

УДК 532.529.5: 544.778

Реологическая модель турбулентных течений суспензий в горизонтальных каналах*

А.А. Гаврилов, А.В. Шебелев

*Красноярский филиал Института теплофизики
им. С.С. Кутателадзе СО РАН*

E-mail: gavand@yandex.ru

Построена модель турбулентных течений жидкости с частицами для произвольных концентраций. Модель включает уравнения для двухфазного течения в целом с реологическими соотношениями и уравнение для переноса концентрации частиц с учетом межфазного скольжения. Статистическая модель турбулентности учитывает модуляцию турбулентности частицами. Выполнено тестирование модели на задачах об установившемся течении с тяжелыми частицами в горизонтальной трубе. На основе сравнения с экспериментальными данными и детальными численными расчетами показано, что модель хорошо предсказывает характерные особенности турбулентных дисперсных потоков. Вторичные течения в канале отражают трехслойную структуру двухфазного течения.

Ключевые слова: суспензия, турбулентность, течение в трубе, численное моделирование.

Введение

Потоки жидкости, несущие твердые частицы, наблюдаются в ряде природных явлений и в технических устройствах. Изучение движения частиц в турбулентном потоке и их влияния на характеристики несущей среды является одной из важных и трудных задач механики многофазных течений.

В настоящее время взрывное развитие получил подход прямого численного моделирования течения суспензий с разрешением обтекания жидкостью отдельных частиц [1]. Однако для решения широкого круга инженерных задач этот подход является слишком затратным. Наиболее подходящими моделями турбулентных течений суспензий по-прежнему остаются двухжидкостные модели, описывающие движение несущей фазы и движение коллектива частиц, основывающиеся на континуальном представлении и использующие осредненные по Рейнольдсу или Фавру уравнения.

При построении модели турбулентности для системы «частица–жидкость» удобно выделить три уровня описания: микроскопический, мезомасштабный и макромасштабный [2]. На микроскопическом уровне рассматриваются движения отдельных частиц и течение обтекающей их жидкости. Мезомасштабный уровень соответствует осредненному описанию хаотического или псевдотурбулентного движения частиц, обусловленного межчастичным взаимодействием. Макромасштабное описание рассматривает закономерности турбулентного движения жидкости и вовлечение частиц в пульсационное движение турбулентными вихрями.

* Работа выполнена в рамках государственного задания ИТ СО РАН (AAAA-A17-117030910025-7).

Гидродинамическое взаимодействие между частицами и непосредственные столкновения между ними приводят к появлению псевдо-турбулентных пульсаций и напряжений поля частиц, которые необходимо учитывать при моделировании течений с высокой концентрацией частиц. Описание напряжений в фазе частиц, вызванных межчастичными взаимодействиями, может быть выполнено в рамках кинетической модели гранулярных сред или с использованием феноменологической реологической модели. Построение кинетической модели гранулярных сред выполняется по аналогии с кинетической теорией молекулярного движения газа. Эволюция пульсаций описывается уравнением переноса псевдотемпературы с учетом генерации хаотического движения в градиентном потоке, диссипации пульсационной энергии за счет вязких потерь и неупругих столкновений. В настоящее время кинетическая модель считается хорошо апробированной и подходящей для мезомасштабного описания течений умеренно плотных гранулярных сред.

В реологических моделях течений суспензии вводятся феноменологические алгебраические зависимости нормальных и касательных напряжений от концентрации частиц и градиентов скорости [2, 3]. В зависимости от локального числа Стокса, числа Рейнольдса частиц и концентрации частиц принято различать следующие режимы движения частиц в потоке: режим свободного падения и продолжительного межчастичного контакта, инерционный и вязкий режимы. Кинетический или реологический подходы для описания мезомасштабного течения могут быть использованы для построения модели макромасштабного турбулентного течения [4–8].

Большинство численных исследований рассматриваемого класса течений выполнено с помощью двухжидкостных моделей, включающих уравнения движения для каждой из фаз. Однако для подавляющей части практических целей решение полной системы двухскоростной модели не только дорого с вычислительной точки зрения, но и не является необходимым. Установившиеся или слабо меняющиеся во времени течения суспензий характеризуются малостью динамического времени релаксации частиц по сравнению с гидродинамическим временем. В этом случае полная двухскоростная модель может быть сведена к модели с квазиравновесной скоростью межфазного скольжения [9–11].

Высококонцентрированные течения жидкости с относительно небольшими частицами, для которых число Стокса не превосходит 10, на мезомасштабном уровне можно рассматривать как течения суспензии с некоторым реологическим законом, описывающим суммарные напряжения в смеси. Мезомасштабные напряжения в жидкой фазе включают напряжение, являющееся вкладом частиц в гидродинамическую часть напряжений смеси в целом [12]. Вследствии этого разложение напряжений смеси на составляющие напряжения в жидкой и твердой фазах, необходимое для построения двухжидкостных моделей, становится нетривиальной задачей. В литературе сложилась неопределенность, связанная с моделированием касательных напряжений в жидкой фазе. В некоторых двухжидкостных моделях, в частности, описанных в работах [7, 8], сдвиговая вязкость в жидкой фазе принимается равной вязкости чистой жидкости, а в других моделях вязкость считается равной эффективной вязкости суспензии [5]. Несмотря на то, что оба этих подхода могут давать близкие результаты, строго говоря, они ошибочны. Одножидкостное описание суспензий на основе уравнений для характеристик двухфазного потока представляется хорошей альтернативой двухжидкостным моделям. Отметим, что аналогичный подход с использованием уравнений для двухфазной среды в целом применяется и при моделировании двухфазных течений с малоинерционными частицами [13].

Задачи о турбулентном течении жидкости с твердыми частицами требуют рассмотрения влияния твердой фазы на турбулентные характеристики течения. С увеличением объемной концентрации и массовой загрузки потока возрастает вклад межчастичных

взаимодействий в перенос импульса и энергии дисперсной фазы, увеличивается влияние частиц как на средние, так и на пульсационные характеристики. В двухфазном течении возникают дополнительные эффекты производства и переноса турбулентной энергии.

Целью настоящей работы является развитие статистической модели турбулентности и метода расчета турбулентных течений жидкости с произвольной концентрацией твердых частиц на основе реологической модели суспензии с квазиравновесной скоростью межфазного скольжения. Дополнительным важным аспектом представленной модели является учет влияния частиц на турбулентность несущей жидкости. С использованием разработанной модели в данном исследовании рассчитываются напорные турбулентные течения жидкости с тяжелыми частицами в горизонтальных каналах. Сопоставление численных результатов с экспериментальными данными и с расчетами других авторов, выполненных с применением вихреразрешающих методов, демонстрируют возможность модели адекватно описывать различные режимы двухфазных течений.

1. Математическая модель

Подход к описанию дисперсной фазы связан с введением совокупности континуумов, каждый из которых относится к определенной фазе смеси. Величины, относящиеся к твердой дисперсной и несущей жидкой фазам, обозначаются нижними индексами p и f соответственно. Неброуновские частицы предполагаются сферами с постоянным диаметром d_p и постоянной плотностью ρ_p . Объемная концентрация частиц ϕ характеризует долю объема, занимаемую дисперсной фазой.

Осреднение уравнений, описывающих турбулентное течение суспензии, проводится при помощи подхода Фавра или фазового осреднения. Осредненные параметры течения определяются, исходя из условия сохранения формы уравнения неразрывности $\langle A \rangle_p = \langle \phi A \rangle / \langle \phi \rangle$. Средние величины, характеризующие смесь, определяются соответствующими суммами: плотность — $\rho = \rho_f (1 - \phi) + \rho_p \phi$, скорость — $\rho \mathbf{U} = \rho_f (1 - \phi) \mathbf{U}_f + \rho_p \phi \mathbf{U}_p$, где \mathbf{U}_f и \mathbf{U}_p — осредненные по Фавру скорости жидкости и континуума частиц.

