

О РЕКОМБИНАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ В СЛЕДЕ ЗА ТЕЛОМ ИЗ СПЛАВА АЛЮМИНИЯ С МАГНИЕМ, ЛЕТАЩИМ В СМЕСИ ВОЗДУХА С КСЕНОНОМ С ГИПЕРЗВУКОВОЙ СКОРОСТЬЮ

Н. Н. Пилюгин, С. С. Чукин

НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, 119899 Москва

На основе анализа экспериментальных данных, полученных в следе за телом из алюминия с магнием, показано, что изменение концентрации электронов вдоль оси следа за моделью из сплава АМГ-6 при скоростях $2 \div 6$ км/с определяется сложной системой реакций с участием возбужденных состояний атомов, двойной и тройной рекомбинацией электронов и перезарядкой ионов. Сформулирована основная система реакций. Показано, что доминирующим процессом, определяющим распределение электронной концентрации, является диссоциативная рекомбинация $O_2^+ + e \xrightarrow{k_r} O + O$. Из решения обратной задачи двумя численными методами найдено значение константы скорости этой реакции, удовлетворительно согласующееся с данными других авторов.

При движении тела в атмосфере с гиперзвуковыми скоростями в ударном слое около тела и в следе за ним протекают различные неравновесные физико-химические процессы. Аэродинамический нагрев поверхности приводит к уносу вещества за счет плавления и испарения материала тела, что изменяет ионизационный и химический состав газа. Догорание частиц уносимого материала в ряде случаев может заметно изменять температуру газа и влиять на протекание неравновесных процессов. Для построения теоретических моделей неравновесных процессов, происходящих в гиперзвуковых потоках, необходимо привлекать результаты экспериментальных исследований. Это связано с тем, что расчеты скоростей релаксационных процессов в поле течения до сих пор представляют наиболее трудную и наименее достоверную в исходных предположениях задачу по сравнению с определением, например, коэффициентов переноса [1]. Анализ экспериментальных результатов, полученных разными методами, позволяет извлекать константы скоростей неравновесных реакций в сложных газовых смесях. Одним из перспективных методов определения констант скоростей в газовых сверхзвуковых потоках является радиофизическое измерение в следах за телами, летящими в баллистических трассах. Многие количественные характеристики следов за телами,

летающими в чистом воздухе, ранее были получены из анализа измерений в баллистических экспериментах [2]. Это позволило разработать методы расчета неравновесных параметров в дальнем следе за телом, летящим в воздухе, результаты которых хорошо согласуются с наблюдаемыми параметрами [3]. Однако влияние уносимого с поверхности тела вещества на процессы в следе в настоящее время изучено мало.

В работе [4] проведен анализ результатов измерений электронной концентрации n_e в следе за сферической моделью, выполненной из сплава алюминия с магнием АМГ-6, летящей в смеси воздуха с ксеноном. Для случая, когда в трассе преобладал ксенон, была найдена константа реакции тройной рекомбинации $Al^+ + e + Xe \rightarrow Al + Xe$. В данной работе продолжен анализ экспериментов [4]. На основе асимптотического решения уравнений пограничного слоя и при использовании измерений n_e в следе была поставлена и численно решена обратная задача по определению константы скорости реакции рекомбинации ионов O_2^+ в следе за моделью из АМГ-6.

КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕРАВНОВЕСНЫХ РЕАКЦИЙ

Рассматриваемые далее эксперименты проводились при условиях, указанных в табл. 1, где для каждого эксперимента из [4] представлены: v_∞ , d — скорость и диаметр сферической модели из сплава АМГ-6; $p_{1\infty}$,

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 01-01-00050 и 96-15-96141).

