

УДК:536.4: 536.7

Гидро- и термодинамика полидисперсной парок капельной смеси в канале регазификатора-подогревателя сжиженного природного газа*

А.Л. Тукмаков^{1,2}, В.Г.Тонконог¹, Н.А. Тукмакова¹

¹Казанский технический исследовательский университет
им. А.Н. Туполева

²Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН

E-mail: tukmakov@imm.knc.ru; tonkonog@yandex.ru

Численно исследованы режимы течения парок капельной смеси в регазификаторе-подогревателе сжиженного природного газа на основе модели, учитывающей полидисперсность, силовое и тепловое взаимодействия фаз, процессы дробления, коагуляции, испарения капель и конденсации пара. Динамика несущей среды описывается системой уравнений Навье–Стокса для сжимаемого газа с учетом обмена массой, импульсом и энергией с дисперсной фазой, которая включает в себя несколько фракций, отличающихся размером капель. Каждая фракция описывается системой уравнений, состоящей из уравнения неразрывности для средней плотности, уравнений сохранения составляющих импульса и уравнения сохранения тепловой энергии с учетом межфазного обмена массой, импульсом и энергией с несущей средой. Системы уравнений движения несущей среды и фракций дисперсной фазы решаются явным методом Мак–Кормака с расщеплением пространственного оператора по направлениям и схемой нелинейной коррекции. На каждом временном шаге основная часть вычислительного алгоритма дополняется моделями дробления, коагуляции, испарения капель и конденсации пара с последующей коррекцией гидро- и термодинамических параметров смеси. На основе описанной модели выполнен расчет режимов течения парок капельной смеси в канале регазификатора-подогревателя сжиженного природного газа.

Ключевые слова: парок капельная смесь, полидисперсность, несущая среда, дисперсная фаза, фракции капель, уравнения Навье–Стокса, явная схема Мак–Кормака, дробление, коагуляция, испарение, конденсация.

Введение

Основным элементом инфраструктуры потребления сжиженного природного газа (СПГ) являются устройства, предназначенные для регазификации СПГ перед подачей топлива потребителю. Существующие регазификаторы представляют собой жидкостные теплообменники, в которых регазификация СПГ происходит за счет внешних источников тепла [1]. Устройство выполнено в виде трубы Фильда, представляющей собой систему

* Работа выполнена по гос. заданию Минобрнауки России ВУЗам и научным организациям в сфере научной деятельности 9.5542.2017/ВУ, номер для публикаций 9.5542.2017/6.7, а также при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках научных проектов, выполняемых коллективами исследовательских центров и научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России (проект 8.4157.2017/4.6/3305 «Разработка, проектирование и изготовление опытного образца универсального стенда модельных испытаний турбины перспективных двигателей»).

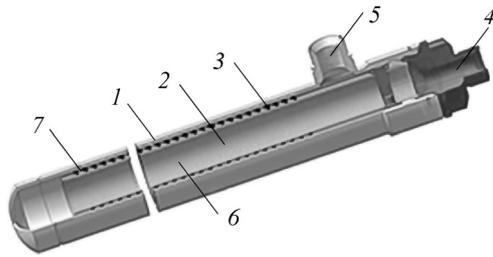


Рис. 1. Схема тепловоспринимающего элемента.

- 1 — внешняя теплообменная труба, 2 — внутренняя теплообменная труба, 3 — интенсификатор теплоотдачи, выполненный в виде скрученной ленты, 4 — входной штуцер нагреваемой среды, 5 — выходной штуцер нагреваемой среды, 6 — внутренняя полость теплообменной трубы 2, 7 — внешняя полость, образованная кольцевыми зазорами между внешней 1 и внутренней 2 трубами.

из двух концентрических труб, по которым движется парожидкостная смесь (рис. 1). Внешняя труба нагревается в огневой зоне. Поток сжиженного природного газа течет по внутренней трубе, выходя из нее, разворачивается и движется в противоположном направлении в зазоре между внутренней и внешней трубами, где происходит нагрев и испарение жидкости. Процесс установления стационарного режима и формирование фронта испарения в межтрубном зазоре зависят от расхода жидкости и внешнего теплового потока. Изменение расхода нарушает установившийся режим в тепловоспринимающем элементе и вызывает новый переходный процесс установления термо- и гидродинамических параметров, сопровождающийся возникновением кризисных явлений при кипении жидкости на границе со стенкой и генерацией нестационарных колебаний. Такие теплообменники могут работать только в стационарном режиме, который формируется в течение длительного переходного процесса. Опыт эксплуатации таких устройств на ООО НПП «Авиагаз–Союз+» показывает, что смена расхода газа приводит к длительному нестационарному переходному процессу, сопровождающемуся кризисными явлениями при кипении СПГ, колебаниями давления и расхода. В то же время, существует возможность модификации конструкции регазификатора СПГ, которая могла бы позволить избежать кризисных явлений при смене расхода газа. Для этого необходимо предварительно распылить жидкий метан, перевести его в парок капельное состояние и подвести тепло от внешних источников для перевода парок капельного потока в газообразное состояние [2].

В качестве тепловоспринимающего элемента регазификатора целесообразно использовать трубы Фильда [2], модификация которых состоит в том, что внутренняя труба снабжается соплом или форсункой для распыления жидкого метана, благодаря которым парок капельная смесь распространяется в пространстве между внутренней и внешней подогреваемой трубами тепловоспринимающего элемента (рис. 2). В качестве теплового источника может использоваться тепло природных водяных резервуаров, атмосферы, или тепло, выделяющееся при сжигании газообразного метана в огневой зоне, куда помещаются тепловоспринимающие элементы. Для выбора конструктивных параметров регазификатора требуется описание гидро- и термодинамики парок капельной смеси в устройстве на основе физического и математического моделирования целого ряда взаимовлияющих физических процессов. В частности, при численном моделировании требуется учитывать наличие капельных фракций различного размера, силовое и тепловое взаимодействия фаз, процессы дробления, коагуляции, испарения капель и конденсации пара, температуру парок капельной среды и нагрев внешней стенки регазификатора.

