

УДК 519.63

DOI: 10.15372/PMTF202415560

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ПЕРЕНОС ПЛАЗМЫ В ВИНТОВОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Г. Г. Лазарева, И. П. Оксогоева, А. В. Судников\*

Российский университет дружбы народов им. Патриса Лумумбы, Москва, Россия

\* Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия

E-mails: lazareva-gg@rudn.ru, oksogi@mail.ru, a.v.sudnikov@inp.nsk.su

Представлены предварительные результаты уточнения математической модели переноса плазмы в спиральной открытой магнитной ловушке СМОЛА. Удержание плазмы в установке осуществляется за счет передачи импульса магнитного поля с винтовой симметрией вращающейся плазме. Математическая модель основана на стационарном уравнении переноса плазмы. Изложена методика учета влияния коэффициентов модели при использовании дополнительной информации. Получена расчетная зависимость температуры от координат, качественно согласующаяся с экспериментальными данными. Получены обыкновенные дифференциальные уравнения, которые следуют из исходной модели и могут быть использованы для уточнения коэффициентов. Математическая модель разработана для предсказания параметров удержания плазмы в проектируемых установках со спиральным магнитным полем.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, уравнение переноса, винтовое магнитное поле

**Введение.** При проектировании установок для удержания плазмы основным источником информации о динамике вещества является вычислительный эксперимент. Разнообразие и сложность параметров течения плазмы определяют необходимость создания специализированных моделей различных процессов. В настоящее время существует большое разнообразие кодов, моделирующих различные особенности процесса удержания плазмы в токамаках. Количество математических моделей и программ для расчета процессов в открытых ловушках любого типа существенно меньше. Значительный вклад в исследование удержания плазмы в открытых магнитных ловушках внесло математическое моделирование установок, основанных на принципе многопробочного удержания. В качестве способа многопробочного удержания было предложено удержание плазмы магнитным полем с винтовой симметрией [1]. Для экспериментальной проверки этой идеи в Институте ядерной физики СО РАН (г. Новосибирск) разработана и построена установка СМОЛА (спиральная магнитная открытая ловушка). Область, в которой удерживается плазма в установке СМОЛА, с одной стороны ограничена классическим генератором, с другой — многопробочной секцией с винтовым магнитным полем. Установка СМОЛА предназначена для моделирования процесса винтового удержания при низкой температуре плазмы. Для масштабирования винтового удержания на системы термоядерного класса необходимо провести детальное сравнение экспериментально наблюдаемых потоков вещества с модельными

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (мегагрант № 075-15-2022-1115).

© Лазарева Г. Г., Оксогоева И. П., Судников А. В., 2024

и выполнить расчет эффективности системы большего масштаба на основе математической модели. В основу такой модели положено уравнение [2], которое является следствием системы уравнений магнитной гидродинамики. Концепция винтового удержания основана на создании продольной силы, действующей на плазму в области удержания за счет периодических возмущений магнитного поля в системе отсчета плазмы. Магнитные возмущения создаются токонесущими элементами спиральной формы и, следовательно, имеют геликоидальную (винтовую) симметрию. Вращение плазмы задается дрейфом в полях  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  и может быть обусловлено как наличием внешних источников момента импульса, так и вращением плазмы за счет естественного амбиполярного потенциала. Импульс передается от магнитного поля к частицам, запертым в периодических “ямах” потенциала Юшманова, а от них за счет столкновений — к пролетающим частицам. Столкновения могут быть как парными кулоновскими (в случае сравнительно холодной плазмы), так и связанными с процессами аномального рассеяния частиц на волнах (в случае горячей плазмы). В обозначениях уравнений магнитной гидродинамики (МГД) продольный градиент давления уравнивается силой Ампера, зависящей от радиального потока ионов и азимутальной компоненты магнитных возмущений. Система уравнений МГД для данной задачи, включающая поперечные переносы за счет диффузии, приведена в безразмерном виде в [2].