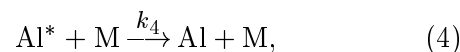
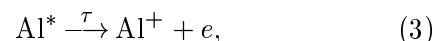
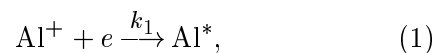
Таблица 1

Номер эксперимента	v_∞ , км/с	d , мм	$p_{1\infty}$, Торр	$p_{2\infty}$, Торр	x_k/d	x_H/d
1	2,33	5,0	18	38	400	100
3	5,23	4,9	40	0	750	214

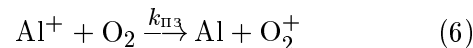
$p_{2\infty}$ — парциальные давления соответственно воздуха и ксенона в смеси, заполняющей трубку; x_H/d и x_k/d — безразмерные координаты вдоль оси следа, отмечающие начальную и конечную координаты (об их выборе см. ниже).

Унос материала модели и ионизация паров унесенного вещества повышают на порядок электронную концентрацию n_e в следе за телом по сравнению со следом за неаблерирующей моделью в воздухе [5]. Сплав АМГ-6, из которого сделана модель, содержит 6 % Mg и 94 % Al. Потенциалы ионизации Al и Mg равны $I_{Al} = 5,98$ эВ и $I_{Mg} = 7,64$ эВ, и можно считать $n_{Mg^+} \ll n_{Al^+}$. Кроме того, потенциал ионизации Al ниже, чем у NO (9,25 эВ). В [5] было установлено, что в результате догорания паров магния в следе атомы магния практически исчезают уже к сечению $x/d \leq 100$, но при этом образуется оксид MgO в газовой фазе, который конденсируется в микрокапли, с которых идет термоэлектронная эмиссия. В [5] было показано, что координата начала интенсивной конденсации соответствует значениям x_k/d , приведенным в табл. 1. Догорание магния приводит к повышению температуры в ближнем следе, но к расстояниям x_H/d (см. табл. 1) температура в следе снижается до $T \approx 5500$ К. Поэтому при таких расстояниях ($x > x_H$) преобладают процессы рекомбинации электронов с ионами. Таким образом, в данной работе рассматривается та часть экспериментальных кривых $n_e(x)$ при $x_H \leq x \leq x_k$, где температура изменяется в интервале $5500 \div 2400$ К и где можно выделить процессы рекомбинации. Отметим, что при $x > x_k$, как показано в [5], заметную роль играет термоэлектронная эмиссия с капель. Поэтому рассмотрим реакции рекомбинации ионов Al с электронами, приводящие к снижению n_e в следе для расстояний $x > x_H$. Оценки, аналогичные [6], с учетом данных [7] показывают, что для данных экспериментов температура электронов близка к температуре тяжелых частиц и отличием колебательной температуры от поступательной можно пренебречь. Поэтому далее рассматри-

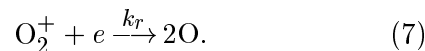
ваем зависимость скоростей реакций от поступательной температуры T в потоке. В [8] показано, что заметную роль в рекомбинационных процессах играют высоковозбужденные состояния атомов. На основе результатов [8, 9] и аналогичных оценок для рассматриваемых условий можно установить, что основными будут следующие реакции с участием заряженных частиц:



где Al^+ , Al^* , Al — ионы и атомы в возбужденном и основном состояниях; M — третья частица (O_2 , N_2 , Xe); над стрелками указаны константы скоростей соответствующих реакций и время жизни возбужденного состояния (τ). Кроме того, влияние на электронную концентрацию может оказать реакция перезарядки [10, 11]



с последующей рекомбинацией электронов с ионами кислорода:



Обозначим концентрацию третьих частиц через n_M , а для концентраций остальных частиц введем обозначения: $n_1 = n_{Al^+}$, $n_2 = n_{Al^*}$, $n_3 = n_{O_2^+}$.