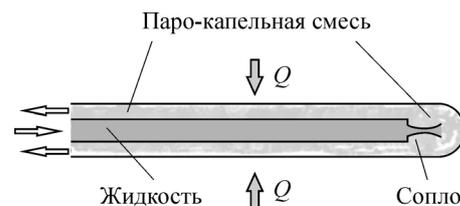


Рис. 2. Схема тепловоспринимающего элемента с распылением жидкости и нагревом парок капельной смеси.

Математическая модель динамики полидисперсной парок капельной смеси

Математическая модель испарения жидких капель и влияние этого процесса на параметры двухкомпонентного ламинарного потока в круглой трубе описаны в работе [3]. Численное и экспериментальное исследования структуры полидисперсной газокapпельной струи и сопоставление полученных результатов представлены в [4]. В работе [5] был проанализирован теплоперенос при двухфазном режиме течения. Модель термо- и гидродинамики парокapпельной смеси с коагуляцией, дроблением, испарением капель и конденсацией пара, а также ее численная реализация приведены в работе [6]. Динамика полидисперсной парокapпельной смеси описывается системами уравнений движения несущей среды и дисперсной фазы [7, 8], известными экспериментально-теоретическими моделями дробления и испарения капель различных фракций со скоростной неравновесностью относительно несущей среды [9], лагранжевой моделью Смолуховского [10], описывающей коагуляцию при парных столкновениях частиц, и равновесной моделью фазовых переходов в системе «пар–мелкодисперсная фракция» [11]. Основной шаг вычислительного алгоритма на каждом временном слое состоит в решении системы уравнений движения несущей среды и систем уравнений движения фракций дисперсной фазы в эйлеровой постановке [6, 12–14]. На этом этапе находятся промежуточные значения плотности, скорости, температуры и давления несущей среды, скоростей и средних плотностей фракций дисперсной фазы. Затем анализируются условия возникновения фазовых переходов в системе «пар–равновесная мелкодисперсная фракция» и, если система находится в неравновесном состоянии, рассчитывается изменение массы, температуры фаз и давления смеси при переходе ее к термодинамически равновесному состоянию [6, 11]. Следующий шаг состоит в анализе возможности реализации механизма дробления капель фракций со скоростной неравновесностью относительно несущей среды. Фиксируется момент времени, когда для данной фракции капель критическое число Вебера оказывается превышенным, и по истечении времени индукции рассчитывается уменьшение массы капель дробящихся фракций [9]. На этом этапе принимается, что капли-«осколки» пополняют равновесную мелкодисперсную фракцию. Если число Вебера для капли со скоростной неравновесностью относительно несущей среды меньше критического значения, а температура капли достигает температуры насыщения для давления в потоке, то реализуется механизм испарения капли, рассчитывается уменьшение ее массы и радиуса [6, 9], корректируется изменение средней плотности и объемного содержания фракции, а также увеличение плотности пара. Если одновременно выполняются условия для дробления капли и ее испарения, то вначале капля дробится [9], а осколки от дробления пополняют равновесную фракцию, испарение которой будет осуществлено на следующем временном шаге после анализа выполнения условий испарения–конденсации. Следующий шаг состоит в коррекции параметров системы за счет механизма коагуляции капель фракций с относительным скоростным скольжением [6]. В ансамбле фракций в каждом узле дискретной сетки определяются фракции, для которых число Вебера меньше критического. Для этих фракций по модели Смолуховского рассчитывается увеличение массы капель-акцепторов, изменение их импульса и температуры, а также уменьшение концентрации капель-доноров. На основе новых значений массы капель, их радиусов и концентраций находятся новые значения объемного содержания и средней плотности всех капельных фракций. Таким образом определяются параметры несущей и дисперсной фазы на текущем временном слое, после чего осуществляется переход к решению уравнений движения несущей среды и дисперсной фазы на следующем шаге по времени [6].

Уравнения движения несущей среды и дисперсной фазы

Для описания движения полидисперсной смеси применяется система уравнений многоскоростной и многотемпературной газовой смеси, включающей в себя n фракций.

В цилиндрической системе координат при осесимметричном течении системы уравнений для несущей среды и для дисперсной фазы имеют вид [6, 8]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} &= -\frac{\rho v}{y}, \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u v - \tau_{xy}) &= -\frac{\rho u v - \tau_{xy}}{y} - \sum_{i=1, n} F_{xi} + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u v - \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 + p - \tau_{yy}) &= -\frac{\rho v^2 + p - \tau_{yy}}{y} - \sum_{i=1, n} F_{yi} + \alpha \frac{\partial p}{\partial y}, \\ \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u w)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v w)}{\partial y} &= -\frac{\rho v w}{y} - \sum_{i=1, n} F_{zi}, \\ \frac{\partial(e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}([e + p - \tau_{xx}]u - \tau_{xy}v + \lambda \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}([e + p - \tau_{xy}]v - \tau_{yy}u + \lambda \frac{\partial T}{\partial y}) &= \\ = -\frac{[e + p - \tau_{yy}]v - \tau_{xy}u + \lambda \frac{\partial T}{\partial y}}{y} - \sum_{i=1, n} Q_i - \sum_{i=1, n} (|F_{xi}|(u - u_i) - |F_{yi}|(v - v_i)) + \alpha \left(\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} \right), \\ e &= I + \rho(u^2 + v^2)/2, \quad \alpha = \sum_{i=1, n} \alpha_i, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\tau_{xx} = \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \tau_{yy} = \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right), \quad D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y},$$

$$\begin{aligned} F_{xi} &= \frac{3}{4} \cdot \frac{\alpha_i}{(2r_i)} C_{di} \rho \sqrt{(u - u_i)^2 + (v - v_i)^2 + (w - w_i)^2} (u - u_i) + \\ &+ \alpha_i \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + 0,5 \alpha_i \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u_i}{\partial t} - u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} - v_i \frac{\partial u_i}{\partial y} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{yi} &= \frac{3}{4} \cdot \frac{\alpha_i}{(2r_i)} C_{di} \rho \sqrt{(u - u_i)^2 + (v - v_i)^2 + (w - w_i)^2} (v - v_i) + \\ &+ \alpha_i \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 0,5 \alpha_i \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v_i}{\partial t} - u_i \frac{\partial v_i}{\partial x} - v_i \frac{\partial v_i}{\partial y} \right), \end{aligned}$$

$$F_{zi} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\alpha_i}{(2r_i)} C_{di} \rho \sqrt{(u - u_i)^2 + (v - v_i)^2 + (w - w_i)^2} (w - w_i),$$

$$C_{di} = C_{di}^0 \psi(M_{i0}), \quad C_{di}^0 = \left(\frac{24}{Re_{i0}} + \frac{4}{Re_{i0}^{0,5}} + 0,4 \right) \left(1 + 0,25 We_i^{0,1} / Lp_i^{0,04} \right),$$

$$\psi(M_{i0}) = 1 + \exp \left(-\frac{0,427}{M_{i0}^{0,63}} \right),$$

$$Re_{i0} = \rho |\bar{V} - \bar{V}_i| 2r_i / \mu, \quad M_{i0} = |\bar{V} - \bar{V}_i| / c, \quad We_i = \rho |\bar{V} - \bar{V}_i|^2 d_i / \Sigma, \quad Lp_i = \rho d_i \Sigma / \mu^2,$$