В настоящее время показано соответствие наблюдаемых результатов приближенным теоретическим оценкам. Основным препятствием для более точного сравнения экспериментальных и теоретических данных является полноценный учет диффузионных переносов. В то же время точного аналитического решения уравнений теории винтового удержания не построено, поэтому используются результаты численного решения уравнения переноса плазмы. В работе [3] проведено обобщение решения Стеклова задачи о нестационарных винтовых течениях ньютоновской жидкости на случай жидкости второго порядка. В [4] показаны известные примеры винтовых течений, представлены плоские и вращательно-симметричные аналоги винтовых течений, а также выполнено обобщение этих результатов на случай движения жидкости второго порядка. В работах [5, 6] исследовалась устойчивость к малым возмущениям течения вязкой электропроводящей жидкости в трубе кольцевого сечения при наличии спирального магнитного поля в приближении малых магнитных чисел Рейнольдса. Наличие симметрии в задаче приводит к зависимости параметров течения от радиуса и комбинации угла наклона и шага винта. В представленной в [5, 6] модели параметр  $\zeta$  является отношением скорости звука к продольной скорости движения магнитных возмущений при вращении плазмы в собственном амбиполярном электрическом поле и описывает геометрию магнитного поля. В работах [7–9] на основе кинетической модели проведено исследование взаимодействия пучка ионов, инжектированного в осесимметричную магнитную ловушку под некоторым углом к центральной оси, с фоновой плазмой ловушки в двумерной постановке. Проведено моделирование истечения плазмы с максвелловским распределением по скоростям ионов из диамагнитной ловушки. Наблюдалось раскручивание плазмы вокруг оси ловушки в направлении, совпадающем с направлением циклотронного вращения в вакуумном магнитном поле. Разработан эффективный алгоритм расчета конфигурации магнитного поля, которая определяется заданным распределением внешнего азимутального тока в катушках. Предложенный алгоритм обобщается для решения уравнения Пуассона с граничными условиями Неймана, что позволяет применить разработанный метод для расчета потенциала в нестационарных задачах. Гибридная численная модель адекватно описывает нелинейную нестационарную эволюцию плазмы и магнитного поля. Параллельная реализация позволяет проследить эту эволюцию при больших временах моделирования в широком диапазоне значений параметров начального магнитного поля и плазмы. Параметры магнитного поля и плазмы

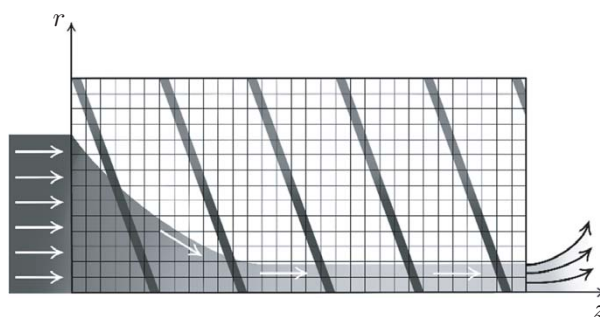


Рис. 1. Расчетная область в поперечном сечении центральной части ловушки

соответствуют условиям лабораторных экспериментов, проводимых в Институте ядерной физики СО РАН. В работах [10, 11] представлена кинетическая модель истечения плазмы из открытой ловушки, описывающая переход к газодинамическому режиму с учетом влияния амбиполярного потенциала. Результаты моделирования показали, что в полустолкновительном режиме осевые потери определяются узким пучком холодных ионов, поэтому существенное уменьшение аксиальных потерь возможно даже при величине амбиполярного барьера порядка ионной температуры. В результате расчетов обнаружен переходный режим истечения плазмы, в котором продольные потери происходят с образованием струи холодных ионов, и получено самосогласованное аналитическое решение задачи о струе в ловушке с “плоским дном”. Математическое моделирование в магнитогидродинамическом приближении проводилось в работе [12], в которой получена оценка влияния внешнего магнитного поля на динамику разлета плазменного облака. Математические модели равновесных плазменных конфигураций в ловушках можно рассматривать для распрямленных в цилиндр аналогов этих ловушек [13]. Математическим аппаратом таких моделей являются двумерные краевые задачи с дифференциальным уравнением Грэда — Шафранова для функции магнитного потока. В работе [14] представлена модель для изучения инжекции потока плотной плазмы в многопробочную ловушку, совмещенную с плазменным ускорителем. Численные исследования двумерных осесимметричных течений проводятся на основе модифицированных МГД-уравнений в приближении локального термодинамического равновесия с учетом электропроводности, теплопроводности и переноса излучения.

Основной задачей физики открытых ловушек является уменьшение потерь частиц и энергии вдоль силовых линий магнитного поля в зонах, где они покидают область удержания. В настоящей работе предложена принципиально новая математическая модель процесса переноса плазмы в спиральном магнитном поле в случае открытой ловушки реакторного типа. Данная математическая модель содержит меньшее число неизвестных параметров для определения распределения плазмы, чем более общая МГД-модель. Таким образом, определив с помощью не требующей больших вычислительных ресурсов модели диапазон допустимых значений, в первую очередь коэффициента диффузии, можно использовать пространственные модели для исследования новых магнитных конфигураций многопробочных секций на основе уравнений МГД, например, комбинаций однородного, спирального и гофрированного магнитных полей.