Реологическая модель турбулентного течения суспензии включает уравнения неразрывности, количества движения и переноса турбулентных величин, сформулированных для смеси в целом, а также уравнение переноса для концентрации частиц и алгебраическое уравнение на относительную межфазную скорость. Осредненные по Фавру уравнения баланса массы и импульса смеси имеют вид

$$\partial \rho / \partial t + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{U}}{dt} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot (\hat{\mathbf{T}}_v + \hat{\mathbf{T}}_t + \hat{\mathbf{T}}_d), \quad (2)$$

где $d/dt = \partial/\partial t + (\mathbf{U} \cdot \nabla)$ — субстанциональная производная, p — осредненное давление, $\hat{\mathbf{T}}_t$ — тензор рейнольдсовых напряжений смеси, $\hat{\mathbf{T}}_v$ — тензор вязких напряжений смеси, $\hat{\mathbf{T}}_d$ — так называемый тензор диффузионных напряжений. В уравнениях баланса массы и импульса двухфазной среды члены, описывающие межфазное взаимодействие, отсутствуют. Осредненное по Фавру уравнение переноса концентрации частиц имеет точно такой же вид, что и для мгновенной концентрации:

$$\partial \rho_p \phi / \partial t + \nabla \cdot (\rho_p \mathbf{U}_p \phi) = 0. \quad (3)$$

Уравнение для мгновенной скорости континуума частиц имеет вид [14]

$$\phi \rho_p \frac{d \mathbf{u}_p}{dt} = \mathbf{f}_D + \mathbf{f}_p + \phi \Delta \rho \mathbf{g} + \phi \rho_f \frac{d \mathbf{u}_f}{dt} + \nabla \cdot \hat{\sigma}_p, \quad (4)$$

где $\Delta \rho = \rho_p - \rho_f$ — разность плотностей, $d_i/dt = \partial/\partial t + (\mathbf{u}_i \cdot \nabla)$ — субстанциональная производная для i -ой фазы, \mathbf{f}_D — межфазная сила гидродинамического сопротивления, \mathbf{f}_p — дополнительные силовые факторы, возникающие при относительном движении частицы и жидкости, $\hat{\sigma}_p$ — напряжения в твердой фазе. После осреднения уравнения для скорости поля частиц (4), используя предположения малости ускорения относительной скорости $d(\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f)/dt \ll 1$ и близости турбулентных напряжений частиц и жидкости, получаем следующее выражение:

$$\phi \Delta \rho \left(\frac{d \mathbf{U}}{dt} - \nabla \cdot \hat{\mathbf{T}}_t \right) = \phi \Delta \rho \mathbf{g} + (\mathbf{F}_D + \mathbf{F}_L + \nabla \cdot \hat{\Sigma}_p),$$

здесь в правой части в скобках записаны осредненные сила сопротивления, подъемная сила и напряжения континуума частиц. Осредненная сила сопротивления пропорциональна средней относительной скорости:

$$\mathbf{F}_D = -\frac{\rho_p \phi}{\tau_p} \langle \mathbf{U}_r \rangle = -\frac{\rho_p \phi}{\tau_p} (\mathbf{U}_r - \mathbf{u}_d), \quad \mathbf{u}_d = \frac{\langle \phi' \mathbf{u}_f' \rangle}{\phi(1-\phi)},$$

где τ_p — время динамической релаксации частицы в стесненном потоке, $\mathbf{U}_r = \mathbf{U}_p - \mathbf{U}_f$ — относительная скорость, \mathbf{u}_d — диффузионная скорость, возникающая из-за разности между осредненной скоростью жидкости и осредненной скоростью жидкости вдоль траектории частиц (так называемая скорость жидкости, видимая частицей). Угловые скобки означают операцию осреднения, а штрихом обозначена пульсационная составляющая полевой величины. В результате уравнение на осредненную скорость частиц упрощается до алгебраического уравнения на относительную скорость:

$$\mathbf{U}_r = \frac{\tau_p}{\rho_p} \left[\Delta \rho \left(\mathbf{g} - \frac{d \mathbf{U}}{dt} + \nabla \cdot \hat{\mathbf{T}}_t \right) + \frac{\mathbf{F}_L + \nabla \cdot \hat{\Sigma}_p}{\phi} \right] + \mathbf{u}_d. \quad (5)$$

Алгебраическое уравнение для относительной скорости (5) включает турбулентную диффузию, напряжения частиц, вызванное межчастичными взаимодействиями, и подъемную силу Сэффмана в сдвиговом течении.

Модель турбулентности выбиралась, исходя из следующих соображений. Подавляющее большинство моделей турбулентности дисперсных течений основано на линейной модели вихревой вязкости, замыкаемой уравнениями для кинетической турбулентной энергии и скорости ее диссипации (k - ε модели) или удельной скорости диссипации (k - ω модели). При этом, как правило, записываются также отдельные уравнения на турбулентные характеристики жидкости и поля частиц. Основным недостатком линейной модели вихревой вязкости является невозможность описать анизотропию турбулентных напряжений и, как следствие, вторичные течения в каналах. В статье [15] была представлена нелинейная двухпараметрическая алгебраическая модель рейнольдсовых напряжений для дисперсного турбулентного потока с малоинерционными частицами. Однако такая модель ограничена течениями с малой концентрацией частиц.

Как и в исследовании [15], в настоящей работе модель турбулентности формулируется для турбулентных характеристик двухфазного потока в целом. Турбулентные характеристики течения определяются с использованием многопараметрической версии k - ε модели турбулентности на основе модели вихревой вязкости [16]. Низкорейнольдсовая модель ζ - a построена путем редуцирования модели переноса рейнольдсовых напряжений с эллиптической релаксацией [17] до четырехпараметрической модели

вихревой вязкости. По сути, модель является версией оригинальной модели Дурбина [18], основанной на следующей зависимости для турбулентной вязкости ν_t , справедливой в окрестностях стенки: $\nu_t = C_\mu \nu^2 T_t$, где $\nu^2 \equiv \langle u'_2 u'_2 \rangle$ — компонента тензора рейнольдсовых напряжений для нормальных к стенке пульсаций скорости, нижний индекс «2» соответствует нормальному к стенке направлению, константа $C_\mu = 0,22$.

Тензор турбулентных напряжений моделируется с использованием гипотезы Буссинеска:

$$\hat{\mathbf{T}}_t = -\rho \langle \mathbf{u}' \mathbf{u}' \rangle = 2\rho \nu_t \left[\hat{\mathbf{S}} - 1/3 (\nabla \cdot \mathbf{U}) \hat{\mathbf{I}} \right] - 2/3 \rho k \hat{\mathbf{I}}, \quad (6)$$

где k — кинетическая энергия турбулентных пульсаций, $\hat{\mathbf{S}} = 0,5(\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T)$ — тензор скоростей деформации осредненного движения. Соответственно турбулентный поток концентрации замыкается при помощи градиентной гипотезы:

$$\mathbf{u}_d = -\frac{1}{\phi(1-\phi)} \cdot \frac{\nu_t}{\sigma_\phi} \nabla \phi, \quad (7)$$

где σ_ϕ — турбулентное число Шмидта.

Система уравнений турбулентных характеристик течения суспензии имеет форму, аналогичную одножидкостной постановки, с дополнительными членами, моделирующими взаимодействие частицы — турбулентность. Уравнения переноса турбулентной энергии и скорости ее диссипации имеют вид:

$$\rho \frac{dk}{dt} = \nabla \cdot [(\mu + \rho \nu_t) \nabla k] + P - \rho \varepsilon + S_{pk}, \quad (8)$$

$$\rho \frac{d\varepsilon}{dt} = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\rho \nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{1}{T_t} (C_{\varepsilon 1} P - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) + S_{p\varepsilon}, \quad (9)$$

где $P = \rho \nu_t S^2$ — генерация турбулентности, $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ — модуль тензора скоростей деформации осредненного течения, T_t — характерное интегральное время турбулентности, S_{pk} , $S_{p\varepsilon}$ — члены, описывающие влияние частиц на турбулентность, $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, σ_ε — константы модели. Для моделирования нормальных к стенке турбулентных напряжений вводится уравнение переноса для безразмерной переменной $\zeta = \nu^2 / k$:

$$\rho \frac{d\zeta}{dt} = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\rho \nu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \zeta \right] + \rho f - \frac{\zeta}{k} P + \frac{2\rho \nu_t (\nabla \zeta \cdot \nabla k)}{T_t \sigma_k} + \frac{S_{p,22} - \zeta S_{pk}}{k}, \quad (10)$$

где $S_{p,22}$ — модуляция частицами турбулентных напряжений, нормальных к стенке. В соответствии с исходной моделью на основе эллиптического смешивания [17] функция f в уравнении переноса ζ (10) рассчитывается на основе распределения эллиптического параметра α :

$$f = (1 - \alpha^3) f_w + \alpha^3 f_h, \\ f_w = -5 \frac{\varepsilon}{k} \zeta, \quad f_h = -\frac{\varepsilon}{k} \left(C_{1f} - 1 + C_{2f} \frac{P}{\rho \varepsilon} \right) \left(\zeta - \frac{2}{3} \right).$$

Эллиптическое уравнение для функции смешения α формулируется следующим образом:

$$\nabla^2 \alpha + \frac{1}{L_t^2} (1 - \alpha) = 0. \quad (11)$$

Пространственный и временной турбулентные масштабы определяются с использованием условий реализуемости:

$$L_t = C_L \max \left[\min \left(\frac{k^{3/2}}{\varepsilon}, \frac{k^{1/2}}{C_\mu \sqrt{3S}\zeta} \right), c_\eta \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \right],$$

$$T_t = \max \left[\min \left(\frac{k}{\varepsilon}, \frac{0,6}{C_\mu \sqrt{3S}\zeta} \right), c_T \left(\frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \right].$$

Константы модели взяты из базовой модели второго порядка замыкания [17]: $\sigma_k = 1,0$, $C_{1f} = 1,7$, $C_{2f} = 0,9$, $C'_{\varepsilon 1} = C_{\varepsilon 1} \left(1 + A_2 (1 - \alpha^3) P / (\rho \varepsilon) \right)$, $c_\eta = 80$, $C_L = 0,133$, $c_T = 6$, $C_\mu = 0,21$, $A_2 = 0,065$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$, $C_{\varepsilon 2} = 1,83$, $C_{\varepsilon 1} = 1,44$.