здесь ρ , u , v , w , u_i , v_i , w_i , e , λ , μ , d_i , Σ — плотность несущей среды, составляющие скорости несущей среды и фракций дисперсной фазы, удельная полная энергия, коэффициенты теплопроводности и вязкости несущей фазы, диаметр капли i -ой фракции

и коэффициент поверхностного натяжения жидкости соответственно. Объемное содержание дисперсной фазы определяется путем суммирования объемных содержаний фракций: $\alpha = \sum_{i=1, n} \alpha_i$. Коэффициент аэродинамического сопротивления C_d рассчитывается с учетом

поправки на сжимаемость среды $\psi(M_{i0})$ [8]. Система уравнений движения несущей среды содержит уравнение для азимутальной составляющей импульса, записанное в предположении об азимутальной симметрии потока при его вращении и без учета составляющих вязкого трения [12]. Составляющие сил аэродинамического сопротивления и тепловой поток на границе «частица–газ» F_{xi} , F_{yi} , F_{zi} , Q_i определяются законом межфазного трения с учетом изменения формы капли в зависимости от чисел Вебера We_i и Лапласа Lp_i и законом теплообмена [7–9]. Здесь $I = \rho RT/(\gamma - 1)$ — внутренняя энергия газа, R , γ — газовая постоянная и постоянная адиабаты несущей среды соответственно. Температура несущей среды определяется как $T = (\gamma - 1)(e/\rho - 0,5(u^2 + v^2))/R$. В уравнение сохранения полной энергии для несущей фазы входит тепловой поток, возникающий вследствие теплообмена между газом и частицами i -ой фракции: $Q_i = 6\alpha_i Nu_i \lambda (T - T_i)/(2r_i)^2$, где $Nu_i = 2r_i \alpha_i^T/\lambda$ — число Нуссельта, r_i — радиус частиц i -ой фракции. Число Нуссельта определяется при помощи известного приближения [7–9], использующего относительные числа Маха M_{i0} , Рейнольдса Re_{i0} и Прандтля Pr .

Дисперсная фаза состоит из ряда фракций, каждая из которых образована частицами определенного размера. Динамика каждой фракции описывается уравнением сохранения средней плотности фракции, уравнениями сохранения компонент импульса и уравнением сохранения тепловой энергии [6–8]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i u_i)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_i v_i)}{\partial y} &= -\frac{\rho_i v_i}{y}, \\ \frac{\partial(\rho_i u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_i u_i^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_i u_i v_i) &= -\frac{\rho_i u_i v_i}{y} + F_{xi} - \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial(\rho_i v_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_i u_i v_i) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_i v_i^2) &= -\frac{\rho_i v_i^2}{y} + F_{yi} - \alpha \frac{\partial p}{\partial y}, \\ \frac{\partial(\rho_i w_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_i u_i w_i) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_i v_i w_i) &= -\frac{\rho_i v_i w_i}{y} + F_{zi}, \\ \frac{\partial(e_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_i u_i) + \frac{\partial}{\partial y}(e_i v_i) &= Nu_i \frac{6\alpha_i}{(2r_i)^2} \lambda (T - T_i), \quad \rho_i = \alpha_i \rho_{i0}, \quad e_i = \rho_i C_{pi} T_i, \end{aligned} \quad (2)$$

здесь α_i , ρ_i , e_i , T_i , C_{pi} , ρ_{i0} — объемное содержание, средняя плотность, тепловая энергия, температура, теплоемкость и плотность вещества i -ой дисперсной фракции соответственно. Тепловая энергия i -ой фракции определяется как $e_i = \rho_i C_{pi} T_i$. Система уравнений движения каждой дисперсной фракции содержит уравнение для азимутальной составляющей импульса, записанное в предположении об азимутальной симметрии потока при его вращении [12].

Равновесная модель испарения и конденсации капель мелкой фракции

Парокапельная смесь наряду с каплями сравнительно крупных фракций содержит мелкую фракцию, температурным и скоростным скольжением которой относительно несущей среды можно пренебречь и считать, что испарение таких капель или конденсация пара в случае отклонения температуры и давления от кривой фазового равновесия описываются равновесной моделью фазовых переходов [11]. Испаряется при этом такая масса мелкодисперсной капельной фракции или конденсируется такая масса пара,

которая обеспечивает возвращение параметров несущей среды — давления и температуры — на кривую фазового равновесия. Если масса мелкой капельной фракции недостаточна для того, чтобы система перешла в равновесное состояние, то мелкая фракция испаряется полностью, а затем начинается испарение капель крупных фракций, и процесс продолжается до достижения равновесного давления и температуры или до испарения всей жидкой фазы. При этом учитывается уменьшение температуры пара вследствие поглощения скрытой теплоты парообразования. Массовое содержание самой мелкой фракции может увеличиваться как вследствие дробления в потоке капель более крупных фракций, так и вследствие конденсации пара; уменьшение массового содержания мелких капель может происходить как вследствие испарения, так и в результате коагуляции с более крупными каплями.

Давление пара определяется с учетом объемного содержания капель как

$$p = \rho RT / \left(1 - \rho_{\text{ж}} / \rho_{\text{ж}}^0\right), \quad (3)$$

где ρ , R , T — плотность, газовая постоянная и температура пара, ρ_1 — суммарная средняя плотность капель по всем фракциям. Здесь учитывается, что часть объема $\rho_{\text{ж}} / \rho_{\text{ж}}^0$ в смеси занимают капли ($\rho_{\text{ж}}^0$ — истинная плотность жидкости в каплях).