**1. Постановка задачи.** Исследуется движение плазмы в поперечном сечении  $[0, r_{\max}] \times [0, z_{\max}]$  центральной части установки (рис. 1), имеющей форму цилиндра радиусом 8 см и длиной 216 см. Вещество входит в область удержания из источника плазмы через левый торец цилиндра и выходит в расширитель через правую границу. Расчетная область представляет собой поперечное сечение цилиндра в плоскости  $(r, z)$ . В работе [2] получены выражения для радиальной и продольной компонент вектора переноса

частиц в винтовом магнитном поле. Система уравнений описывает динамику плазмы в МГД-приближении в аксиально-симметричной постановке. Различия движения запертых и пролетающих ионов учитываются посредством введения эффективной силы трения, зависящей от относительной скорости компонент и доли запертых частиц. Продольная сила, действующая на плазму, возникает в результате взаимовлияния радиальной компоненты электрического тока захваченных ионов и азимутальной компоненты винтового магнитного поля. Учитывается диффузия плазмы поперек магнитного поля. После исключения зависимых переменных система уравнений сводится к уравнению неразрывности потока для концентрации плазмы

$$\frac{l}{\aleph(R)} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\Lambda} \frac{\partial(Tu)}{\partial z} + l(1 + \aleph(R)) \frac{\partial}{\partial z} (\zeta Eu) + \frac{\partial}{\partial r} Z^{-1} l \zeta E \frac{\partial(Tu)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial r} l D \frac{\partial u}{\partial r} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r}(0, z) = 0, \quad u(r, 0) = u_L(r), \quad u(1, z) = 0, \quad u(r, 1) = u_R(r),$$

где  $u$  — концентрация вещества;  $T = T_i + T_e$ ;  $T_i = 4$  эВ и  $T_e = 30(1 - (r/r_0)^2)$  — ионная и электронная температуры;  $\Lambda$  — отношение длины ловушки к длине свободного пробега иона;  $\aleph(r, R_m)$  — доля запертых частиц;  $l = 216$  см — длина ловушки вдоль силовой линии;  $Z$  — среднее зарядовое число одного иона;  $D$  — коэффициент диффузии в поперечном поле;  $E$  — напряженность электрического поля. Доля запертых частиц равна  $\aleph(r, R_m) = 1 - 1/R(r, R_m)$ , где  $R(r, R_m) = 2(R_m - 1)(r/a)^2 + 1$ ;  $R_m = 1,52$  — глубина гофрировки. Параметр  $\zeta = c/V_z$  представляет собой отношение скорости звука  $c_s = (T_e/M)^{1/2}$  ( $M$  — масса электрона) к продольной скорости  $V_z$  движения магнитных возмущений при вращении плазмы в собственном амбиполярном электрическом поле. В уравнении (1) физические величины  $r_0, z_0, \varphi_0, u_0, T_0$  обезразмерены на величины  $a, l, T_e/e, u_{\max}, T_e$  соответственно ( $a = 8$  см — длина границы камеры, в которой может существовать плазма).

В моделируемом эксперименте в течение 40 мс происходит установление параметров плазмы и электромагнитного поля, а затем процесс является стационарным в течение 120 мс, после чего разряд отключается. В безразмерных переменных область является единичным квадратом. С учетом экспериментальных данных будем считать, что вещество не достигает стенок ловушки, на оси  $z$  ставится условие симметрии. На входе в ловушку и выходе из нее (рис. 2) задано граничное условие Дирихле  $u(r, 0) = u_L(r), u(r, z_{\max}) = u_R(r)$ .

Измеряемый с помощью зондов потенциал плазмы в экспериментах, выполненных на установке СМОЛА, зависит от параметров эксперимента. Максимальное значение безразмерного потенциала для установок следующего поколения определяет возможность использования принципа винтового удержания. Экспериментально наблюдаемое распределение потенциала в центральной области плазмы (при безразмерных значениях радиуса, меньших 0,6) близко к квадратичному, в периферийной области плазмы производная потенциала по радиусу уменьшается. Погрешность измерения потенциала в эксперименте составляет приблизительно 5 %. Степень и коэффициенты аппроксимирующего полинома подобраны таким образом, чтобы отклонение значений, вычисленных с его использованием, от экспериментально полученных значений было сопоставимым с экспериментальной погрешностью. В модели учтено уменьшение величины потенциала с увеличением  $z$  за счет наличия поперечной проводимости плазмы. Распределение в пространстве напряженности электрического поля задается в виде убывающей вдоль оси производной модуля потенциала (рис. 3):

$$E(r, z) = \left(1 - \frac{0,002z}{h}\right) \frac{\partial |\varphi(r)|}{\partial r}.$$

