМЕ

Ю. А. Березин, Г. И. Дудникова

(Новосибирск)

Изменение топологии магнитного поля в результате пересоединения силовых линий играет важную роль в процессах, протекающих в хвосте магнитосферы Земли [1] и лабораторных экспериментах по нагреву плазмы [2]. Рядом авторов [3—5] опубликованы результаты численного решения магнитогидродинамической плоской задачи о течении плазмы, содержащей нейтральный слой. Задача о развитии в бесстолкновительном приближении тиринг-неустойчивости, ответственной за пересоединение, изучалась в [6].

В данной работе рассмотрены результаты численного решения цилиндрической задачи об особенностях течения плазмы вблизи нейтральной поверхности при условиях, близких к условиям лабораторных экспериментов в установках  $\Theta$ -пинч с обращенным магнитным полем [2]. Решение получено в приближении одножидкостной магнитной гидродинамики, из диссипативных механизмов в соответствии с данными [2] учтена только конечная проводимость плазмы. Для описания плазмы используем следующую систему уравнений:

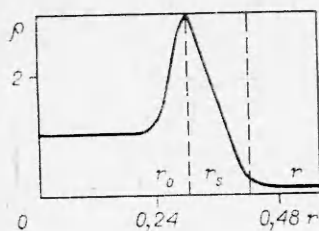
$$(1) \quad \begin{aligned} \partial \rho / \partial t &= -\operatorname{div}(\rho \mathbf{u}), \quad \rho(\partial \mathbf{u} / \partial t + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u}) = \\ &= -\nabla p + (1/4\pi)[\operatorname{rot} \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}], \\ \partial \mathbf{H} / \partial t &= \operatorname{rot}([\mathbf{u} \cdot \mathbf{H}] - (c^2/4\pi\sigma) \operatorname{rot} \mathbf{H}), \\ \partial p / \partial t + \mathbf{u} \nabla p &= -\gamma p \operatorname{div} \mathbf{u} + (c^2/16\pi^2\sigma) (\operatorname{rot} \mathbf{H})^2, \\ \operatorname{div} \mathbf{H} &= 0, \quad p = \rho T / m_i, \quad \sigma = \rho e^2 / m_e m_i \nu, \quad \nu = \nu_0 + \nu_1 T^{-3/2}, \end{aligned}$$

где  $\rho$ ,  $\mathbf{u}$ ,  $p$ ,  $T$  — плотность, макроскопическая скорость, давление, температура плазмы;  $\mathbf{H}$  — напряженность магнитного поля;  $\sigma$  — проводимость плазмы;  $\nu$  — частота столкновений между частицами, которую мы представляем в виде суммы кулоновской и аномальной частот.

Поскольку рассматривается двумерная задача ( $\partial/\partial\varphi = 0$ ), удобно вместо напряженности магнитного поля ввести векторный потенциал согласно обычному определению  $\mathbf{H} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$ , так как в этом случае: а) отлична от нуля только одна компонента  $A_\varphi \equiv A$ ; б) линии  $rA = \text{const}$  являются силовыми линиями магнитного поля, с помощью которых легко представить изменение его топологии; в) проводимость  $\sigma$  входит в уравнение индукции не под знаком дифференцирования, а как коэффициент.

Выбирая в качестве масштабов длины, плотности и магнитного поля характерные величины:  $R$  — радиус установки,  $\rho_0$  — значение плотности плазмы на оси,  $H_0$  — напряженность магнитного поля на стенке камеры, — запишем систему уравнений (1) в цилиндрических координатах и безразмерных переменных:

$$(2) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho u) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) &= 0, \quad \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial r} - \\ - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA) \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA) \right) + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \right\}, \quad \rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= -\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} - \\ - \frac{\partial A}{\partial z} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA) \right) + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \right\}, \\ \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{u}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA) + w \frac{\partial A}{\partial z} - \nu \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA) \right) + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \right\}, \quad \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial r} + w \frac{\partial p}{\partial z} &= \\ = -\gamma p \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2(\gamma - 1) \nu \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA) \right) + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \right\}^2, \end{aligned}$$