В случае реакций (1)–(7) уравнения химической кинетики с учетом квазинейтральности $n_e = n_1 + n_3$ в простейшем случае примут вид

$$\frac{dn_1}{dt} = -k_1 n_1 n_e - k_2 n_1 n_e n_M - k_5 n_e^2 n_1 + \frac{n_2}{\tau} - n_1 n_{O_2} k_{пз}, \quad (8)$$

$$\frac{dn_2}{dt} = k_1 n_1 n_e + k_2 n_1 n_e n_M + k_5 n_e^2 n_1 - \frac{n_2}{\tau} - k_4 n_2 n_M, \quad (9)$$

$$\frac{dn_3}{dt} = k_{пз} n_1 n_{O_2} - k_r n_3 n_e, \quad (10)$$

$$\frac{dn_e}{dt} = \frac{dn_1}{dt} + \frac{dn_3}{dt}. \quad (11)$$

Используя метод квазистационарного состояния [11, 12] для уравнения с возбужденными частицами ($\frac{dn_2}{dt} \approx 0$), получим алгебраическое соотношение для n_2 :

$$n_2 = \frac{n_1 n_e (k_1 + k_2 n_M + k_5 n_e) \tau}{1 + k_4 n_M \tau}. \quad (12)$$

С учетом (12) изменение электронной концентрации описывается уравнением

$$\frac{dn_e}{dt} = n_e^2 \left(-\frac{n_1}{n_e} \frac{(n_1 + k_2 n_M + k_5 n_e) k_4 n_M \tau}{1 + k_4 n_M \tau} - k_r \left(1 - \frac{n_1}{n_e} \right) \right). \quad (13)$$

Используя выражения для констант скоростей реакций, приведенные в работах [8–11], и проводя оценки условий в следе при $T = 3500$ К, $n_M = 10^{17}$ см⁻³, $n_e = 10^{11}$ см⁻³, $\tau = 10^{-7}$ с, получим $n_1 < k_5 n_e \ll k_2 n_M$, $k_4 n_M \tau \approx 10^{-12} \cdot 10^{17} \cdot 10^{-7} \approx 10^{-2} \ll 1$. С учетом этих оценок уравнение (13) примет вид

$$\frac{dn_e}{dt} = n_e^2 \left(-\frac{n_1}{n_e} k_2 n_M (k_4 n_M \tau) - k_r \left(1 - \frac{n_1}{n_e} \right) \right).$$

В предположении быстрого процесса перезарядки [10, 11] $\frac{dn_3}{dt} \approx 0$, $n_3 = \alpha n_1$, $\alpha = \frac{k_{пз} n_{O_2}}{k_r n_e}$. Тогда из (13) следует

$$\frac{dn_e}{dt} = -\frac{1}{1 + \alpha} k_3 n_e^2 n_M - \frac{\alpha}{1 + \alpha} k_r n_e^2. \quad (14)$$

Для приближенной оценки параметра α используем простейшие формулы из [11]:

$$k_r = \frac{5R_0 e^2}{\sqrt{m_e T}}, \quad k_{пз} = \pi \sqrt{\beta_a^2 / m_a}, \quad (15)$$

где R_0 — характерный размер атома, m_e — масса электрона, m_a — приведенная масса атома, β_a — коэффициент поляризации атома. Тогда для наших условий $k_r \approx 10^{-6}$ см³/с, $k_{пз} \approx 10^{-10}$ см³/с, $n_{O_2} \approx 10^{17}$ см⁻³, $\alpha \approx 20 \gg 1$. Отсюда видно, что $\alpha \gg 1$, и уравнение (14) принимает вид

$$\frac{dn_e}{dt} = -k_r n_e^2. \quad (16)$$

Таким образом, в данном случае сложная последовательность процессов сводится к реакции (7).

Аналогично работам [10–13] константу скорости k_r будем искать в виде $k_r = k_0 / T^m$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ И ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ДАЛЬНЕМ СЛЕДЕ

Для расчета газодинамических параметров в дальнем изобарическом следе за телом использовано распределение температуры, найденное в [5], согласно которому температура при $x/d > 100$ с точностью до 5% определяется по асимптотической формуле

$$t(y) = 1 + \frac{A}{y^{2/3}} + \frac{C_1}{y^{2/3}} \frac{B_1 J(y)}{1 + B_1 J(y)},$$

$$J(y) = a(z^{1/3} - 1) + b(z^{1/3} - 1)^2, \quad (17)$$

$$t = \frac{T}{T_\infty}, \quad y = \frac{x}{x_H}, \quad z = y \left(\frac{x_H}{d \cdot 50} \right),$$

где T_∞ — начальная температура в трассе; A , B_1 , C_1 , a , b — константы, рассчитанные в [5] и приведенные в табл. 2.