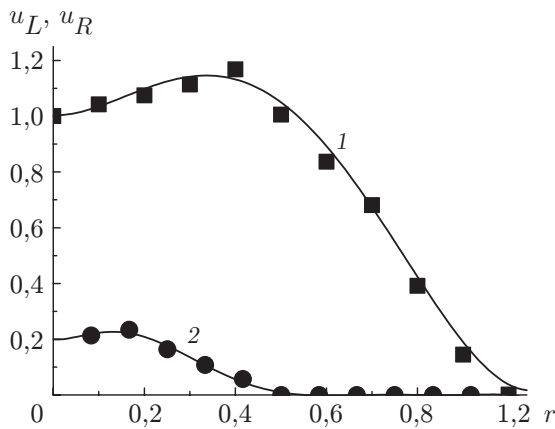


Рис. 2

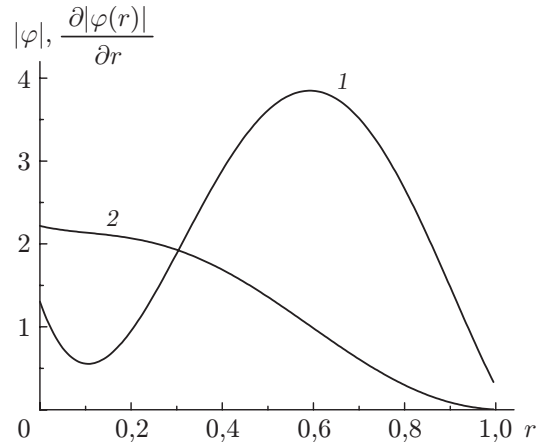


Рис. 3

Рис. 2. Экспериментальное распределение концентрации плазмы по радиусу на торцах установки (точки) и интерполяция значений концентрации полиномами (линии):

1 — на входе в ловушку, 2 — на выходе из ловушки

Рис. 3. Зависимости модуля потенциала электрического поля  $|\varphi|$  (1) и его производной  $\partial|\varphi(r)|/\partial r$  (2) от радиуса установки

**2. Метод решения.** Задача (1) была решена с использованием метода установления, метода Зейделя [15] и аппроксимации смешанной производной на шаблоне [16]. Следует отметить, что задача (1) содержит параметр  $\zeta(r) = 1/(Ar)$ , полученный путем аппроксимации экспериментальных данных. В настоящей работе  $A = 20$ . При  $r = 0$  параметр  $\zeta$  ограничен значением при  $r = \rho_B$ , где  $\rho_B = V_{Ti}mc/(eB)$  — ларморовский радиус. Для установки СМОЛА  $\rho_B \approx 0,3 \div 0,4$  см. Это обусловлено тем, что ион движется по ларморовской орбите (вращается в равномерном магнитном поле, имеющем бóльшую напряженность по сравнению со спиральным), поэтому его радиальная координата осциллирует. В рассматриваемой модели все воздействия осредняются, иону присваивается координата центра окружности, по которой он движется в магнитном поле. Иными словами, координата центра окружности равна нулю для ионов, облетающих ось на расстоянии от нее, равном ларморовскому радиусу. Поэтому для исключения особенностей решения при расчетах в окрестности оси симметрии безразмерный параметр  $\zeta$  задается следующим образом:

$$\zeta(r) = \begin{cases} 1/(Ar), & r > \rho_B, \\ 1/(A\rho_B), & \rho_B \geq r \geq 0. \end{cases}$$

Одним из преимуществ метода Зейделя является удобство его использования в цилиндрических координатах. Принцип выражения искомого элемента через соседние элементы по схеме типа “крест” универсален и не зависит от выбранной системы координат. Выбранное граничное условие Дирихле, описывающее выход плазмы в расширитель через правую границу, позволяет контролировать изменение интегральной характеристики плотности вещества при изменении глубины гофрировки магнитного поля, диффузии и потенциала плазмы. Такой контроль постоянно осуществлялся при изменении коэффициентов уравнения.