В соответствии с моделью равновесных фазовых переходов конденсация пара происходит при увеличении парциального давления пара до давления, превышающего давление насыщения $p_s(T)$. Испарение капель происходит при уменьшении парциального давления пара ниже $p_s(T)$. Схема равновесного фазового перехода приведена, например, в работе [11]. В результате конвективного и диффузионного переноса вещества, импульса и энергии изменяется парциальное давление пара p . Возможны два случая по отношению к давлению насыщенного пара: $p(T) > p_s(T)$ и $p(T) < p_s(T)$. В первом случае избыточная масса пара δm_v конденсируется. При этом возрастает температура смеси, увеличиваясь от T до T' , а давление пара $p(T')$ возвращается на кривую насыщения. При этом температура возрастает на величину $\delta T'$ за счет выделения энергии при конденсации $\delta Q = L \delta m_v$, где L — скрытая теплота фазового перехода. Значение $\delta T'$ равно разности температур после и до конденсации: $\delta T' = T' - T$. Температура T' определяется решением уравнения $p(T') = p_s(T')$. Масса сконденсировавшегося в единице объема пара вычисляется из условия теплового баланса: $\delta m_v = (\rho' C_p T' - \rho C_p T) / L$, где ρ , T и ρ' , T' — плотность и температура пара до и после конденсации. Во втором случае, когда $p(T) < p_s(T)$ и в смеси содержится мелкодисперсная фракция, испарение происходит по такой же схеме, но с учетом того, что температура смеси и средняя плотность мелкодисперсной фракции снижаются.

Рассмотрим условие перехода подсистемы «пар–мелкодисперсная капельная фракция» в равновесное состояние. Для этого выразим текущее давление пара p через температуру и плотность нового равновесного состояния T и приравняем его давлению насыщенного пара при температуре T' : $p_s(T') = \rho' RT' / \left(1 - \rho'_1 / \rho_1^0\right)$. В это уравнение входят новые значения парциальных плотностей пара и капель — ρ' , ρ'_1 . После осуществления фазового перехода получим: $\rho' = \rho - \rho C_p (T' - T) / L$, $\rho'_1 = \rho_1 + \rho C_p (T' - T) / L$, где ρ , ρ_1 , T соответствуют значениям плотности пара, средней плотности капель и температуры смеси до наступления фазового перехода. Тогда уравнение для нахождения нового значения температуры пара после перехода системы в равновесное состояние будет иметь вид

$$p_s(T') = \rho \left(1 - C_p (T' - T) / L\right) RT' / \left(1 - (\rho_{\text{ж}} + \rho C_p (T' - T) / L) / \rho_{\text{ж}}^0\right), \quad (4)$$

где для давления насыщенного пара метана применяется известная аппроксимация:

$$p_s(T') = p_{кр} \exp\left(a_0 + a_1/(T'/T_{кр}) + a_2 \ln(T'/T_{кр}) + a_3(T'/T_{кр})\right), \quad (5)$$

$$a_0 = 2,7346, \quad a_1 = -7,8725, \quad a_2 = -7,265, \quad a_3 = 5,1363,$$

здесь $T_{кр} = 190,77$ К и $\rho_{кр}$ — критические температура и плотность метана. Уравнение (4) с учетом (5) решается итерационным методом относительно нового значения температуры T' . Итерационная процедура позволяет найти новое значение температуры и в том случае, когда масса пара или масса мелких капель недостаточны для перехода системы в равновесие при конденсации или испарении. Зная T' , можно определить новые значения плотности пара и среднюю плотность мелкодисперсной фракции: $\rho' = \rho - \rho C_p(T' - T)/L$, $\rho'_{ж} = \rho_{ж} + \rho C_p(T' - T)/L$. По новым значениям температуры и плотности пара находим новое значение давления смеси.

Модель дробления капель

Если число Вебера $We = 2r_i \rho_{ж} |V - V_i|^2 / \Sigma$ для капли i -ой фракции больше критического, то движение такой частицы сопровождается газодинамическим дроблением, приводящим к уменьшению массы частицы i -ой фракции. В качестве механизма разрушения капли может быть выбран тарельчатый тип дробления, связанный со срывом пограничного слоя [7, 9] и реализующийся при $We_{кр} \leq We < 1,7 \cdot 10^4 / Lp^{0,5}$. При этом диаметр d отрывающихся частиц рассчитывается следующим образом:

$$d = 2,4 \frac{d_i}{\sqrt{Re_{i0}}} \left(\frac{\mu_{ж}}{\mu}\right)^{0,5} \left(\frac{\rho}{\rho_{ж}}\right)^{0,25},$$

где d_i — диаметр капель i -ой фракции; $\mu_{ж}$, $\rho_{ж}$ и μ , ρ — коэффициенты динамической вязкости и плотность жидкости и пара соответственно [9]. Для описания процесса потери капель массы при газодинамическом дроблении применимо полуэмпирическое уравнение [9]

$$\frac{dm_i}{dt} = -m_1 \frac{K_1 \cdot (We)^\psi \cdot (Re)^\omega}{t_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{K_2 t}{t_i}\right)\right], \quad (6)$$

$$m_1 = \frac{\pi d^3 \rho_{ж}}{6}, \quad K_1 = 2,4 \div 7,5, \quad K_2 = 1,1, \quad \psi = 0,8 \div 1,3, \quad \omega = 0,15 \div -0,2,$$

здесь m_1 — масса отрывающейся при дроблении капли, m_i — масса дробящейся капли i -ой фракции, t — время, прошедшее с момента достижения критического значения числа Вебера для капли i -ой фракции, $t_i = 0,37 \frac{d_i}{|V - V_i|} \sqrt{\frac{\rho_{ж}}{\rho}}$ — время от начала деформации капли до начала ее дробления [9], V и V_i — вектора несущей среды и дисперсной фракции; ρ , $\rho_{ж}$ — плотность несущей среды и капли.