Таблица 2

Номер эксперимента	A	B_1	C_1	a	b
1	5,1946	8024,4	13,561	$3,664 \cdot 10^{-2}$	$-1,491 \cdot 10^{-4}$
3	3,8955	6215,1	13,5401	$3,526 \cdot 10^{-2}$	$4,30 \cdot 10^{-5}$

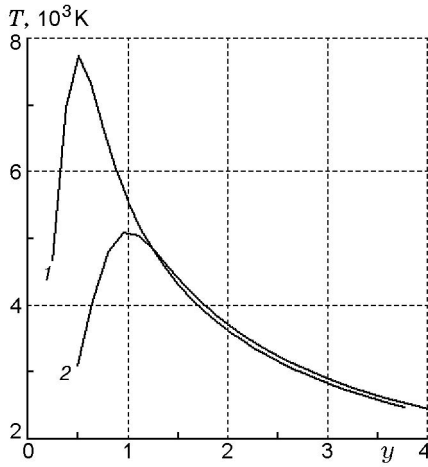


Рис. 1. Распределение температур, найденное по формуле (17):

1 — эксперимент № 3, 2 — эксперимент № 1

Найденное по формуле (17) распределение температуры для экспериментов № 1 и 3 показано на рис. 1.

При схеме (1)–(7) с учетом (16) уравнение кинетики с учетом турбулентной диффузии для электронов приобретает вид [3, 13]

$$\frac{d\psi}{dy} + \frac{2}{3} \frac{\psi}{y} = -\Gamma\psi^2, \quad \psi|_{y=1} = \psi_n,$$

$$\Gamma = \rho_\infty \rho_0 dk_0 x_n / v_\infty \mu_\infty T^m, \quad \rho_0 = T_\infty / T,$$

где $\psi = c_e \mu_\infty / \mu_e$ и c_e — мольно-массовая и массовая концентрации электронов, μ_∞ — молярная масса смеси воздуха и ксенона, μ_e — молярная масса электрона, ρ_∞ — плотность смеси воздуха и ксенона. Решив это уравнение, получим

$$\frac{n_e(y)}{n_{e,n}} = \frac{t(1)}{t(y)} \frac{1}{y^{2/3}} \frac{1}{1 + B_2 I_2(m, y)} = f(y, B_2, m),$$

$$B_2 = \frac{x_n dk_0 n_{e,n} t(1)}{v_\infty T_\infty^m}, \quad I_2 = \int_1^y \frac{dy}{t^{m+1} y^{2/3}},$$

индексом «н» отмечены параметры при $x = x_n$.

ПОСТАНОВКА ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ КОНСТАНТЫ СКОРОСТИ РЕАКЦИИ РЕКОМБИНАЦИИ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

По измеренным значениям $n_e(x)$ и $n_{e,n}$ из [4, 5] с помощью соотношения (18) найдем B_2 и m , по которым затем рассчитаем k_0 .

Для этого преобразуем (18):

$$B_2 I_2(y, m) = 1/u(y) - 1 \equiv \Phi(y),$$

$$u(y) = [n_e(y)t(y)/n_{e,n}t(1)] y^{2/3}. \quad (19)$$

Для решения обратной задачи экспериментальную функцию $u(y)$ удобно представить в виде интерполяционной регрессионной кривой [13]:

$$\ln(u) = -(a_3 X + b_3 X^2 + c_3 X^3), \quad X = 3(y^{1/3} - 1). \quad (20)$$

Коэффициенты a_3 , b_3 и c_3 найдены методом наименьших квадратов по 17 узловым точкам для эксперимента № 1 и по 9 узловым точкам для эксперимента № 3 и соответственно равны:

$$a_3 = 4,035, \quad b_3 = -1,852, \quad c_3 = 0,335;$$

$$a_3 = 1,927, \quad b_3 = -0,491, \quad c_3 = 0,0613.$$

Относительная погрешность интерполяции по формуле (20) составила менее 4 %.