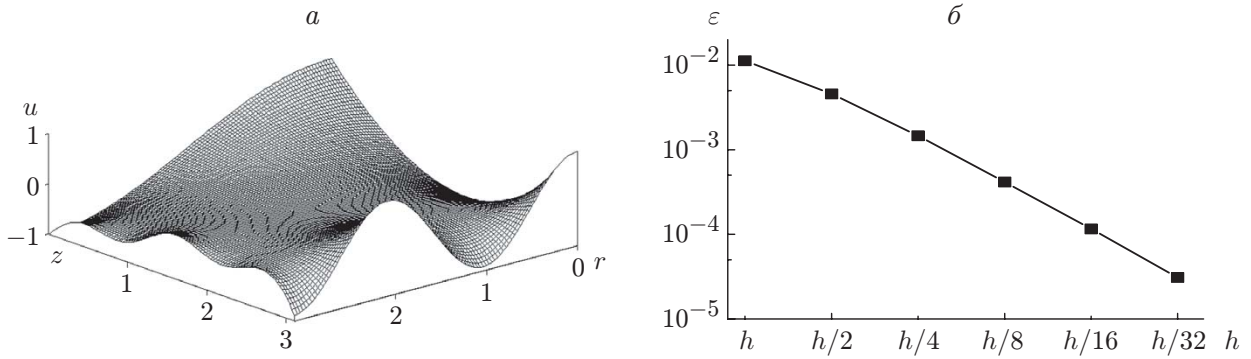


Рис. 4. Решение тестовой задачи (а) и относительная погрешность его сходимости к решению  $u_{ex}(r, z)$  в зависимости от шага сетки (б)

Для верификации метода была рассмотрена тестовая краевая задача

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial u}{\partial z \partial r} - \frac{\partial u}{\partial r \partial z} &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=0} &= \sin z, \quad \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=\pi} = \sin 5z, \quad u \Big|_{z=0} = \cos r, \quad u \Big|_{z=\pi} = \cos 3r. \end{aligned} \quad (2)$$

Задача (2) имеет аналитическое решение (рис. 4,а):

$$u_{ex}(r, z) = \frac{\text{sh}(\pi - z)}{\text{sh} \pi} \cos r + \frac{\text{sh} 3z}{\text{sh} 3\pi} \cos 3r - \frac{\text{ch}(\pi - r)}{\text{sh} \pi} \sin z + \frac{\text{ch} 5r}{5 \text{sh} 5\pi} \sin 5z.$$

На рис. 4,б представлена относительная погрешность  $\varepsilon = \|u^{n+1} - u_{ex}\| / \|u_{ex}\|$ . В качестве критерия сходимости итерационного процесса выбрана величина  $\varepsilon_n = 10^{-9}$ , при которой достигается второй порядок точности метода.

**3. Результаты моделирования.** В расчетах наблюдается эффект пинчевания (уменьшения среднего радиуса) плазменной струи, проявляющийся в эксперименте. Расчеты показали, что при уменьшении коэффициента диффузии в поперечном поле и увеличении производной модуля потенциала электрического поля и глубины гофрировки наблюдается сжатие плазменного шнура [17–19].

На первом этапе усовершенствования модели модифицировались ее параметры с использованием данных эксперимента (рис. 5). Уменьшение плотности плазмы в центральной части ловушки при параметрах экспериментов имеет экспоненциальный характер. Фактически эта особенность распределения плотности плазмы свидетельствует об удержании плазмы и очень важна при использовании граничного условия Неймана на пра-