Для решения обыкновенного дифференциального уравнения (6) применим метод рядов. Представим приближенно решение уравнения (6) в виде отрезка ряда Тейлора, ограничившись членами до второго порядка точности по времени включительно:

$$m_i(t + \Delta t) = m_i(t) + \frac{\partial m_i}{\partial t} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 m_i}{\partial t^2} (\Delta t)^2 + O((\Delta t)^3),$$

$$\frac{\partial m_i}{\partial t} = -m_1 \frac{K_1 \cdot (We)^\psi \cdot (Re)^\omega}{t_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{K_2 t}{t_i}\right)\right], \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 m_i}{\partial t^2} = -m_1 \frac{K_1 \cdot K_2 (We)^\psi \cdot (Re)^\omega}{t_i^2} \exp\left(-\frac{K_2 t}{t_i}\right),$$

$$m_1 = \pi d^3 \rho_{ж} / 6, \quad K_1 = 2,4 \div 7,5, \quad K_2 = 1,1, \quad \psi = 0,8 \div 1,3, \quad \omega = -0,15 \div 0,2.$$

Значение массы капли в текущий момент времени t известно. Значение на следующем временном шаге определяется в виде отрезка ряда Тейлора (7). Зная массу дробящейся капли i -ой фракции на новом временном шаге, можно найти ее новый радиус и объем. Известное значение концентрации капель i -ой фракции позволяет рассчитать объемное содержание и новое значение средней плотности i -ой фракции. Будем считать, что отрывающиеся при дроблении капли «осколки» переходят в самую мелкую фракцию смеси, и, следовательно, найдем увеличение средней плотности и концентрации капель самой мелкой дисперсной фракции.

Модель прогрева и испарения капель крупных фракций

Если для капли i -ой фракции число Вебера превышает критическое значение, а ее температура достигла температуры насыщения, то на первом этапе процессом испарения с поверхности крупных капель можно пренебречь, так как унос массы неравновесной по скорости с несущей средой капли за счет дробления происходит более интенсивно [9], чем за счет испарения. Если же число Вебера меньше критического, а температура капли повысилась до температуры насыщения при текущем давлении, то требуется учесть уменьшение средней плотности дисперсной фазы за счет испарения крупных капель. Испарению капли предшествует ее нагрев до температуры насыщения, после чего начинается испарение с ее поверхности. Прогрев капли происходит за счет конвективного теплообмена в движущейся несущей среде. Коэффициент поверхностного теплообмена на поверхности капли α_p выражается через число Нуссельта, диаметр капли d и коэффициент теплопроводности несущей среды λ_r : $\alpha_p = \text{Nu} \lambda_r / d$. Для определения числа Нуссельта используется известная из литературы [7, 9] зависимость:

$$\text{Nu} = k_{\text{исп}} (2 + 0,459 \text{Re}^{0,55} \text{Pr}^{0,33}) / \left[\left(1 + 3,42 \text{M}_{\text{отн}} (2 + 0,459 \text{Re}^{0,55} \text{Pr}^{0,33}) \right) \cdot \text{Re} \cdot \text{Pr} \right],$$

здесь $\text{M}_{\text{отн}}$ — относительное число Маха, которое определяется как $\text{M}_{\text{отн}} = u_{\text{отн}} / c$, где c — скорость звука, $u_{\text{отн}} = |\mathbf{V} - \mathbf{V}_i|$ — величина скорости i -ой фракции относительно несущей среды, $\text{Re} = \rho |\mathbf{V}| d / \mu$ — число Рейнольдса, $\text{Pr} = \mu C_p / \lambda$ — число Прандтля, μ и C_p — динамическая вязкость и удельная изобарная теплоемкость несущей среды. В процессе нагрева до температуры насыщения полагалось $k_{\text{исп}} = 1$, после достижения каплей температуры насыщения — $k_{\text{исп}} = 0,6$. В предположении о температурной однородности температура движущейся в потоке капли описывается дифференциальным уравнением [9]

$$\frac{\partial T_p}{\partial t} = \frac{6\alpha_p}{d_p C_{pж} \rho_{ж}} \left[T \left(1 + \text{M}_{\text{отн}}^2 \frac{(\gamma-1)}{2} \right) / \left(1 + \text{M}^2 \frac{(\gamma-1)}{2} \right) - T_p \right], \quad (8)$$

где $C_{pж}$, $\rho_{ж}$ — удельные теплоемкость и плотность жидкости, T — температура несущей среды. Для решения этого уравнения применим схему Эйлера

$$T_p(t + \Delta t) \approx T_p(t) + \frac{\partial T_p(t)}{\partial t} \Delta t.$$

Будем считать, что до достижения температурой капли температуры насыщения испарением с поверхности капли можно пренебречь [9]. С момента времени достижения температурой капли температуры насыщения при текущем давлении начинается интенсивное испарение с ее поверхности. Процесс испарения описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\pi d^2 \alpha_p}{L(T_p)} \left[T \left(1 + \text{M}_{\text{отн}}^2 \frac{(\gamma-1)}{2} \right) / \left(1 + \text{M}^2 \frac{(\gamma-1)}{2} \right) - T_s(p) \right], \quad (9)$$

где $L(T_p)$ — теплота парообразования жидкости при температуре T_p , $T_s(p)$ — температура насыщения при давлении p , m — масса капли i -той фракции. Решение уравнения, описывающего изменение массы капли, вычисляется по схеме Эйлера:

$$m(t + \Delta t) \approx m(t) + \frac{\partial m(t)}{\partial t} \Delta t. \quad (10)$$

Таким образом, при известной концентрации капель можно найти новое значение средней плотности, объемное содержание фракции и новое значение плотности пара.