Соотношение (19) представляет собой нелинейную параметрическую регрессионную модель. Для расчета B_2 и m методом наименьших квадратов находим минимум невязки:

$$S(B_2, m) = \sum_{j=1}^N [\Phi(y_j) - B_2 I_2(y_j, m)]^2, \quad (21)$$

где $N = 50$ — число точек на экспериментальной кривой (20). Для нахождения минимума невязки использовался метод поиска экстремума на сетке [14]. Для этого интервал $m_0 < m < m_1$ разбивается на M отрезков. Для каждого фиксированного значения m_k из этого интервала методом наименьших квадратов находится

$$B_{2,k} = \sum_{j=1}^N \Phi_j I_{2,j}(m_k) \left[\sum_{j=1}^N I_{2,j}^2(m_k) \right]^{-1}$$

и подсчитывается минимальная сумма (21) $S_k = S_k(B_{2,k}, m_k)$. Наименьшее значение среди всех S_k ($k = 1, 2, \dots, M$) определяет оптимальные значения B_2 и m . Значение k_0 рассчитывается из выражения для B_2 при заданных значениях остальных параметров.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Обратная задача решалась численно с использованием параметров, указанных в табл. 3, где M_∞ — число Маха, Pr — турбулентное

Таблица 3

Номер эксперимента	M_∞	Pr	C_H	C_x	T_∞ , К	γ
1	12,2	0,78	0,05	0,9	290	1,551
3	15,29	1,0	0,03	0,9	290	1,41

число Прандтля, C_H и C_x — коэффициенты теплообмена и сопротивления тела, γ — эффективное отношение теплоемкостей. Число экспериментальных точек $N = 50$. Параметр m брали из интервала $0,5 \div 1,5$.

В результате решения обратной задачи были найдены оптимальные значения констант k_0 и m в выражении

$$k_r = \frac{k_0}{Tm} \text{ [см}^3/\text{с]}.$$

Для эксперимента № 1

$$m = 0,5 \pm 0,05; \quad (22)$$

$$k_0 = (9,37 \cdot 10^{-6} \pm 2,68 \cdot 10^{-7}) \text{ см}^3/\text{с}.$$

Для эксперимента № 3

$$m = 0,55 \pm 0,05; \quad (23)$$

$$k_0 = (1,659 \cdot 10^{-5} \pm 7,32 \cdot 10^{-8}) \text{ см}^3/\text{с}.$$

Среднее значение константы скорости, полученное по двум экспериментам, равно

$$k_r = \frac{(1,298 \pm 0,017) \cdot 10^{-5}}{T0,53 \pm 0,05} \text{ [см}^3/\text{с]}. \quad (24)$$

На рис. 2 сравниваются измеренное и рассчитанное распределения $F(y) = n_e/n_{e,n}$ для найденных оптимальных значений параметров k_0 и m . Видно, что экспериментальные и расчетные данные хорошо согласуются.

Для построения интервальной оценки B_2 и k_0 использованы известные статистические соотношения [13, 14].

Для сравнения с вышеприведенным расчетом методом градиентного спуска [15] находили минимум функции

$$S(k, m) = \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{\Phi(y_j) + 1} - \frac{1}{B_2 I_2(y_j, m) + 1} \right]^2.$$

Ему соответствуют значения: $m = 0,491$, $k_0 = 7,62 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3/\text{с}$ для эксперимента № 1 и $m = 0,548$, $k_0 = 1,60 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3/\text{с}$ для эксперимента № 3, что хорошо согласуется с полученными выше значениями.