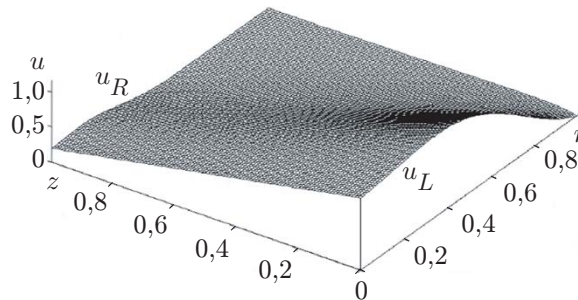


Рис. 5. Распределение концентрации плазмы в ловушке

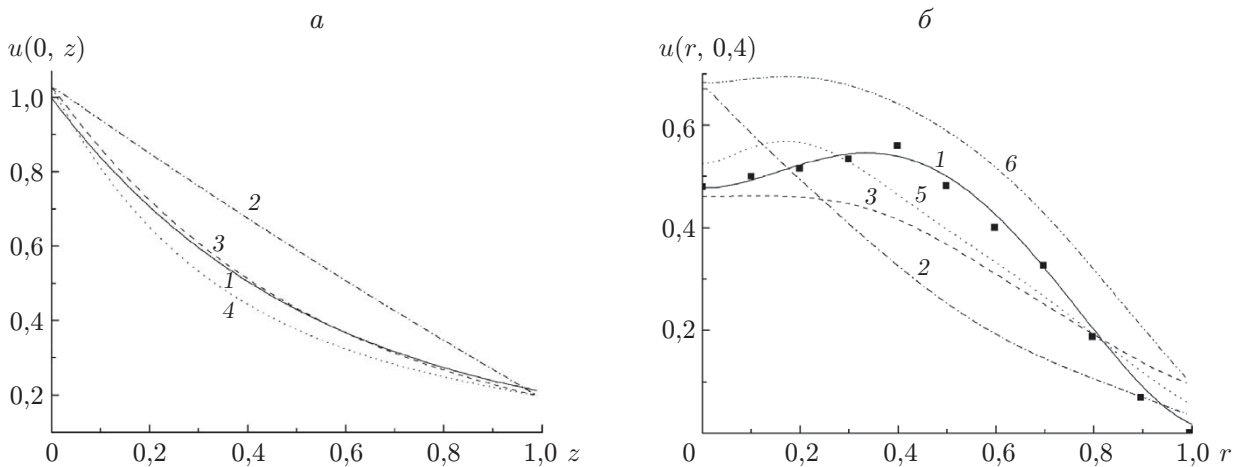


Рис. 6. Распределения концентрации плазмы вдоль оси симметрии  $u(0, z)$  (а) и в радиальном сечении  $u(r, 0,4)$  (б):

1 — экспериментальные данные (точки) и интерполяция полиномом (линия), 2 — расчет при  $T(z) = T_0$ , 3, 4 — расчет при  $T(z) = T_0 e^{-z/z_0}$  (3 —  $z_0 = 2/3$ , 4 —  $z_0 = 1/2$ ), 5, 6 — расчет при  $T(r, z) = (1 - 5r^2/6)T_0 e^{-3z/2}$  (5 —  $T(z) = T_0$ , 6 —  $\Lambda = 10\Lambda_0$ )

вой границе. Более того, в случае если расчет достаточно точно описывает закон убывания плотности, можно выполнить априорную оценку размера расчетной области для корректного задания граничного условия равенства нулю концентрации плазмы на бесконечности. Экспериментальные данные на оси симметрии интерполированы функцией вида  $u(0, z) = z_1 + A e^{-z/z_0}$ ,  $z_1 = 0,16$ ,  $A = 0,84$ ,  $z_0 = 0,37$ .

Следует отметить, что во всех экспериментах характер убывания по  $z$  остается практически неизменным. Для сечений вдоль оси  $z$  при  $r = 0$  и для сечений при значениях радиуса, соответствующих максимальному значению радиального распределения плотности, наблюдается экспоненциальный характер убывания вдоль оси. Следовательно, характер функции  $u(0, z)$  дает дополнительную информацию о рассматриваемом процессе.

При сравнении результатов расчетов и экспериментальных данных определен коэффициент уравнения, влияющий на характер убывания концентрации плазмы вдоль оси симметрии. В результате получена зависимость температуры от  $z$ . Для функции температуры вида  $T(z) = T_0 e^{-z/z_0}$ ,  $z_0 = 2/3$  получен профиль концентрации плазмы вдоль оси симметрии, близкий к экспериментальному (рис. 6,а). Рассмотрим результаты расчетов в сечении  $z = 0,4$  (рис. 6,б), для которого известно распределение, полученное в экспериментах. Расчет при постоянном значении температуры дает качественно неверное распределение плотности плазмы. С учетом результатов первого этапа моделирования получено распределение плотности по радиусу, имеющее тот же характер, что и при постоянной температуре. Расчет без учета зависимости от радиуса в выражениях для коэффициентов уравнения (1) дает неверные решения. На втором этапе корректировалась зависимость температуры от радиуса. При увеличении в 10 раз слагаемого со второй производной по  $z$  в уравнении (1), т. е. при увеличении отношения  $\Lambda$  длины системы к длине свободного пробега иона, характер решения изменяется. Наилучшие результаты достигаются при  $T(r, z) = (1 - 5r^2/6)T_0 e^{-3z/2}$ .

После достижения качественного соответствия результатов расчетов экспериментальным данным в широком диапазоне необходимо улучшить количественное соответствие. Для этого нужно провести анализ модели с использованием обыкновенного дифференциального уравнения, описывающего радиальное распределение концентрации плазмы в за-