Модель коагуляции капель

Если число Вебера для капли i -ой фракции меньше критического значения ($We_{кр} \approx 10$), то при столкновениях ее с частицами менее крупных фракций происходит их коагуляция, вследствие чего изменяются масса, концентрация, импульс и температура частицы i -той фракции. Этот процесс описывается лагранжевой моделью Смолуховского для коагуляции частиц при парных соударениях [10]. Масса m_i частицы i -ой фракции ($i = 2, \dots, n$) возрастает за счет поглощения частиц j -ых фракций меньшего размера с массой m_j ($j = 1, 2, \dots, i - 1$):

$$\partial m_i / \partial t = \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} n_j m_j, \quad \text{где } k_{ij} = K_0 \frac{\pi}{4} (d_i + d_j)^2 \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2 + (w_i - w_j)^2} — \text{кон-$$

станта коагуляции, d_i — диаметр частиц i -той фракции, $d_j < d_i$. Новое значение массы частиц i -той фракции в текущем узле конечно-разностной сетки позволяет определить новое значение радиуса частицы r_i . Уменьшение концентрации частиц j -тых фракций вследствие поглощения их более крупными i -ми ($i = j + 1, j + 2, \dots, n$) описывается уравнением

$$\partial n_j / \partial t = -n_j \sum_{i=j+1}^n k_{ij} n_i, \quad j = 1, 2, \dots, n - 1. \quad \text{Новое значение объемного содержания } i\text{-ой}$$

фракции, изменившегося вследствие коагуляции, определяется как $\alpha_i = 4/3 \pi r_i^3 n_i$. Концентрация n_i определяется через среднюю плотность и радиус i -той фракции на каждом шаге вычислений. Слияние мелких капель с более крупными приводит к изменению их

скорости: $\partial w_i / \partial t = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} (w_j - w_i) m_j n_j$. Температура частицы i -ой фракции после

коагуляции с частицами фракций меньших радиусов находилась из соотношения

$$T = \frac{1}{Cm} \left(\sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} n_j C_j m_j T_j + C_i m_i T \right)_i, \quad \text{где } T, C, m \text{ и } T_p, C_p, m_i — \text{температура, удельная мас-$$

совая теплоемкость и масса частицы i -ой фракции после коагуляции и до коагуляции соответственно. Связанные с коагуляцией изменения скорости и температуры дисперсной фазы учитывались на каждом временном шаге основного алгоритма. Далее происходит переход на следующий временной шаг и выполняются вычисления эйлера этапа решения уравнений движения несущей среды и дисперсной фазы парокапельной смеси.

Система уравнений движения двухфазной полидисперсной парокапельной смеси записывалась в обобщенных криволинейных координатах [13, 14] и решалась явным методом Мак–Кормака второго порядка с расщеплением пространственного оператора по направлениям и со схемой нелинейной коррекции [6]. Для термодинамических характеристик жидкого метана и его пара были использованы известные из литературы аппроксимации [15]. Работоспособность модели определялась путем решения задач для отдельных механизмов (для дробления и испарения капель, для равновесной модели фазовых переходов, для коагуляции полидисперсной смеси) и сопоставлением полученных результатов с известными из литературы результатами, а также с решениями, полученными аналитически.

Постановка задачи и результаты расчетов

На рис. 3а показана расчетная область, построенная для осесимметричного коаксиального канала регазификатора. Длина канала $L = 1$ м, радиусы внутренней и наружной труб составили $R_{\text{вн}} = 0,05$ м и $R_{\text{н}} = 0,1$ м. Парокапельная смесь втекает во внутреннюю трубу при $x = 0$ (область I, рис. 3а). Поток разворачивается в области II, протекает через внешний концентрический канал III и вытекает через сечение $x = 0$. Дисперсная фаза включает в себя 5 капельных фракций. Радиус капель равновесной фракции составляет 1 мкм. Неравновесные по скорости с несущей средой фракции образованы каплями с начальными радиусами 10, 20, 50, 100 мкм. Начальные объемные содержания фракций одинаковы и составляют $\alpha_i = 0,0001$ при плотности жидкого метана $\rho_{\text{ж}} = 416 \text{ кг/м}^3$, начальная температура и плотность пара — $T_0 = 108 \text{ К}$, $\rho_0 = 1,29 \text{ кг/м}^3$. Начальная температура всех фракции совпадает с начальной температурой пара и равна температуре насыщения для начального давления смеси, составляющего $p_0 \approx 75700 \text{ Па}$. Скорость звука в несущей среде $c = (\gamma RT)^{1/2} \approx 270 \text{ м/с}$, где $\gamma = 1,3$ — постоянная адиабаты, $R = 518 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ — газовая постоянная метана. В приведенных ниже расчетах на боковой внешней границе расчетной области при $r = 0,1$ м задавалась температура пара. Температура капельных фракций на боковой внешней границе была равна температуре насыщенного пара при его актуальном давлении.

Расчеты проводились на равномерной в осевом и радиальном направлениях блочно-структурированной конечно-разностной сетке, включающей в себя три подобласти (I, II, III) и содержащей 200×100 узлов (рис. 3а). Граничные условия на линиях сопряжения блоков задавались с учетом направления течения. Блоки I, II, III включали в себя узлы: блок I: $1 \leq j \leq 3n_j/4$, $1 \leq k \leq n_k/2$; блок II: $3n_j/4 \leq j \leq n_j$, $1 \leq k \leq n_k$; блок III: $1 \leq j \leq 3n_j/4$, $n_k/2 \leq k \leq n_k$, где n_j , n_k — число узлов в осевом и радиальном направлениях. На входе в подобласть I при $x = 0$ задавались однородное граничное условие Неймана для давления и составляющие скорости несущей среды — $u(t, x = 0) = 0,1 \text{ М}$, $(t, x = 0) = 0$. На выходе из области III (рис. 3а) при $x = 0$ задавалось давление несущей среды, а для остальных газодинамических функций ставилось однородное граничное условие Неймана. Для азимутальной составляющей скорости на оси симметрии при $y = 0$ и на боковых стенках (области I, III) ставились однородные граничные условия первого рода. Закрутка потока моделировалась заданием величины азимутальной составляющей скорости вблизи боковой границы области III при $y = R_{\text{н}} - \delta$, где $R_{\text{н}}$ — радиус боковой границы области III, δ — расстояние от стенки.

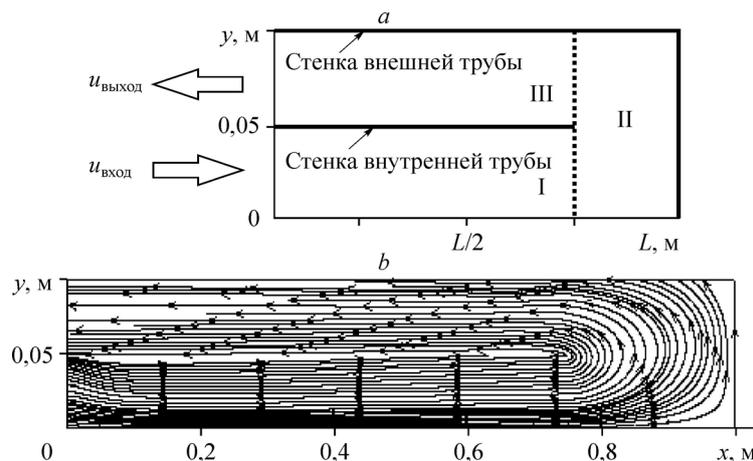


Рис. 3. Геометрия расчетной области (а) и векторное поле скоростей несущей среды (б) в момент времени $t = 0,012$ с.