Граничные условия на твердой стенке ставятся следующим образом: $k = 0$, $\varepsilon = 2\mu k / (\rho y^2)$, $\zeta = 0$, $\alpha = 0$, где y — расстояние от стенки до первого расчетного узла.

2. Замыкающие соотношения

Модель требует замыкающих соотношений для вязких напряжений смеси, напряжений в среде частиц, гидродинамических сил и вклада частиц в турбулентность.

Модуляция турбулентности

Частицы в потоке могут одновременно приводить как к повышению, так и к уменьшению интенсивности турбулентного движения [19]. Большие частицы увеличивают турбулентность за счет нестационарного следа, при этом энергия турбулентности может быть увеличена на порядок. Модельное описание явления диссипации турбулентности связывают с неполным или частичным вовлечением частиц в турбулентное движение. Энергия турбулентных вихрей, взаимодействующих с частицами, передается мелкомасштабному течению вокруг частиц, где эта энергия быстро диссипирует в тепло за счет вязких сил.

После применения процедуры осреднения по Фавру в правой части уравнения переноса кинетической энергии турбулентных пульсаций жидкости k_f появляется слагаемое, описывающее перенос турбулентной энергии от жидкости к континууму частиц [20–22]:

$$S_{kf} = \langle \mathbf{u}'_f \cdot \mathbf{f}'_D \rangle = \frac{\rho_p \phi}{\tau_p} (k_{fp} - 2k_f) + \frac{\rho_p \phi}{\tau_p} (\mathbf{u}_d \cdot \mathbf{U}_r), \quad S_{kp} = \frac{\rho_p \phi}{\tau_p} (k_{fp} - 2k_p), \quad (12)$$

где $k_{fp} = \langle \mathbf{u}'_p \cdot \mathbf{u}'_f \rangle$, $k_p = 0,5 \langle \mathbf{u}'_p \cdot \mathbf{u}'_p \rangle$, $k_f = 0,5 \langle \mathbf{u}'_f \cdot \mathbf{u}'_f \rangle$ — одноточечные корреляции.

Одним из главных недостатков стандартного подхода моделирования турбулентности двухфазных течений является отсутствие в них членов, описывающих порождение турбулентности в следе за частицами при больших числах Рейнольдса обтекания [21]. Для решения указанной проблемы существует несколько способов. Первый состоит во введении дополнительных членов, описывающий генерацию турбулентных флуктуаций при больших числах Рейнольдса обтекания частиц, на основе полуэмпирических соображений. Так, в работе [23] на основе автомодельного решения для дальнего осесимметричного турбулентного следа за обтекаемым телом была предложена модель генерации турбулентности крупными частицами в двухфазном потоке.

Второй подход (согласованный) [21, 24] состоит в выводе уравнения переноса кинетической энергии турбулентности несущей фазы на основе осредненного уравнения переноса механической энергии жидкой фазы. Выражение для генерации турбулентности несущей фазы имеет вид: $S_k = \frac{\rho_p \phi}{\tau_p} \left[|\mathbf{U}_p - \mathbf{U}_f|^2 + (2k_p - k_{fp}) \right]$.

И наконец, гибридный вариант суммирует члены стандартного и согласованного подходов с результирующим выражением [25, 26]: $S_{kf} = \frac{\rho_p \phi}{\tau_p} \left[|\mathbf{U}_p - \mathbf{U}_f|^2 + 2(k_p - k_f) \right]$.

Сравнение численных результатов с данными эксперимента показало, что смешанный вариант модели лучше согласуется с экспериментальными данными для модуляции турбулентности [26]. Гибридный вариант модели способен описать основные особенности турбулентного течения «жидкость–частица» в вертикальном канале для различных режимов течения и адекватно воспроизводит эффект влияния размера частиц на модуляцию турбулентности.

Однако рассматриваемая проблема может быть решена и в рамках стандартного подхода с помощью введения в аппроксимацию диффузионной скорости слагаемого, пропорционального относительной скорости [2]: $\mathbf{u}_d = -\frac{1}{\phi(1-\phi)} \cdot \frac{v_t}{\sigma_\phi} \nabla \phi + C_g (\mathbf{U}_p - \mathbf{U}_f)$.

Такая аппроксимация приводит к появлению строго положительного члена генерации турбулентности:

$$S_{kf} = \frac{\rho_p \phi}{\tau_p} \left[C_g |\mathbf{U}_p - \mathbf{U}_f|^2 + (k_{fp} - 2k_f) - \frac{1}{\phi(1-\phi)} \cdot \frac{v_t}{\sigma_\phi} \nabla \phi \cdot (\mathbf{U}_p - \mathbf{U}_f) \right],$$

где коэффициент C_g может быть определен на основе анализа детальных численных расчетов [27, 28].

От двухжидкостных моделей турбулентности, в которых вводятся уравнения переноса для интенсивности турбулентности жидкости и частиц, можно перейти к модели смеси, в которой рассматриваются уравнения переноса турбулентных характеристик смеси как единого целого [13]. Дополнительные слагаемые, описывающие влияние частиц на турбулентность, входят в уравнения кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации и имеют вид:

$$S_k = \frac{\rho_p \phi}{\tau_p} \left[C_g |\mathbf{U}_r|^2 + 2(k_{fp} - k_f - k_p) - \frac{1}{\phi(1-\phi)} \cdot \frac{v_t}{\sigma_\phi} (\nabla \phi \cdot \mathbf{U}_r) \right], \quad (13)$$

$$S_\varepsilon = C_{3\varepsilon} \frac{1}{T_t} S_k. \quad (14)$$

Простейший способ аппроксимации вклада частиц в уравнении переноса рейнольдсовых напряжений смеси состоит в использовании гипотезы изотропности генерации турбулентности:

$$S_{p,ij} = \frac{\rho_p \phi}{\tau_p} \left\{ \frac{\langle \mathbf{u}'_i \mathbf{u}'_j \rangle}{k} \left[2(k_{fp} - k_f - k_p) + C_g |\mathbf{U}_r|^2 \right] + (\mathbf{u}_{d,i} \mathbf{U}_{r,j} + \mathbf{u}_{d,j} \mathbf{U}_{r,i}) \right\}.$$

Пренебрегая вкладом диффузионного турбулентного переноса частиц, что справедливо для рассматриваемых задач, получим дополнительное слагаемое в уравнении переноса ζ (15) в виде

$$S_{p,22} = (v^2/k) S_{pk} = \zeta S_{pk}. \quad (15)$$

Одноточечные корреляции скоростей оцениваются с использованием коэффициентов вовлеченности $k_{fp} = f_{fp}k_f$, $k_p = f_pk_f$. Коэффициенты вовлеченности рассчитываются на основе экспоненциальной корреляционной функции [29]:

$$f_{fp} = \frac{1 + ASt_L}{1 + St_L}, \quad f_p = \frac{1 + A^2St_L}{1 + St_L}, \quad A = \frac{1 + C_{vm}}{\rho_p/\rho_f + C_{vm}}, \quad (16)$$

$$St_L = \tau_p^*/T_{Lp}, \quad \tau_p^* = \tau_p(1 + C_{vm}\rho_f/\rho_p),$$

где число Стокса St основывается на Лагранжевом масштабе времени T_{Lp} , C_{vm} — коэффициент виртуальной массы, принимаемый равным 0,5. Лагранжев масштаб времени пульсаций скорости жидкости определяется на основе корреляции [30]

$$T_{Lp} = T_L F(St_E), \quad T_L = \alpha_L T_t, \quad \alpha_L = \text{const}, \quad (17)$$

$$F(St_E) = \left[1 - (1-b)(1 + St_E)^{-0,4(1+0,01St_E)} \right] / b,$$

где число Стокса рассчитывается по эйлерову масштабу времени: $St_E = \tau_p^*/T_E$, $T_E = T_L/b$, $b = 0,356$. Значение постоянной α_L полагается равным 0,27. Неизотропность масштабов турбулентности не учитывается. Отметим, что для удовлетворения предельного перехода $S_p \rightarrow 0$ при $\tau_p \rightarrow 0$ коэффициенты вовлеченности должны вычисляться на основе двухмасштабной биэкспоненциальной автокорреляционной функции [10, 13].