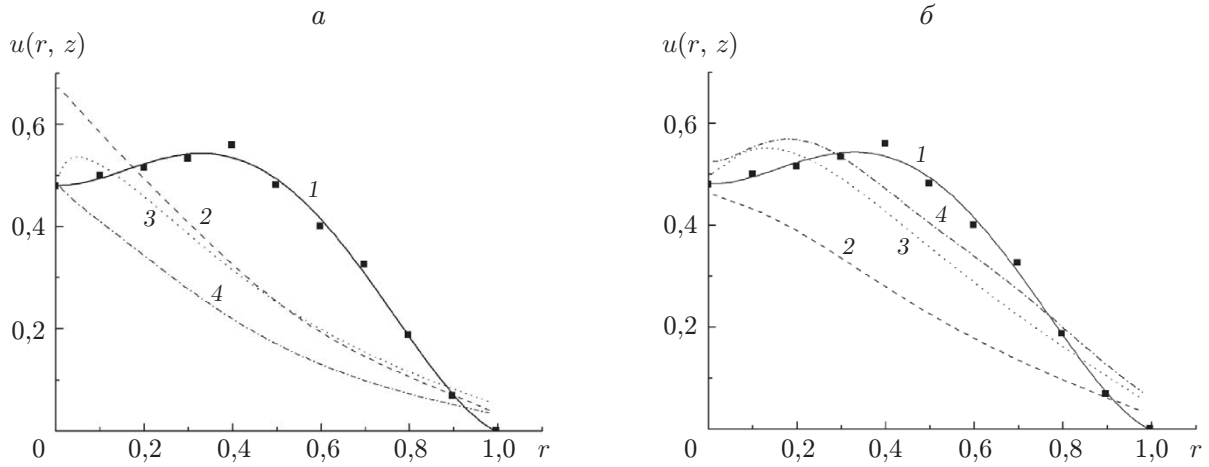


Рис. 7. Распределения концентрации плазмы при  $T(z) = T_0$  (а) и  $T(r, z) = (1 - 5r^2/6)T_0 e^{-3z/2}$  (б) в радиальном сечении  $u(r, 0,4)$ :  
 1 — экспериментальные данные, 2 — решение ОДУ (3), 3 — решение ОДУ (4), 4 — решение исходной задачи

данном сечении. Предположим, что решение уравнения (1) можно представить в виде  $u(r, z) = f(r)g(z)$ . Тогда можно рассмотреть линейную интерполяцию  $g(z) = A_{\text{const}}z + B$  для полученных в эксперименте точек на оси симметрии и записать уравнение (1) в виде обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ)

$$(1 + \aleph(R))\zeta q A_{\text{const}} f(r) + \zeta T A_{\text{const}} \frac{df(r)}{dr} + \frac{1}{r} (A_{\text{const}} z_0 + B) \frac{d}{dr} r D \frac{df(r)}{dr} = 0. \quad (3)$$

С учетом данных экспериментов следует использовать экспоненциальное распределение концентрации плазмы на оси симметрии:  $g(z) = z_1 + A e^{-z/B}$ . Известно, что  $u(r, z)|_{z=\infty} = 0$ . Следовательно,  $z_1 = 0$ . В этом случае ОДУ имеет более сложный вид:

$$\begin{aligned} \frac{rT}{\Lambda} \frac{A_c}{t_1^2} e^{-z_0/t_1} f(r) - r\aleph(R)(1 + \aleph(R))\zeta q \frac{A_c}{t_1} e^{-z_0/t_1} f(r) - r\aleph(R)\zeta T \frac{A_c}{t_1} e^{-z_0/t_1} \frac{\partial f(r)}{\partial r} + \\ + \aleph(R)A_c e^{-z_0/t_1} \frac{\partial}{\partial r} r D \frac{\partial f(r)}{\partial r} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Для граничного условия Неймана или граничного условия на бесконечности можно использовать данные на выходе в расширитель в качестве еще одного решения ОДУ. Граничные условия для ОДУ (3), (4) соответствуют граничным условиям краевой задачи (1):

$$\left. \frac{df}{dr} \right|_{r=0} = 0, \quad u(1) = 0.$$

На рис. 7 приведены экспериментальные и расчетные распределения плотности плазмы в сечении при  $z = 0,4$ . Видно, что при  $g(z) = u(0, z)$  ОДУ (4) и краевая задача (1) имеют близкие решения. Это означает, что для дальнейшего уточнения модели можно использовать уравнение (1) в упрощенном виде. Для каждого эксперимента имеются данные для 2–5 сечений. Данные диагностики плазмы можно рассматривать как точное решение ОДУ. Минимизируя функционал невязки, можно уточнить коэффициенты модели. Прежде всего необходимо уточнить оценки значений диффузии. Определение коэффициента диффузии необходимо для прогноза результатов работы планируемых установок. Для этого нужно провести расчеты при малых значениях потенциала плазмы с использованием граничного условия на бесконечности. Решение такой задачи для уравнений эллиптического



типа вызывает затруднения при нахождении минимума. Минимум значений функционала невязки для этой задачи допустимо определить в виде интервала. В настоящее время безразмерный коэффициент диффузии определяется как величина, находящаяся в диапазоне от нуля до единицы.