В начальный момент времени в области I задаются составляющие скорости потока. В приведенных ниже расчетах полагалось $u(t=0) = 0,1M$, $v(t=0) = 0$, где $M = |V|/c$ — число Маха. В областях II, III начальные скорости парок капельной смеси равны нулю. На твердых стенках канала для скорости задается граничное условие прилипания. Для давления, плотности и энергии пара на внешней боковой границе ставились однородные граничные условия Неймана, а для температуры пара — условие Дирихле. Температура жидких фракций на внешней стенке задавалась равной температуре насыщения метана для актуального давления.

Рассмотрим течение парок капельной метановой смеси, формирующееся при заданной температуре внешней стенки канала. Пусть температура внешней боковой стенки канала $T = 162$ К.

На рис. 4 представлены временные зависимости скорости несущей среды и капельных фракций, показывающие, что с течением времени в системе формируется две фракции с различными размерами капель и скоростями. Первая объединенная фракция включает в себя капли с начальными радиусами 1, 10 и 20 мкм, уменьшившимися в процессе испарения к моменту времени $t = 0,02$ с до радиуса равновесной фракции (рис. 5). Вторая объединенная фракция образуется из капель с начальными радиусами 50 и 100 мкм. Ее формирование происходит за счет дробления фракции радиусом 100 мкм, т.к. число Вебера для нее лежит в окрестности критического значения. К моменту времени $t \approx 0,015$ с капли с начальным радиусом 10 мкм уменьшаются до размера капель равновесной фракции. Для капель с начальным радиусом 20 мкм это время составляет приблизительно 0,02 с (рис. 6).

На рис. 6 представлена зависимость числа Вебера различных фракций от времени. Изменение числа Вебера происходит не только в связи с изменением скорости потока, но также вследствие изменения радиуса капель, меняющегося из-за дробления и испарения. В начальный момент времени для фракции капель радиусом 100 мкм число Вебера превышает критическое значение, величина которого в расчетах составляет $We = 10$. Происходит дробление капель этой фракции и радиусы капель уменьшаются до 90 мкм (рис. 6). Затем число Вебера падает ниже критического значения (рис. 6), радиус капли стабилизируется. При $t > 0,012$ с число Вебера снова приближается к критическому значению и начинается процесс дробления, в результате которого радиус капли этой фракции уменьшается примерно до 60 мкм. Можно отметить, что равновесная фракция ($R_0 = 1$ мкм) практически полностью испаряется к моменту времени 0,005 с (рис. 7). В процессе дробления капель крупной фракции масса «осколков» пополняет массу равновесной фракции, а затем испаряется, увеличивая плотность пара.

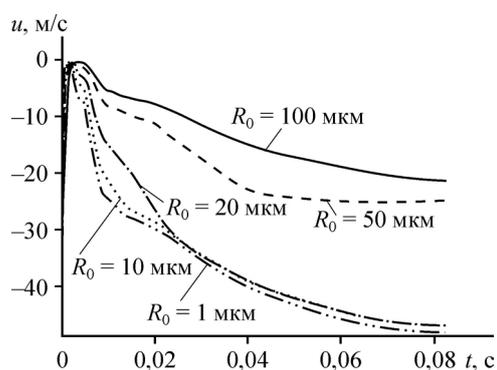


Рис. 4. Процесс установления стационарного режима течения: зависимость от времени скорости фракций различного радиуса в точке $(x = 0,25$ м, $y = 0,075$ м).

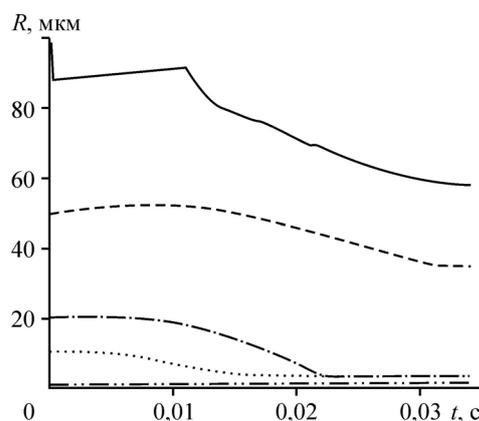


Рис. 5. Зависимость от времени радиусов фракций в точке $(x = 0,25$ м, $y = 0,075$ м).

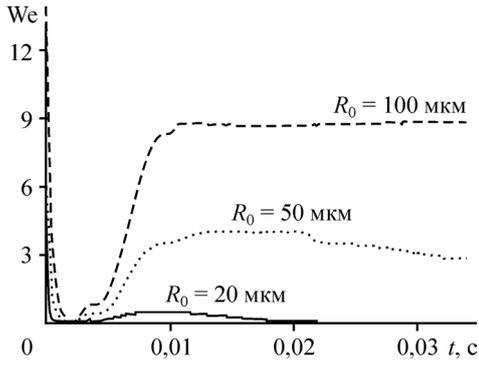


Рис. 6. Эволюция числа Вебера фракций в потоке.

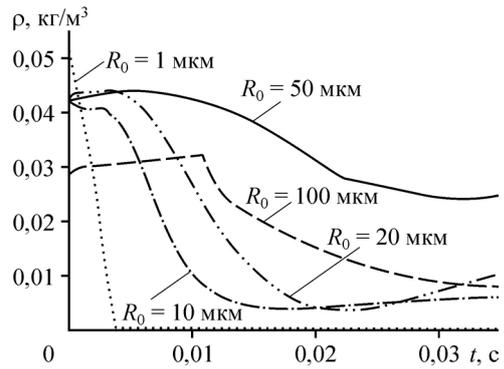


Рис. 7. Зависимость средней плотности фракций от времени в точке ($x = 0,25$ м, $y = 0,075$ м).