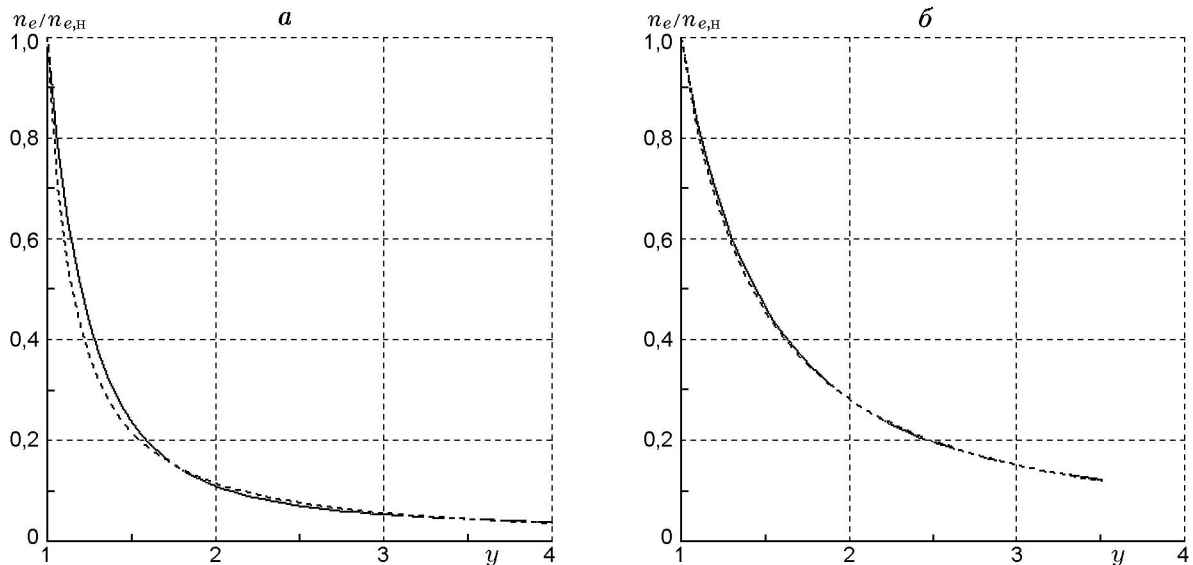


Рис. 2. Измеренное (сплошная линия) и рассчитанное (штриховая линия) распределения $F(y) = n_e/n_{e,n}$: а — эксперимент № 1, б — эксперимент № 3

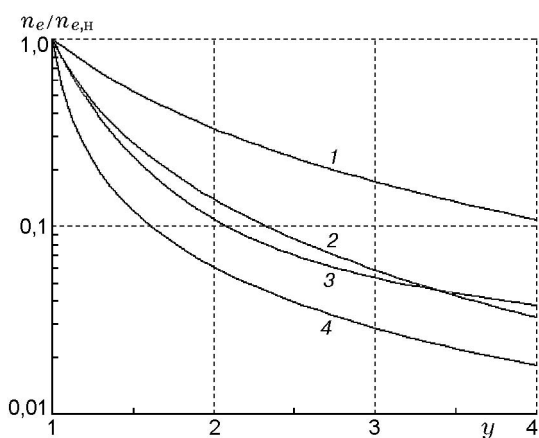


Рис. 3. Влияние выбора констант k_0 и m на теоретическую зависимость $F(y)$ (для эксперимента № 1):

3 — эксперимент, 1, 2, 4 — расчет (k_0 в $\text{см}^3/\text{с}$):
 1 — $k_0 = k_{\text{опт}}$, $m = 2m_{\text{опт}}$, 2 — $k_0 = 1,132 \cdot 10^{-4}$,
 $m = 1,5$; 4 — $k_0 = 2k_{\text{опт}}$, $m = m_{\text{опт}}$, k_0 для кривой
 4 рассчитана по приведенной выше методике

Влияние выбора констант k_0 и m на теоретическую зависимость $F(y)$ показано на рис. 3 (для эксперимента № 1). Видно, что отклонение от найденных выше оптимальных значений k_0 и m приводит к значительному отклонению от измеренного распределения $F(y)$.