**Закключение.** Представлены предварительные результаты уточнения математической модели переноса плазмы в спиральной открытой магнитной ловушке СМОЛА. Изложена методика учета влияния коэффициентов модели при использовании дополнительной информации. Получена расчетная зависимость температуры от координат, качественно согласующаяся с экспериментальными данными. Приведены ОДУ, полученные как следствие исходной задачи. Эти уравнения могут быть использованы для уточнения коэффициентов, зависящих от температуры, диффузии, доли запертых частиц, отношения длины ловушки к длине свободного пробега иона. Результаты исследования показали, что уточнение коэффициентов позволяет достичь более точного соответствия экспериментальным данным.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Beklemishev A. D.** Helicoidal system for axial plasma pumping in linear traps // *Fusion Sci. Technol.* 2013. V. 63, N 1T. 355.
2. **Beklemishev A. D.** Radial and axial transport in trap sections with helical corrugation // *AIP Conf. Proc.* 2016. V. 1771. 040006.
3. **Petrova A. G., Pukhnachev V. V., Frolovskaya O. A.** Exact solutions of second-grade fluid equations // *Proc. Steklov Inst. Math.* 2023. V. 322. P. 173–187.
4. **Пухначев В. В.** Винтовые течения и их двумерные аналоги // Тез. докл. Всерос. конф. “Математические проблемы механики сплошных сред”. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2024. С. 197.
5. **Проскурин А. В., Сагалаков А. М.** Устойчивость течения слабоэлектропроводящей жидкости в трубе кольцевого сечения при наличии спирального магнитного поля // *Теплофизика и аэромеханика.* 2009. Т. 16, № 3. С. 419–428.
6. **Проскурин А. В.** Устойчивость магнитогидродинамических течений в каналах: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Барнаул, 2023.
7. **Chernoshtanov I. S., Chernykh I. G., Dudnikova G. I., et al.** Effects observed in numerical simulation of high-beta plasma with hot ions in an axisymmetric mirror machine // *J. Plasma Phys.* 2024. V. 90, N 2. 905900211.
8. **Liseykina T. V., Vshivkov V. A., Kholiyarov U. A.** An efficient algorithm for calculating the magnetic field in a cylindrical plasma trap // *Lobachevskii J. Math.* 2024. V. 45, N 1. P. 75–84.
9. **Liseykina T. V., Dudnikova G. I., Vshivkov V. A., et al.** MHD-PIC supercomputer simulation of plasma injection into open magnetic trap // *Supercomput. Frontiers Innovat.* 2023. V. 10, N 3. P. 11–17.
10. **Skovorodin D. I., Beklemishev A. D.** Numerical kinetic model of axial confinement in a mirror trap // *Fusion Sci. Technol.* 2011. V. 59, N 1T. P. 199–201.
11. **Skovorodin D. I., Beklemishev A. D.** Plasma outflow from a corrugated trap in the kinetic regime // *Plasma Phys. Rep.* 2012. V. 38, N 3. P. 202–206.
12. **Астрелин В. Т., Ковеня В. М., Козлинская Т. В.** Численное моделирование движения плазмы в магнитном поле. Двумерный случай // *ПМТФ.* 2007. Т. 48, № 3. С. 121–132.
13. **Brushlinskii K. V., Kryuchenkov V. V., Stepin E. V.** Mathematical model of equilibrium plasma configurations in magnetic traps and their stability analysis // *Proc. Steklov Inst. Math.* 2023. V. 322. P. 52–64.

14. **Kozlov A. N., Konovalov V. S.** Empirical stationary condition of two-dimensional flows of ionizing hydrogen in the plasma accelerator channel // Math. Models Comput. Simulat. 2023. V. 15. P. 630–642.
15. **Самарский А. А.** Методы решения сеточных уравнений / А. А. Самарский, Е. С. Николаев. М.: Наука, 1978.
16. **Самарский А. А., Мажукин В. И., Матус П. П., Шишкин Г. И.** Монотонные разностные схемы для уравнений со смешанными производными // Мат. моделирование. 2001. Т. 13, № 2. С. 17–26.
17. **Lazareva G. G., Oksogoeva I. P., Sudnikov A. V.** Mathematical modeling of plasma transport in a helical magnetic field // Dokl. Math. 2023. V. 108, N 3. P. 533–538.
18. **Lazareva G. G., Oksogoeva I. P., Sudnikov A. V.** Influence of mathematical model parameters on plasma transfer in a helical magnetic field // J. Appl. Industr. Math. 2023. V. 17, N 4. P. 750–759.
19. **Lazareva G. G., Oksogoeva I. P., Sudnikov A. V.** Mathematical modeling of plasma transport in a helical magnetic field // Lobachevskii J. Math. 2022. V. 43, N 10. P. 2685–2691.

*Поступила в редакцию 21/VI 2024 г.,  
после доработки — 6/VIII 2024 г.  
Принята к публикации 2/IX 2024 г.*

---