Ф и г. 1

$$T = pm_i/\rho, \quad v = v_0 + v_1 T^{-3/2}, \\ v_0, v_1 = \text{const.}$$

Рассмотрим следующую задачу. В начальный момент времени покоящаяся плазма ( $u=w=0$ ) занимает область  $0 \leq r \leq R$ ,  $0 \leq z \leq z_1$  и помещена в магнитное поле  $\mathbf{H} = \{0, 0, \text{th } \alpha(r - r_0)\}$ , коэффициент  $\alpha$  определяет ширину нейтрального слоя  $\delta$ ,  $r_0$  — положение нулевой поверхности магнитного поля. Соответствующие начальные значения потенциала определяются по формуле

$$A(r, z, 0) = \frac{1}{r} \int_0^r r' H_z(r', z, 0) dr'.$$

Распределение плотности, представленное на фиг. 1, выбирается в соответствии с данными экспериментов [2] в виде

$$\rho(r, z, 0) = \begin{cases} \max(1; N \text{ch}^{-2} \alpha(r - r_0)), & r < r_0, \\ \max(0, 1; N \text{ch}^{-2} \alpha(r - r_0)), & r \geq r_0. \end{cases}$$

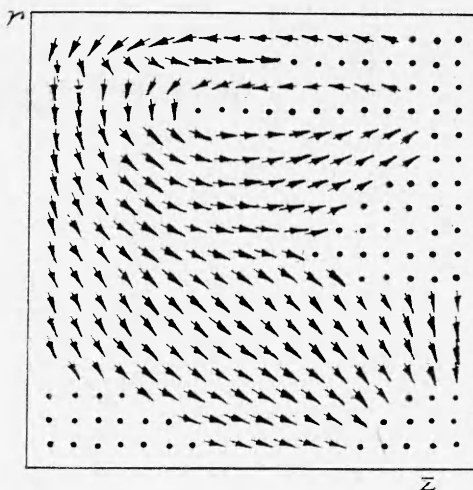
На фиг. 1  $r_0$  — радиус нулевой поверхности,  $r_s$  — радиус поверхности, за которой плотность плазмы мала. Начальное распределение газодинамического давления плазмы определяется из условия ее равновесия в магнитном поле.

Плазма выводится из состояния равновесия путем задания возмущения потенциала на границе расчетной области при  $r = R$ :  $A(R, z, t) = A_0 (1 + A_1 \sin \omega t e^{-\beta z^2})$ . Константы  $A_1$ ,  $\omega$ ,  $\beta$  определяют амплитуду, частоту и «ширину» возмущения. Остальные границы области ( $r = 0$ ,  $z = z_1$ ,  $z = 0$ ) считаем линиями или плоскостями симметрии. Выбранные граничные условия в основных чертах соответствуют данным [2].