Турбулентное число Шмидта σ_ϕ , определяющее турбулентную диффузию частиц, не является универсальной константой и зависит от отношения времени релаксации частицы к интегральному масштабу времени турбулентности [10]:

$$v_t/\sigma_\phi = (T_{Lp}/T_L)v_t/\sigma_t, \quad (18)$$

где турбулентное число Шмидта для неинерционных частиц $\sigma_t \sim 0,9$. Коэффициент турбулентной диффузии частиц оказывается большим, чем для частиц жидкости или инерционных частиц. Эффект пересечения траекторий, связанный с уменьшением времени взаимодействия частиц с турбулентными вихрями при росте средней скорости скольжения, не учитывается.

Вязкие напряжения

В общем случае вязкие напряжения смеси и нормальные напряжения континуума частиц определяются суммой слагаемых, описывающих вязкий, инерционный и контактный режимы течения суспензии.

Модель вязкого режима описывается модифицированной изотропной моделью баланса суспензии [14]. В вязком режиме течения суспензии касательные напряжения смеси описываются эффективной вязкостью смеси, являющейся функцией концентрации частиц. В концентрированных дисперсных системах значение эффективной вязкости существенно зависит от концентрации, формы и размеров частиц. Для возможности аппроксимации различных экспериментальных данных в широком диапазоне изменения концентрации дисперсной фазы используется эмпирическое выражение для вязкости суспензии с единственным эмпирическим коэффициентом β [31]

$$\mu = \mu_f \mu_r(\phi), \quad \mu_r(\phi) = \exp\left\{2,5/\beta \left[1/(1-\phi)^\beta - 1\right]\right\}, \quad (19)$$

где μ_f — коэффициент динамической вязкости несущей жидкости.

В изотропной модели разница нормальных напряжений в среде частиц равна нулю и тензор напряжения имеет диагональный вид: $\hat{\Sigma}_p = -\Pi_p \hat{\mathbf{I}}$, где Π_p — давление частиц. Давление частиц в вязком режиме пропорционально первой степени скорости сдвига S [14]:

$$\Pi_v = \mu_f a_n(\phi) S, \quad a_n = \mu_r - (1 + 2,5\phi). \quad (20)$$

Реология среды при постоянном межчастичном контакте задается эмпирической моделью, в которой нормальные напряжения не зависят от скорости сдвига, и являются функцией локальной концентрации частиц [32]:

$$\Pi_{fr} = C_{fr} \max(\phi - \phi_{\min}, 0)^2 / (\phi_{\max} - \phi)^5, \quad (21)$$

где эмпирические константы $C_{fr} = 0,05$ Па, $\phi_{\min} = 0,5$, ϕ_{\max} — предельно плотная упаковка частиц. Эффективная сдвиговая вязкость пропорциональна контактному давлению:

$$\mu_{fr} = \mu_0 \Pi_{fr} / S, \quad (22)$$

где $\mu_0 = 0,32$ — статический коэффициент трения. Течение суспензии приобретает свойство вязкопластичности с предельным напряжением, зависящим от концентрации частиц.

В случае быстрых течений или малой вязкости жидкости необходимо учитывать влияние инерционных эффектов на реологию суспензии. Можно выделить два разных инерционных эффекта. Первый эффект, описанный в работе [33], связан с явлением исключаемого объема. Конечная инерция частиц приводит к развитию области следа за частицами, локально увеличивая эффективный занимаемый объем частиц и, соответственно, вязкую диссипацию механической энергии. Модельное описание эффекта исключаемого объема приведено в статье [34]. Второй эффект непосредственно связан с влиянием парных столкновений между частицами на напряжения смеси и перенос энергии. В случае, когда инерция частиц преобладает над вязким сопротивлением, напряжения смеси не зависят от вязкости жидкости и пропорциональны квадрату скорости сдвига: $\Pi_p \sim \rho_p d_p^2 S^2$. Экспериментальные исследования [35, 36] и численные расчеты [34] показали, что вязкий режим течений суспензии с линейным соотношением между напряжением и скоростью деформации справедлив до чисел Стокса $St_p = 1/9(\rho_p d_p^2 \gamma / \mu_f) < 10$. В настоящей работе рассматриваются течения с относительно мелкими частицами, для которых это условие выполняется, поэтому влиянием инерционных эффектов на реологию смеси пренебрегается. В статьях [5–7] все три режима — вязкий, инерционный и контактный — включены в двухжидкостные модели турбулентного течения суспензий на основе реологических моделей.

Межфазные силы

Сила межфазного сопротивления описывается временем релаксации частиц в стесненном потоке как

$$\tau_p = \frac{\tau_{p0} f^h}{1 - \phi}, \quad \tau_{p0} = \frac{4\rho_p d_p}{3\rho_f C_D \langle |U_r| \rangle}, \quad (23)$$

где τ_{p0} — время динамической релаксации одиночной сферической частицы в безграничном потоке, f^h — функция стесненного осаждения, учитывающая концентрационную стесненность на силу сопротивления частиц, C_D — коэффициент сопротивления. Для частиц, движущихся в ньютоновской жидкости, коэффициент сопротивления описывается аппроксимацией Шиллера — Неймана [37]: $C_D(Re_p) = (24/Re_p)(1,0 + 0,15 Re_p^{0,687})$,

где относительное число Рейнольдса для дисперсной фазы определяется по свойствам несущей фазы и относительной скорости — $Re_p = \rho_f d_p \langle U_r \rangle / \mu_f$.

Результаты экспериментальных исследований, посвященных изучению влияния турбулентности несущей среды на межфазную силу, остаются противоречивыми. В ряде экспериментов сообщается об увеличении осредненной силы сопротивления, в других же, напротив, о ее уменьшении [19]. Приближенный вариант, учитывающий вклад пульсационного скольжения частиц относительно жидкости в силу сопротивления, состоит в расчете относительного числа Рейнольдса по формуле $Re_p = \rho_f d_p \langle U_r \rangle + (1 - f_p) k_f / \mu_f$.

Функция стесненного осаждения определяется по модифицированной формуле Ричардсона–Заки $f^h(\phi) = (1 - \phi)^n \left[1 - (\phi / \phi_{max})^m \right]$, где введен модельный демпфирующий множитель с коэффициентом $m = 8$ для предотвращения миграции частиц при $\phi \rightarrow \phi_{max}$. Показатель степени n зависит от относительного числа Рейнольдса и равен $n = 4,65$ в стоковском пределе.

Подъемная сила Саффмана описывает возникновение поперечной силы, действующей на одиночную частицу в потоке со сдвигом скорости. При относительном движении частицы и жидкости с поперечным сдвигом выражение для подъемной силы можно представить в виде $F_L = C_L \rho_f \phi \left[\langle U_r \rangle \times [\nabla \times U_f] \right]$, где C_L — коэффициент подъемной силы. Для расчета коэффициента подъемной силы в вязком сдвиговом течении используется модель [38], сочетающая модели для низко-рейнольдсовых ($0,01 < Re_p < 10$) и высоко-рейнольдсовых ($0,1 < Re_p < 500$) обтеканий твердых частиц. Оценки, выполненные на основе экспериментальных данных для полностью развитых течений в вертикальном канале, показывают следующий диапазон изменений коэффициента подъемной силы: $0,01 < C_L < 0,15$ [39]. Соответственно, вычисленный коэффициент подъемной силы ограничивается сверху значением $C_{L,max} = 0,15$.

Модель содержит дополнительные эмпирические константы C_g и $C_{3\epsilon}$. Величина коэффициента C_g может быть калибрована на задачах о вертикальных течениях суспензии с относительно большими скоростями скольжения. В литературе величины коэффициентов $C_{3\epsilon}$ и σ_p варьируются в широком диапазоне значений. Величина $C_{3\epsilon}$ лежит в пределах от 1,0 до 2,0.

В уравнении на относительную скорость можно выделить диффузионную часть и переписать уравнение сохранения массы в виде конвективно-диффузионного уравнения переноса объемной концентрации частиц:

$$\frac{\partial \rho_p \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\rho_p \phi \left(\mathbf{U} + \frac{\rho_f}{\rho} (1 - \phi) \mathbf{U}_r + \frac{1}{\phi} D_\phi \nabla \phi \right) \right] - \nabla \cdot (\rho_p D_\phi \nabla \phi) = 0,$$

$$D_\phi = \frac{\rho_f}{\rho} \left((1 - \phi) \frac{\tau_p}{\rho_p} \cdot \frac{\partial \Pi_p}{\partial \phi} + \frac{v_t}{\sigma_\phi} \right), \quad (24)$$

где D_ϕ — эффективный коэффициент диффузии, включающий турбулентную диффузию и диффузионный вклад межчастичных взаимодействий. Параболическое уравнение требует задания граничных условий для концентрации на всех границах. На твердых стенках ставятся условия непротекания и прилипания на скорость и отсутствия потока частиц через стенку — $\partial \phi / \partial n = 0$. Эффект частичного скольжения суспензии на стенках в данной работе не учитывается.