На рис. 4 приведена зависимость константы скорости рекомбинации k_r от температуры для реакции $\text{O}_2^+ + e \rightarrow \text{O} + \text{O}$ и дано сравнение с данными других авторов. В [16] представлены измеренные разными авторами зависимости k_r от электронной (T_e) и газовой (T) температур в диапазоне $300 \leq T(T_e) \leq 6000$ К. Эти зависимости аппроксимированы степенными выражениями:

$$k_r = k_{r,0} \left(\frac{300}{T_e} \right)^{\nu_e} \left(\frac{300}{T} \right)^{\nu_g}, \quad (25)$$

где $k_{r,0}$, ν_e , ν_g — константы. Следует подчеркнуть, что для O_2^+ разные методы измерений [16] дают значительный разброс этих констант. Так, измерения в ударной трубе дали значения $\nu_e + \nu_g = 1,5$, $k_{r,0} = (1 \div 0,2) \cdot 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$, а измерения с помощью микроволнового резонатора в газе, который был помещен в печь, — значения $\nu_e + \nu_g = 0,4$, $k_{r,0} = (2 \div 1,4) \cdot 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$. В [16] путем осреднения результатов ряда работ при $T = 300$ К получено среднее значение $k_{r,0} = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$. На это значение нами была нормирована зависимость (25) для сравнения. Предельные зависимости, которые сле-

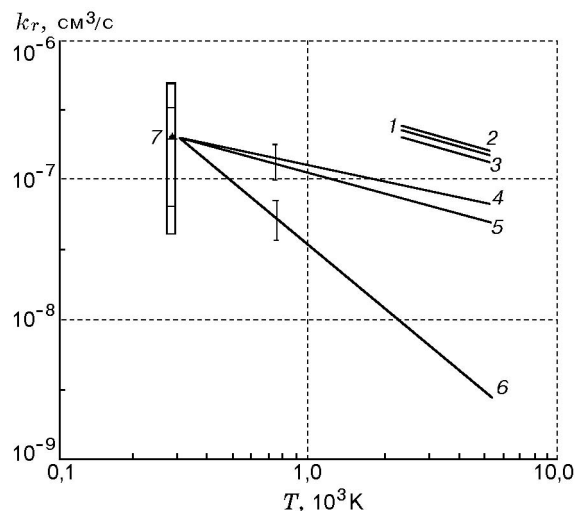


Рис. 4. Зависимость константы скорости рекомбинации от температуры для реакции $\text{O}_2^+ + e \rightarrow \text{O} + \text{O}$:

1 — зависимость (24); 2, 3 — зависимости (22), (23); 4, 6 — предельные зависимости, следующие из (25) при $T = 300$ К, $k_r \sim T^{-0,4}$ и $T_e = T$, $k_r \sim T^{-1,5}$ соответственно (вертикальные отрезки — погрешность экспериментальных данных); 5 — $k_r \sim T^{-0,5}$ из [16]; 7 — среднее значение $k_r = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$, полученное в [10], прямоугольные области на зависимости 7 соответствуют разбросу данных разных авторов при $T = 300$ К по работам [10, 16]

дуют из (25) при $T = 300$ К, $k_r \sim T^{-0,40}$ и $T_e = T$, $k_r \sim T^{-1,5}$, приведены на рис. 4 (кривые 4 и 6 соответственно). В [11] отмечено, что в случае, когда измерения проводились в неравновесных условиях, при которых $T = 300$ К, а температура электронов T_e варьировалась в широком диапазоне, величина ν_e близка к 0,5 ($k_r \sim T_e^{-0,5}$). Это хорошо согласуется с теоретической зависимостью [16] сечения процесса σ от энергии электрона ε : $\sigma \sim 1/\varepsilon$. С использованием этой зависимости после осреднения с помощью функции распределения Максвелла получена зависимость $k_r = \langle \sigma v \rangle \sim T_e^{-0,5}$ (см. кривую 5 рис. 4). Данные, приведенные на рис. 4, свидетельствуют об удовлетворительном соответствии найденной здесь зависимости $k_r(T)$ данным других авторов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Проведена обработка СВЧ-измерений электронной концентрации в турбулентном дальнем следе за моделями из сплава АМГ-6,

летающими в воздухе и его смеси с ксеноном с гиперзвуковыми скоростями.