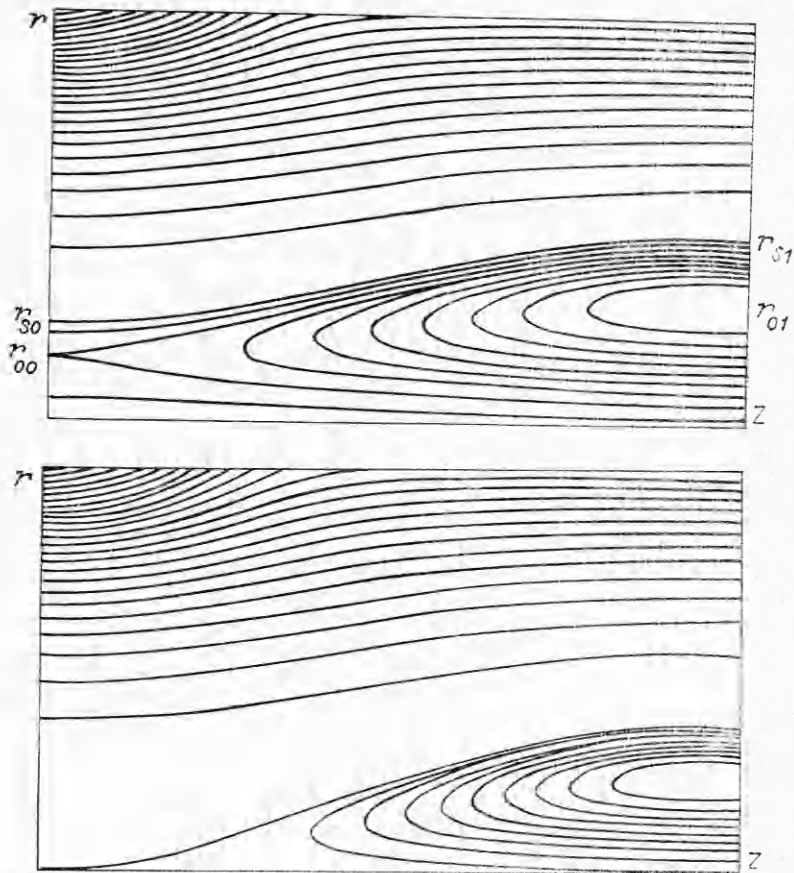
Система уравнений (2) с указанными начальными и граничными условиями решалась численно по схеме, являющейся естественным обобщением на цилиндрический случай схемы, приведенной в [5].

Рассмотрим результаты численного решения. Под действием нарастающего на стенке камеры магнитного давления возникает движение плазмы. Наглядное представление о нем можно получить из фиг. 2, где приведены поля скоростей в момент времени  $t = 0,6$ . Поскольку проводимость плазмы конечна, через нулевую поверхность магнитного поля происходит перезамыкание силовых линий. Динамика этого процесса существенно зависит от параметров плазмы (проводимости, начального перепада плотности) и внешнего возмущения ( $A_1$ ,  $\omega$ ,  $\beta$ ). Количественной характеристикой пересоединения является разность магнитных потоков через правую ( $z = z_1$ ) и левую ( $z = 0$ ) границы расчетной области, поделенная на магнитный поток через правую границу, т. е.

$$(3) \quad \Pi(t) = (\Phi_1 - \Phi_0)/\Phi_1,$$



Ф и г. 2



Ф и г. 3

где 
$$\Phi_0 = 2\pi \int_{r_{00}}^{r_{S0}} r H_z(r, 0, t) dr; \quad \Phi_1 = 2\pi \int_{r_{01}}^{r_{S1}} r H_z(r, z_1, t) dr.$$

Здесь  $r_{00}$ ,  $r_{01}$  — координаты минимального значения потенциала;  $r_{S0}$ ,  $r_{S1}$  — радиусы сепаратрисы. Сепаратрисой называем поверхность, ограничивающую область, полный магнитный поток внутри которой равен нулю [2]. На фиг. 3 нанесены значения  $r_{00}$ ,  $r_{01}$ ,  $r_{S0}$ ,  $r_{S1}$ . Заметим, что значения  $r_{00}$ ,  $r_{01}$  ( $r_{S0}$ ,  $r_{S1}$ ) на границах  $z = 0$  и  $z_1$  не совпадают из-за влияния внешнего возмущения и проводимости. Наличие конечной проводимости плазмы приводит не только к пересоединению, но и к диффузии, количественная характеристика которой может быть получена по аналогии с формулой (3) как разница потоков через правую границу ( $z = z_1$ ) в моменты времени  $t = 0$ ,  $t = t_1$ :

$$\Pi_d(t_1) = \frac{\int_{r_{01}}^{r_{S1}} r \{H_z(r, z_1, 0) - H_z(r, z_1, t_1)\} dr}{\int_{r_{01}}^{r_{S1}} r H_z(r, z_1, 0) dr}.$$