Таким образом, модель состоит из уравнений переноса (1)–(3), алгебраического уравнения на относительную скорость (5), замыкающих соотношений для напряжений (19)–(22)

и силы сопротивления (23), уравнений переноса турбулентных величин (8)–(11) с дополнительными членами (13)–(15) и замыкающими аппроксимациями (7) и (16)–(18).

3. Численный алгоритм

Используемый численный алгоритм базируется на методе конечного объема для пространственных уравнений гидродинамики на неструктурированной сетке, согласованной с границами расчетной области. Алгоритм получения установившегося напорного двухфазного течения в произвольном канале описан в статье [14].

Переход к уравнениям характеристик двухфазного потока в целом дает ряд преимуществ численного характера по сравнению с традиционным двухжидкостным подходом. Модель позволяет использовать однородные численные методы, разработанные для однофазной жидкости, для которых нет необходимости выделять области течения с разной концентрацией частиц. Отсутствует численный шум, возникающий при решении уравнений вида (4) при стремлении концентрации частиц к нулю ($\phi \rightarrow 0$). Быстро расходящиеся при $\phi \rightarrow \phi_{\max}$ межчастичные напряжения (20) и (21) входят в уравнения через коэффициенты эффективной вязкости (19) и диффузии (24), что при условии использования неявных алгоритмов решения уравнений переноса позволяет избежать численных неустойчивостей в областях течения с высокой концентрацией.

4. Результаты моделирования

Упрощенный вариант модели без вклада частиц в турбулентное движение использовался для численного моделирования установившегося турбулентного течения гидросмеси в горизонтальной круглой трубе для нескольких случаев, для которых существуют экспериментальные данные [40]. Рассматривались течения с высокой степенью загрузки потока — от 10 до 40 % по объемному содержанию дисперсной фазы при больших скоростях. Диаметры частиц варьировались от 90 до 520 мкм, диаметры труб составляли 50–100 мм. Сопоставление с экспериментальными данными продемонстрировало способность модели хорошо предсказывать распределения концентрации частиц и скорости суспензии по высоте канала для гетерогенного режима течения. Однако модель завышала продольный перепад давления для течений с большой загрузкой потока. Хорошее согласование с экспериментом наблюдалось только для течений с интегральной концентрацией частиц < 20 %.

В настоящей работе в качестве первого теста рассматривается полностью развитое течение воды с песком в горизонтальной круглой трубе, изученное как экспериментально [41], так и с помощью численного моделирования [27]. Диаметр канала $D = 51,5$ мм, средний диаметр частиц песка $d_p = 165$ мкм, плотность частиц $\rho_p = 2650$ кг/м³. Скорость осаждения одиночной частицы $u_s = 0,0185$ м/с, число Рейнольдса $Re_p(u_s) = 3,06$. В эксперименте исследовалось течение со средней скоростью $U_b = 1,6$ м/с и средней объемной концентрацией $C = 8,4$ %.

Исследуемое течение численно моделировалось с помощью метода крупных вихрей (LES), используемого для моделирования течения жидкости в сочетании с траекторным методом для моделирования движения отдельных частиц [27]. Было рассмотрено два случая, отличающихся только средней скоростью жидкости. В первом случае, как и в эксперименте, средняя скорость жидкости составляла 1,6 м/с, что соответствует числу Рейнольдса течения $Re = \rho_f U_b D / \mu_f = 85000$. Во втором случае скорость жидкости была в два раза меньше и равнялась 0,83 м/с ($Re = 46660$), что ниже критической скорости оседания, которая для рассматриваемой суспензии составляла 1,2 м/с.

При численном моделировании полностью развитого течения на достаточно подробной сетке с полным разрешением пристеночного слоя расстояние от стенки до первого расчетного узла в вязких единицах составляло меньше 1 ($y^+ < 1$) для всех

вариантов. Рассматривалось несколько вариантов модели, как с учетом влияния частиц на турбулентность, так и без него.

В горизонтальной трубе под действием силы тяжести тяжелые частицы стремятся к нижней стенке, в турбулентном потоке оседанию частиц препятствует процесс турбулентной диффузии. Вследствие этого в трубе формируется развитое течение с монотонно уменьшающимся от нижней стенки профилем концентрации частиц и с относительной вертикальной скоростью, близкой к нулю. Предварительные численные расчеты показали отсутствие влияния подъемной силы Саффмана на распределение частиц по каналу. Если пренебречь миграцией частиц в область пониженной скорости сдвига за счет межчастичных взаимодействий, то для полностью развитого горизонтального турбулентного течения суспензии уравнение на скорость скольжения сводится к балансовому соотношению вдоль вертикальной оси y :

$$-\frac{\tau_p}{\rho_p} \Delta \rho g = \frac{1}{(1-\phi)} \cdot \frac{v_t}{\sigma_\phi} \cdot \frac{1}{\phi} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\tau_p}{\rho_p} \cdot \frac{d(\Pi_{fr} + \Pi_v)}{d\phi} \cdot \frac{1}{\phi} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial y}.$$

В области турбулентного гетерогенного течения вторым слагаемым в правой части можно пренебречь, тогда сила тяжести уравнивается силой турбулентной диффузии. В области слоя осадка, где турбулентными пульсациями также можно пренебречь, действие силы тяжести компенсируется межчастичными напряжениями.

В отсутствие средней скорости скольжения член «модуляция турбулентности» сводится к строго диссипативному слагаемому: $S_k = -(\rho_p \phi / \tau_p) \langle (\mathbf{u}'_p - \mathbf{u}'_f)^2 \rangle < 0$.

Основными искомыми интегральными параметрами задачи являются доставляемая объемная концентрация C_d , равная отношению объемного потока дисперсной фазы к суммарному объемному потоку, и продольный перепад давления dp/dz . Интегральные параметры течений приведены в таблице, здесь модель 0 и модель 1 соответствуют расчетным данным, полученным без учета и с учетом вклада частиц в турбулентное движение соответственно. В детальном численном моделировании (LES) [27] в случае А формируется гетерогенное течение без слоя осадка, а в случае Б у нижней стенки формируется стационарный слой осевших частиц с постоянной концентрацией. При этом значение концентрации в стационарном слое из-за полидисперсности суспензии превышает максимально плотную упаковку для монодисперсной суспензии: $\phi_{max} \sim 0,62$.

Таблица

Параметры течений

Тест	Re, 10^3	Эксперимент [41], dp/dz , Па/м	LES-расчет [27], dp/dz , Па/м	Модель 0		Модель 1	
				dp/dz , Па/м	C_d , %	dp/dz , Па/м	C_d , %
А	85	666,3	510	630	7,8	534	7,0–7,5
Б	46,6	–	–	245	6,9	250–233	3,7–6

На рис. 1 представлены результаты моделирования в сравнении с экспериментальными данными и результатами LES-моделирования, графики приведены вдоль центральной вертикальной линии y . Показаны результаты расчетов без учета влияния частиц на турбулентность (3) и разными значениями модельного коэффициента: $C_{3\varepsilon} = 1,3$ (5), 1,4 (4). Видно, что без учета модуляции турбулентности частицами, модель значительно завышает турбулентные пульсации в пристеночном слое у нижней стенки с высокой концентрацией частиц (рис. 1с). Завышенные значения турбулентных пульсаций приводят к более интенсивной турбулентной диффузии частиц (рис. 1а). Включение в модель членов, описывающих влияние частиц на турбулентность, существенно улучшает предсказательную способность модели. В этом случае хорошо описываются не только

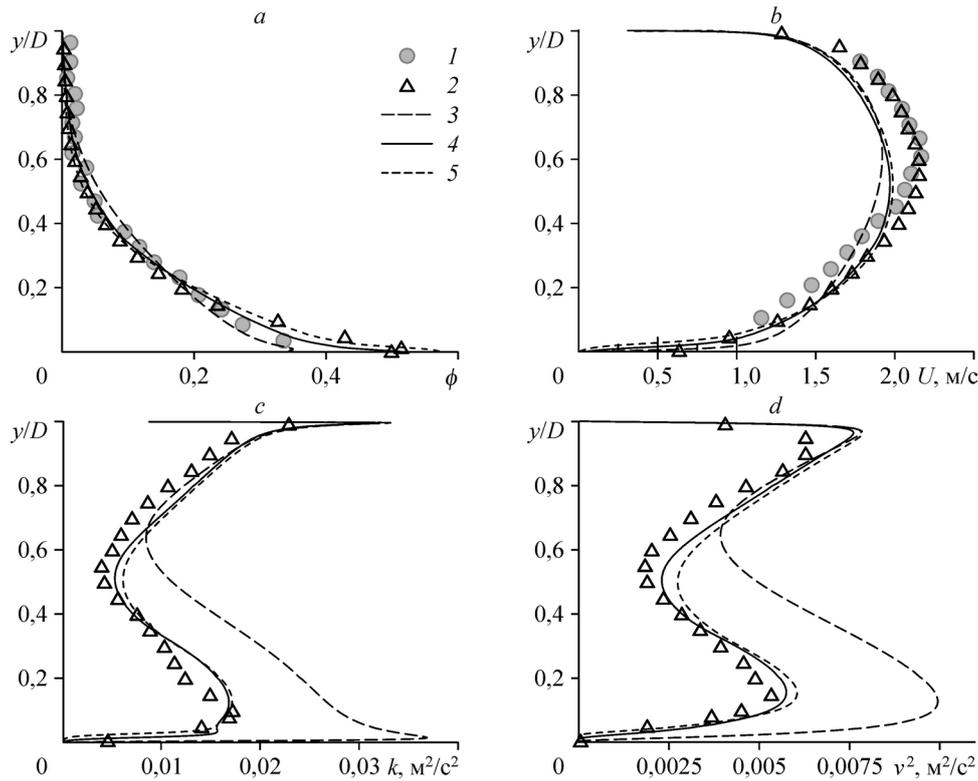


Рис. 1. Тест А. Распределения по высоте объемной доли частиц (а), продольной скорости смеси (b), кинетической энергии турбулентных пульсаций (с) и вертикальной компоненты турбулентных напряжений жидкости (d).