- Установлено, что падение концентрации электронов вдоль оси следа при данных условиях определяется сложной системой реакций с участием возбужденных состояний атомов, двойной и тройной рекомбинацией электронов и перезарядкой ионов.

- Показано, что при данных условиях ($T = 2000 \div 5000$ К) доминирующим процессом, определяющим распределение электронной концентрации, является диссоциативная рекомбинация $O_2^+ + e \xrightarrow{k_r} O + O$.

- В результате численного решения обратной задачи найдено среднее значение константы скорости этой реакции $k_r = 1,298 \cdot 10^{-5} / T^{0,53}$ [см³/с], которое удовлетворительно согласуется с данными измерений других авторов иными методами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пилюгин Н. Н., Тирский Г. А. Динамика ионизованного излучающего газа. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989.
2. Пилюгин А. Н., Пилюгин Н. Н. О восстановлении констант скоростей неравновесных реакций в газах с участием электронов из баллистических экспериментов // Физика горения и взрыва. 1997. Т. 33, № 2. С. 39–51.
3. Пилюгин Н. Н., Тихомиров С. Г., Чернявский С. Ю. Приближенный метод расчета параметров воздуха и интенсивности излучения в дальнем следе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 6. С. 165–175.
4. Пилюгин Н. Н. Исследование электронной концентрации за сферой из сплава алюминия с магнием при гиперзвуковом обтекании // Физика горения и взрыва. 1998. Т. 34, № 2. С. 99–107.
5. Пилюгин Н. Н. Основные неравновесные процессы в следе за моделью из сплава алюминия с магнием, летящей в воздухе с гиперзвуковой скоростью. М., 1999. (Препр. / Ин-т механики МГУ; № 45-99).
6. Пилюгин Н. Н., Пронин А. В. Определение константы скорости рекомбинации $N_2^+ + e$ из баллистических экспериментов // Теплофизика высоких температур. 1993. Т. 31, № 2. С. 162–169.
7. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
8. Пилюгин Н. Н., Менжинский С. Ю., Пилюгин А. Н. Определение константы тройной рекомбинации электронов с ионами алюминия из баллистических экспериментов // Теплофизика высоких температур. 1994. Т. 32, № 5. С. 656–665.
9. Пилюгин Н. Н. Лабораторное определение константы скорости рекомбинации ионов кремния: приложения к изучению метеорного следа // Астроном. вестн. 1997. Т. 31, № 6. С. 550–557.
10. Смирнов Б. М. Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме. М.: Атомиздат, 1968.
11. Смирнов Б. М. Введение в физику плазмы. М.: Наука, 1982.
12. Словецкий Д. И. Механизмы химических реакций в неравновесной плазме. М.: Наука, 1980.
13. Пилюгин А. Н., Пилюгин Н. Н. Определение константы рекомбинации электронов с ионами криптона из баллистических экспериментов // Теплофизика высоких температур. 1995. Т. 33, № 3. С. 351–358.
14. Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика. Исследование зависимостей. М.: Финансы и статистика, 1985.
15. Мудров А. Е. Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран, и Паскаль. Томск: МП «РАСКО», 1991.
16. Елецкий А. В., Смирнов Б. М. Диссоциативная рекомбинация электрона и молекулярного иона // Успехи физ. наук. 1982. Т. 136, вып. 1. С. 25–59.

Поступила в редакцию 24/III 2000 г.