Таблица 1

$v_0$	$1 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$10^{-2}$
$\Pi(t_*)$	0,15	0,35	0,40	0,89

Таблица 2

$v_1$	$10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$10^{-2}$
$\Pi(t_*)$	0,1	0,23	0,3	0,68

В табл. 1 представлена зависимость величины  $\Pi(t_*)$  в фиксированный момент времени  $t_* = 1,5$  от аномальной частоты столкновений  $\nu_0$  при параметрах плазмы и внешнего возмущения  $N = 3$ ,  $A_1 = 0,2$ ,  $\omega = 0,5$ ,  $\beta = 50$ ,  $r_0 = 0,5$ ,  $\alpha = 15$ .

В табл. 2 представлена зависимость величины  $\Pi(t_*)$  в фиксированный момент времени  $t_* = 1,5$  от кулоновской частоты столкновений  $\nu = \nu_1 T^{-3/2}$  при тех же параметрах, как в табл. 1.

В табл. 3 представлена зависимость величины диффузии магнитного поля  $\Pi_d(t_*)$  от аномальной частоты столкновений  $\nu_0$  при тех же параметрах. Величина пересоединения  $\Pi(t_*)$  зависит от ширины нейтрального слоя, т. е. от параметра  $\alpha$ , следующим образом: при  $\alpha = 10; 15; 25$  ( $\delta = 0,4 R, 0,25 R, 0,15 R$ )  $\Pi(t_*) = 0,38; 0,40; 0,45$ . Величина пересоединения  $\Pi(t_*)$  зависит также от положения нейтральной поверхности, т. е. от параметра  $r_0$ , следующим образом: при  $r_0 = 0,5 R, 0,35 R$   $\Pi(t_*) = 0,40; 0,31$ .

Рассматриваемый процесс характеризуется не только пересоединением силовых линий и диффузией магнитного поля, но и возникновением волны сжатия и движения плазмы вдоль оси цилиндра. Перемещение плазмы можно проследить путем анализа зависимости массы плазмы  $M(z, t) = 2\pi \int_0^R r \rho(r, z, t) dr$ , проходящей через сечение цилиндрической камеры.

Из результатов расчета следует, что волна сжатия распространяется вдоль оси цилиндра со скоростью  $v = 1,2v_A$  ( $v_A = H_0/\sqrt{4\pi\rho_0}$ ).

На фиг. 3 приведены силовые линии магнитного поля в последовательные моменты времени  $t = 1,0; 1,5$  ( $\alpha = 15$ ,  $\omega = 0,5$ ,  $A_1 = 0,2$ ,  $\nu_1 = 0,005$ ,  $\nu_0 = 0$ ). Из данных графиков видна динамика процесса пересоединения магнитных силовых линий и формирование замкнутой конфигурации магнитного поля.

Авторы выражают благодарность Р. Х. Куртмуллаеву, В. Н. Семёнову за обсуждение работы.

Поступила 10 VIII 1981

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Физика магнитосферы. М.: Мир, 1972.
2. Еськов А. Г., Куртмуллаев Р. Х. и др. Закономерности нагрева и удержания плазмы в компактной тороидальной конфигурации. Препринт ИАЭ-3037, 1978.
3. Нейтральные токовые слои в плазме. Т. 74. М.: Наука, 1974.
4. Ugai M., Tsuda T. Magnetic field-line reconnection by localized enhancement of resistivity.— J. Plasma Phys., 1977, vol. 17, p. 3.
5. Березин Ю. А., Дудникова Г. И., Хенкин П. В. Численная модель пересоединения магнитных силовых линий в плазме.— ЧММСС, 1980, т. 11, № 3.
6. Зеленый Л. М., Липатов А. С. Динамика процесса пересоединения магнитного поля в нейтральном слое при прохождении альфвеновского импульса.— Физика плазмы, 1979, т. 5, вып. 4.