1 — эксперимент [41], 2 — расчет LES [27], 3 — модель без учета влияния частиц на турбулентность, 4 и 5 — модель с $C_{3\varepsilon} = 1,4$ и $C_{3\varepsilon} = 1,3$ соответственно.

суммарные турбулентные пульсации, но и интенсивность нормальных к стенке пульсаций скорости, определяющих турбулентный перенос частиц и импульса (рис. 1d). Максимум продольной скорости смещается к верхней стенке (рис. 1b). При этом частицы подавляют турбулентное движение у нижней стенки. Положение максимума энергии турбулентных пульсаций смещено от стенки вглубь течения по сравнению с областью течения у верхней стенки. Толщина буферного подслоя у нижней стенки становится существенно больше, чем у верхней стенки.

Сравнение интегральных результатов, приведенных в таблице, демонстрирует, что при учете модуляции турбулентности расчетный перепад давления уменьшается почти на 18 % и становится близким к значению, полученному в LES-расчете, но отдален от экспериментального значения. Объемный расход частиц немного уменьшается, что связано с уменьшением турбулентного переноса частиц и увеличением концентрации частиц у пристеночной области.

На рис. 2 представлены расчетные распределения концентрации и аксиальной скорости в поперечном сечении для случая Б. Хорошо видна слоистая структура течения. У нижней стенки наблюдается стационарный слой осевших частиц (~ 60 %). Выше слоя осадка образуется сдвиговый слой с высокой концентрацией частиц: от 10 до 50 % по объемному содержанию. Обширную область выше подвижного слоя занимает слой с малой концентрацией частиц и максимальным продольным потоком жидкости. Изолинии концентрации практически горизонтальны, за исключением пристеночной области, где заметную роль играют вторичные течения.

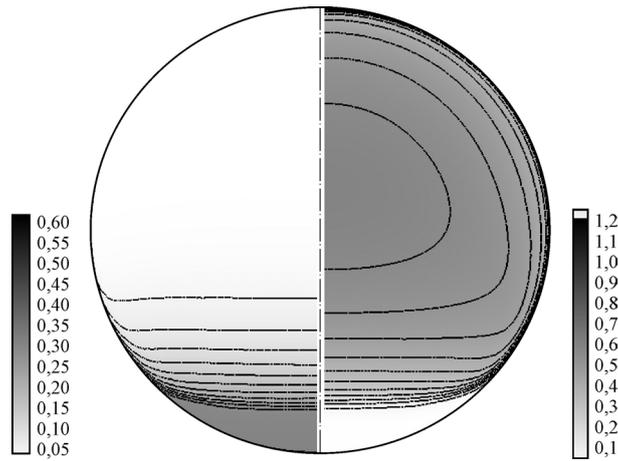


Рис. 2. Тест Б. Распределение концентрации частиц (левая часть) и продольной компоненты скорости [м/с] (правая часть) в поперечном сечении канала.

На рис. 3 представлены результаты моделирования в сравнении с результатами LES-моделирования для случая Б. Приведены результаты расчетов без учета влияния частиц на турбулентность (2) и с разными значениями модельного коэффициента: $C_{3\varepsilon} = 1,2$ (3), 1,3 (4). Для варианта В учет влияния частиц на турбулентность оказывает

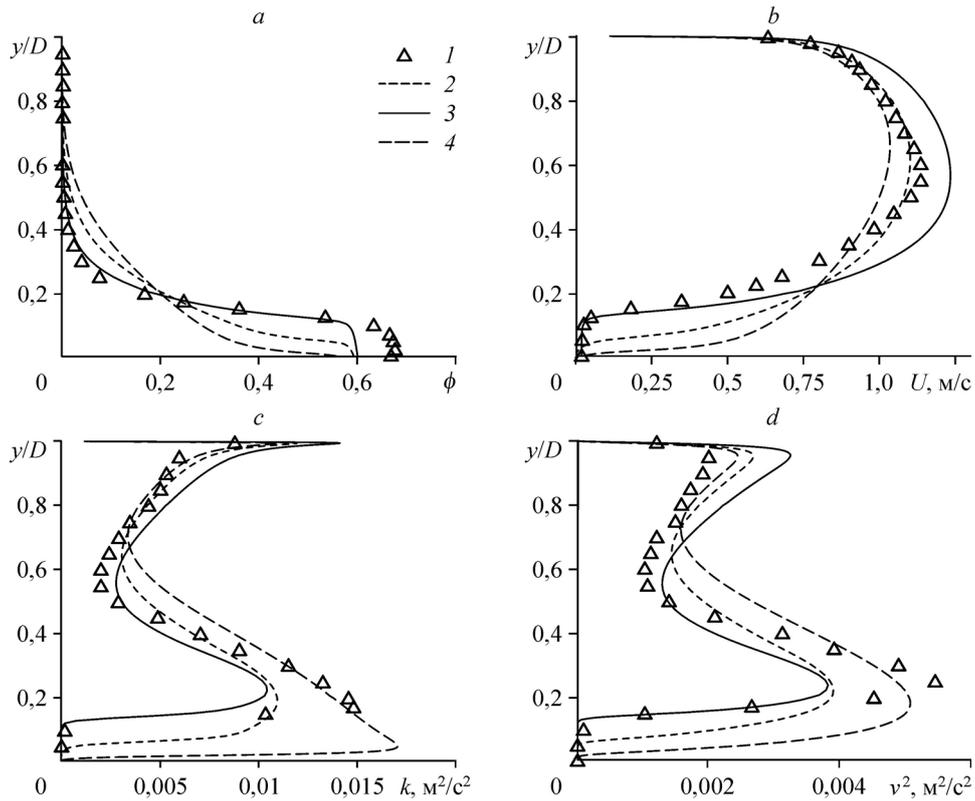


Рис. 3. Тест Б. Распределения по высоте объемной доли частиц (а), продольной скорости смеси (b), кинетической энергии турбулентных пульсаций (с) и вертикальной компоненты турбулентных напряжений (d) жидкости.

1 — расчет LES [27], 2 — модель без учета влияния частиц на турбулентность, 3 и 4 — модель с $C_{3\varepsilon} = 1,2$ и $C_{3\varepsilon} = 1,3$ соответственно.

определяющее значение. Включение диссипативного члена позволяет описать развитие стационарного слоя частиц с максимально плотной упаковкой, который образуется у нижней стенки. Однако предсказываемая толщина слоя осадка сильно зависит от модельных констант. Для варианта с меньшим значением модульного коэффициента — $C_{3\varepsilon} = 1,2$ — величина толщины стационарного слоя ближе к значению, полученному в LES-расчете. Слой осадка характеризуется почти нулевой продольной скоростью, слабо меняющейся концентрацией частиц, близкой к $\phi_{\max} = 0,62$, и отсутствием турбулентных пульсаций.

Над стационарным слоем можно выделить узкий слой подвижных частиц, в котором наблюдается интенсивная сдвиговая генерация турбулентности и сконцентрирован практически весь горизонтальный поток частиц. Как и размеры стационарного слоя, величина расчетного интегрального потока частиц сильно зависит от констант модели (см. таблицу). По сравнению с данными LES-расчета данные RANS-модели показывают несколько завышенную величину турбулентных пульсаций у верхней стенки и заниженную — в области подвижного слоя (рис. 3с и 3d).

Следует отметить, что заметная перестройка течения, вызванная включением диссипации турбулентности частицами, не привела к ощутимому изменению интегрального перепада давления (см. таблицу). Уменьшение потерь энергии за счет снижения турбулентности течения компенсируется увеличением потерь энергии на преодоление сил трения в слое частиц, находящихся в продолжительном контакте. Поскольку большинство частиц сконцентрировано в узком пристеночном слое, расчетное значение объемного расхода частиц заметно зависит от констант модели.

Вторичные течения

Вторичные течения, т.е. движения смеси, перпендикулярные направлению основного потока, развиваются из-за неоднородного распределения плотности по высоте канала в поперечном сечении. На рис. 4 приведены траектории частиц маркеров в поперечном сечении трубы. Стрелки показывают направление движения. Левая часть рисунка относительно плоскости симметрии соответствует течению случая А, правая — случаю Б.

Для рассмотренных вариантов течения вторичное течение в половине сечения трубы представляет собой пару вихрей противоположного знака. В верхней части трубы, характеризующейся малым содержанием частиц, крупный вихрь осуществляет подъемное течение элементов жидкости вдоль стенки и опускное течение в центральной части. В нижней части, насыщенной частицами, второй вихрь поднимает жидкость с частицами в срединной области навстречу опускному течению верхнего вихря и реализует опускное течение вдоль стенки. В области между вихрями образуется течение от центра трубы к стенкам. Подъемное течение от нижней стенки в центральной части, переносящее элементы жидкости с частицами в область с меньшей

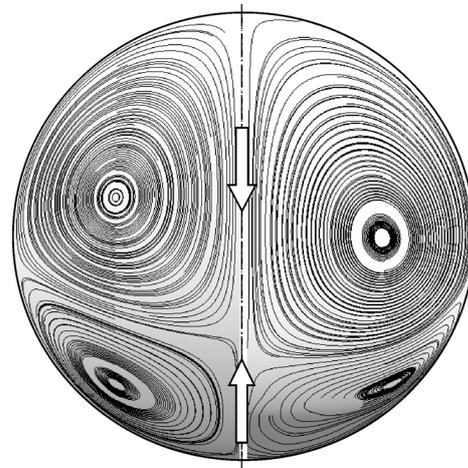


Рис. 4. Траектории частиц маркеров для течения А (левая часть) и Б (правая часть) и концентрации частиц в поперечном сечении канала. Стрелки указывают направление вторичного движения.

концентрацией и большим продольным импульсом, является дополнительным механизмом вовлечения частиц в горизонтальное течение. В случае Б вторичное течение в стационарном слое оказывается практически подавленным. Вторичный вихрь локализуется в узком слое подвижных частиц.

Интенсивность движения вторичных вихрей практически не зависит от скорости основного потока и, по-видимому, определяется скоростью оседания частиц u_s . Максимальная скорость вторичного течения локализуется вблизи стенки в областях выше (подъемное течение) и ниже (опускное течение) точки торможения и составляет $\sim (0,5 - 1) u_s$. В центральном вертикальном сечении опускное течение составляет $\sim (0,2-0,3) u_s$, а подъемное течение $\sim (0,1-0,15) u_s$. Несмотря на то, что интенсивность вторичных вихрей не превышает 1 % от средней скорости, их вклад в процессы переноса в плоскости поперечного сечения значителен. Заметим, что в отличие от однофазных течений в каналах, вторичные течения в рассматриваемых неоднородных двухфазных потоках развиваются под действием силы плавучести, а не являются только следствием анизотропии компонент тензора напряжений Рейнольдса. Расчеты, выполненные с использованием дифференциальной модели переноса рейнольдсовых напряжений [17], демонстрируют ту же структуру вторичных течений, что и описанные выше расчеты по модели линейной вихревой вязкости.

В общем случае рассмотрение вторичных течений позволяет выделить три области течения в горизонтальном канале: область с малой концентрацией частиц у верхней стенки и опускным течением в центре канала, область высококонцентрированного слоя подвижных частиц с подъемным течением и стационарный слой осадка у нижней стенки. В высокоскоростных течениях распределение частиц близко к однородному и наблюдается только один слой. С уменьшением скорости структура течения становится двухслойной, у верхней стенки развивается слой жидкости с пониженной концентрацией частиц. При скорости ниже критической течение может быть описано как трехслойное со слоем стационарного осадка у нижней стенки.

Зависимость перепада давления от скорости

Для оценки предсказательной возможности модели выполнено численное моделирование установившегося турбулентного течения гидросмеси в горизонтальной круглой трубе для течений с высокой степенью загрузки. Использованы постановка задачи и экспериментальные данные из работы [42]. Диаметр канала $D = 103$ мм, средний диаметр частиц песка $d_p = 270$ мкм, плотность частиц $\rho_p = 2650$ кг/м³. Рассматривались течения воды с фиксированной средней объемной концентрацией частиц $C = 20$ и 40 %. После предварительных расчетов выбраны следующие параметры модели: $\sigma_\phi = 0,9$, $C_{3\varepsilon} = 1,5$, $\beta = 1,5$, $\alpha = 0,27$.

Сравнение экспериментальных данных и численных результатов по зависимости перепада давления от скорости приведено на рис. 5. На графике для перепада давления (dp/dz) линией 1 показана зависимость от скорости для чистой жидкости. Численная модель без учета влияния частиц на турбулентность существенно завышает перепад давления для течений в области больших скоростей. Включение диссипации турбулентности за счет частиц уменьшает перепад давления до значений, близких к экспериментальным в области скоростей больше 4 м/с. Однако, как и в рассмотренных выше течениях, перепад давления оказывается заметно меньше экспериментальных значений при малых скоростях течения — < 3 м/с. Ошибка определения градиента давления при малых скоростях может быть связана с неточностью модели взаимодействия высококонцентрированной суспензии со стенкой канала.

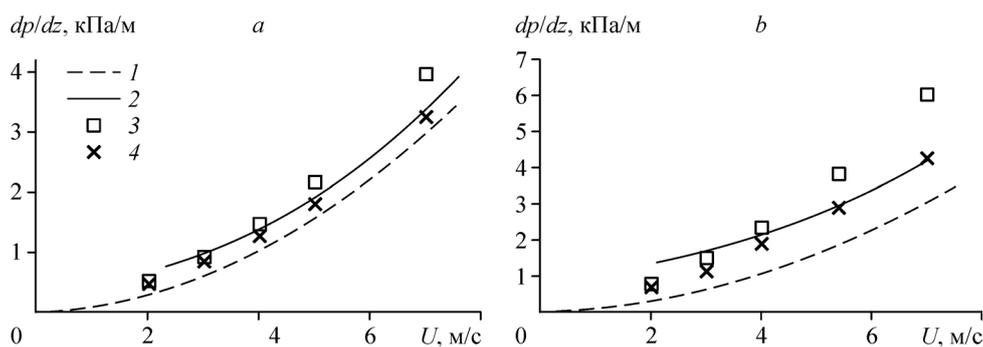


Рис. 5. Зависимость перепада давления от средневolumной скорости для течений с объемной концентрацией частиц $C = 20$ (a) и 40 (b) %.

1 — течение без частиц, 2 — эксперимент [42],

3 и 4 — модель без учета и с учетом влияния частиц на турбулентность соответственно.

Заключение

Представлена модель для описания турбулентного течения высококонцентрированной смеси ньютоновской жидкости с твердыми частицами. Особенность данной модели по сравнению с двухжидкостными моделями состоит в решении системы уравнений для двухфазного потока в целом с использованием реологических соотношений и уравнений переноса для концентрации дисперсной фазы с алгебраическим уравнением для скорости межфазного скольжения. Реологическая модель описывает вязкий и контактный режимы движения частиц в жидкости.

Для моделирования турбулентности суспензии используется многопараметрический вариант $k-\varepsilon$ модели, учитывающий пристеночную анизотропию турбулентности. Модель турбулентности дополняется вкладом частиц в генерацию турбулентности за счет средней скорости скольжения и диссипации, связанной с вязкими потерями при вовлечении частиц в турбулентное движение.

Рассматриваемая модель апробирована на задачах об установившемся турбулентном течении суспензии с тяжелыми частицами в горизонтальной трубе. RANS-моделирование демонстрирует, что без учета модуляции турбулентности частицами модель существенно завышает турбулентные пульсации в пристеночном слое с высокой концентрацией частиц, примыкающем к нижней стенке. Учет диссипации турбулентности за счет вовлечения частиц в турбулентное движение позволяет адекватно описать интенсивность турбулентности и развитие стационарного слоя осевших частиц. Анализ вторичных течений в поперечной плоскости позволил обнаружить трехслойную структуру двухфазного течения. Однако для уточнения структуры течения и улучшения описания анизотропии турбулентности требуется применение моделей второго порядка замыкания. Полученные результаты демонстрирует хорошую предсказательную способность модели как в отношении локальных распределений средних и пульсационных величин, так и в отношении интегральной зависимости перепада давления от скорости смеси.

Помимо констант однофазной модели турбулентности и параметров реологической модели модель содержит несколько эмпирических параметров, описывающих влияние частиц на турбулентность. Значения этих параметров, в частности константы $C_{3\varepsilon}$, существенно определяют характер численного решения в переходных режимах течения. Для калибровки модели требуются дополнительные данные о структуре турбулентного двухфазного течения, которые могут быть получены при помощи вихререзающих методов.

Список литературы

1. Prosperetti A. Life and death by boundary conditions // *J. Fluid Mech.* 2015. Vol. 768. P. 1–4.
2. Fox R. On multiphase turbulence models for collisional fluid-particle flows // *J. Fluid Mech.* 2014. Vol. 742. P. 368–424.
3. Boyer F., Guazzelli E., Pouliquen O. Unifying suspension and granular rheology // *Phys. Rev. Lett.* 2011. Vol. 107, No. 18. P. 188301-1–188301-5.
4. Houssais M., Jerolmack D.J. Toward a unifying constitutive relation for sediment transport across environments // *Geomorphology*. 2017. Vol. 277. P. 251–264.
5. Revil-Baudard T., Chauchat J. A two-phase model for sheet flow regime based on dense granular flow rheology // *J. Geophys. Res.* 2013. Vol. 118, No. 2. P. 619–634.
6. Chiodi F., Claudin P., Andreotti B. A two-phase flow model of sediment transport: transition from bedload to suspended load // *J. Fluid Mech.* 2014. Vol. 755. P. 561–581.
7. Lee Ch.-H., Low Y.M., Chiew Y.-M. Multi-dimensional rheology-based two-phase model for sediment transport and applications to sheet flow and pipeline scour // *Physics of Fluids*. 2016. Vol. 28, No. 5. P. 053305-1–053305-23.
8. Cheng Z., Hsu T.-J., Calantoni J. SedFoam: a multi-dimensional Eulerian two-phase model for sediment transport and its application to momentary bed failure // *Coastal Engng.* 2017. Vol. 119. P. 32–50.
9. Manninen M., Taivassalo V., Kallio S. On the mixture model for multiphase flow // *VTT Publications 288. Technical Research Centre of Finland*. 1996. 67 p.
10. Zaichik L.I., Drobyshevsky N.I., Filippov A.S., Mukin R.V., Strizhov V.F. A diffusion-inertia model for predicting dispersion and deposition of low-inertia particles in turbulent flows // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. 2010. Vol. 53. P. 154–162.
11. Cantero M.I., Balachandar S., Garcia M.H. An Eulerian–Eulerian model for gravity currents driven by inertial particles // *Intern. J. Multiphase Flow*. 2008. Vol. 34. P. 484–501.
12. Nott P.R., Guazzelli E., Pouliquen O. The suspension balance model revisited // *Physics of Fluids*. 2011. Vol. 23, No. 4. P. 043304-1–043304-13.
13. Зайчик Л.И., Мукин Р.В., Мукина Л.С., Стрижов В.Ф., Филиппов А.С. Развитие диффузионно-инерционной модели для расчета пузырьковых турбулентных течений. Изотермическое монодисперсное течение в вертикальной трубе // *Теплофизика высоких температур*. 2012. Т. 50, № 1. С. 74–82.
14. Гаврилов А.А., Шебелев А.В. Одножидкостная модель смеси для ламинарных течений высококонцентрированных суспензий // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2018. № 2. С. 84–98.
15. Алипченков В.М., Зайчик Л.И. Нелинейная алгебраическая модель рейнольдсовых напряжений для дисперсного турбулентного потока с малоинерционными частицами // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2010. № 6. С. 86–101.
16. Isaev S., Baranov P., Popov I., Sudakov A., Usachov A., Guvernuyk S., Sinyavin A., Chulyunin A., Mazo A., Demidov D., Dekterev A., Gavrilov A., Shebelev A. Numerical simulation and experiments on turbulent air flow around the semi-circular profile at zero angle of attack and moderate Reynolds number // *Computers and Fluids*. 2019. Vol. 188. P. 1–17.
17. Manceu R. Recent progress in the development of the Elliptic blending Reynolds-stress model // *Intern. J. Heat and Fluid Flow*. 2015. Vol. 51. P. 195–220.
18. Durbin P. A. Near-wall turbulence closure modeling without “damping functions” // *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. 1991. Vol. 3, No. 1. P. 1–13.
19. Balachandar S., Eaton J. Turbulent dispersed multiphase flow // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2010. Vol. 42. P. 111–133.
20. Elgobashi S.E., Abou-Arab T.W. A two-equation turbulence model for two-phase flows // *Physics of Fluids*. 1983. Vol. 26. P. 931–938.
21. Crowe C.T. On models for turbulence modulation in fluid-particle flows // *Intern. J. Multiphase Flow*. 2000. Vol. 26. P. 719–727.
22. Lightstone M.F., Hodgson S.M. Turbulence modulation in gas-particle flows: a comparison of selected models // *The Canadian J. Chemical Engng.* 2004. Vol. 82. P. 209–219.
23. Зайчик Л.И., Варакин А.Ю. Влияние следа за крупными частицами на интенсивность турбулентности несущего потока // *Теплофизика высоких температур*. 1999. Т. 37, № 4. С. 683–687.
24. Lain S., Sommerfeld M. Turbulence modulation in dispersed two-phase flow laden with solids from a Lagrangian perspective // *Intern. J. Heat and Fluid Flow*. 2003. Vol. 24. P. 616–625.
25. Mandø M., Lightstone M.F., Rosendahl L., Yin C., Sørensen H. Turbulence modulation in dilute particle-laden flow // *Intern. J. Heat and Fluid Flow*. 2009. Vol. 30. P. 719–727.
26. Messa G.V., Malavasi S. Numerical prediction of dispersed turbulent liquid–solid flows in vertical pipes // *J. Hydraulic Research*. 2014. Vol. 52, No. 5. P. 684–692.
27. Capecelatro J., Desjardins O. Eulerian–Lagrangian modeling of turbulent liquid–solid slurries in horizontal pipes // *Intern. J. Multiphase Flow*. 2013. Vol. 55. P. 64–79.
28. Capecelatro J., Desjardins O., Fox R. Strongly coupled fluid-particle flows in vertical channels. II. Turbulence modeling J. // *Physics of Fluids*. 2016. Vol. 28, No. 3. P. 033307-1–033307-42.
29. Oesterlé B., Zaichik L. Time scales for predicting dispersion of arbitrary-density particles in isotropic turbulence // *Intern. J. Multiphase Flow*. 2006. Vol. 32. P. 838–849.

30. Wang L.-P., Stock D.E. Dispersion of heavy particles by turbulent motion // J. Atmos. Sci. 1993. Vol. 50. P. 1897–1913.
31. Cheng N.S., Law A.W.K. Exponential formula for computing effective viscosity // Powder Technol. 2003. Vol. 129. P. 156–160.
32. Johnson P.C., Jackson R. Frictional–collisional constitutive relations for granular materials, with application to plane shearing // J. Fluid Mech. 1987. Vol. 176. P. 67–93.
33. Picano F., Breugem W.-P., Mitra D., Brandt L. Shear thickening in non-Brownian suspensions: an excluded volume effect // Phys. Rev. Lett. 2013. Vol. 111, No. 9. P. 098302-1–098302-5.
34. Alghalibi D., Lashgari I., Brandt L., Hormozi S. Interface-resolved simulations of particle suspensions in Newtonian, shear thinning and shear thickening carrier fluids // J. Fluid Mech. 2018. Vol. 852. P. 329–357.
35. Koos E., Linares-Guerrero E., Hunt M.L., Brennen C.E. Rheological measurements of large particles in high shear rate flows // Phys. Fluids. 2012. Vol. 24, No. 1. P. 013302-1–013302-19.
36. Linares-Guerrero E., Hunt M.L., Zenit R. Effects of inertia and turbulence on rheological measurements of neutrally buoyant suspensions // J. Fluid Mech. 2017. Vol. 811. P. 525–543.
37. Clift R., Grace J.R., Weber M.E. Bubbles, Drops, and Particles. Academic Press, 1978. 380 p.
38. Legendre D., Magnaudet J. The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear flow // J. Fluid Mech. 1998. Vol. 368. P. 81–126.
39. Moraga F., Bonetto F., Lahey R. Lateral forces on spheres in turbulent uniform shear flow // Intern. J. Multiphase Flow. 1999. Vol. 25, No. 6–7. P. 1321–1372.
40. Ignatenko Y., Bocharov O., May R., Gavrilo A., Shebelev A., Dekterev A. Continual modeling of cutting transport during drilling // AIP Conference Proceedings. 2018. Vol. 1939, No. 1. P. 020044-1–020044-6.
41. Roco M., Balakrishnam N. Multi-dimensional flow analysis of solid–liquid mixtures // J. Rheol. 1985. Vol. 29. P. 431–456.
42. Gillies R.G., Shook C.A., Xu J. Modelling heterogeneous slurry flow at high velocities // Can. J. Chem. Eng. 2004. Vol. 82, No. 5. P. 1060–1065.

*Статья поступила в редакцию 29 октября 2019 г.,
после доработки — 25 ноября 2019 г.,
принята к публикации 10 февраля 2020 г.*