На рис. 7 кривым изменения плотности поставлены в соответствие начальные радиусы каплей фракций. На рис. 8 показано поле скоростей пара, сформировавшееся к моменту времени $t = 0,0779$ с. Под действием градиента давления поток пара оттесняется к внутренней стенке внешнего кольцевого канала (рис. 8).

На рис. 9. показано распределение азимутальной составляющей скорости в поперечном сечении канала при $x = 0,2$ м. Закрутка задается на входе во внутреннюю трубу ($y \leq 0,05$ м) и вблизи внутренней и внешней стенок кольцевого канала III (рис. 10).

Закрутка потока, заданная на входе в канал (рис. 10а), вдоль канала экспоненциально спадает. Во внешнем кольцевом канале закрутка моделируется заданием азимутальной составляющей скорости вдоль стенок. По мере продвижения к выходному сечению при $x = 0$ скорость несущей среды и связанная с ней величина азимутальной скорости возрастают (рис. 10а). На рис. 10б представлено пространственное распределение азимутальной составляющей скорости фракции каплей с начальным радиусом 100 мкм.

Под действием центробежного ускорения твердая фракция смещается по направлению к наружной стенке. На рис. 11а показано пространственное распределение радиальной скорости фракции с начальным радиусом 100 мкм. Радиальная составляющая скорости является положительной и направлена к внешней боковой границе. На рис. 11б

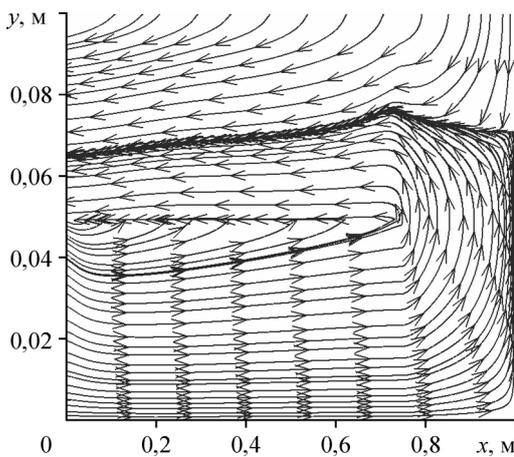


Рис. 8. Фрагмент поля скоростей несущей среды в момент времени $t = 0,0779$ с.

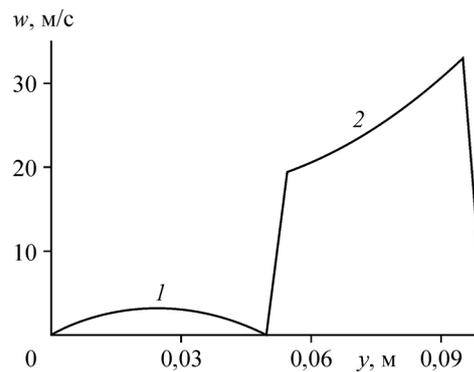


Рис. 9. Азимутальная составляющая скорости пара в поперечном сечении канала при $x = 0,2$ м.

1 — закрутка на входе в канал во внутренней трубе при $r < 0,05$ м, 2 — закрутка во внешнем канале при $0,05 < r < 0,1$ м.

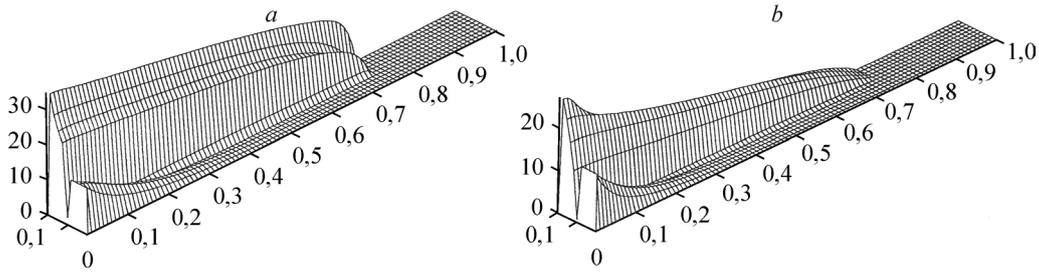


Рис. 10. Пространственное распределение азимутальной составляющей скорости пара (а) и фракции капель с начальным радиусом 100 мкм (b).

изображено пространственное распределение радиальной скорости пара. Пар движется как вдоль оси, так и по направлению от внешней стенки кольцевого канала к его оси под действием градиента давления, возникающего из-за испарения капель вблизи наружной стенки, и вследствие вытеснения смещающейся к внешней стенке дисперсной фазы. На выходе из внутренней трубы (область I) радиальная скорость пара положительна и направлена к внешней стенке.

На рис. 12а–12е показаны поля осевой составляющей скорости и плотности несущей среды и дисперсных фракций с начальными радиусами 1 и 50 мкм. Фрагмент векторного поля скорости потока представлен на рис. 7. Скорости пара, мелкодисперсной фракции и фракций капель с начальными радиусами ($R_0 = 10$ мкм, $R_0 = 20$ мкм) к указанному моменту времени практически совпадают, т.к. капли первых трех фракций в результате дробления и испарения оказываются близки по размеру. Идентичны распределения скорости капель с начальными радиусами $R_0 = 50$ мкм и $R_0 = 100$ мкм, образующими вторую фракцию. Плотность пара в безразмерном представлении, отнесенная к начальному значению, на входе во внутреннюю трубу составляет $\rho \approx 2$. На выходе из области III скорость возрастает до 50 м/с (рис. 12а), а безразмерная плотность пара уменьшается до 1 (рис. 12б). На срезе выходного сечения внешнего канала средняя плотность всех капельных фракций, кроме фракции с начальным радиусом 50 мкм, быстро стремится к нулю. В результате на выходе смесь состоит из пара и фракции капель, радиус которых меньше 40 мкм, а средняя плотность на срезе выходного сечения $\rho_s \approx 0,004$ кг/м³. На выходе движутся пар с температурой, меняющейся по сечению внешнего кольца от 140 К вблизи внутренней стенки до 160 К на внешней стенке (рис. 13), и дисперсная смесь со средней плотностью $\rho_s \approx 0,004$ кг/м³ с температурой насыщенной жидкости $T_s = 108$ К при давлении потока $p \approx 70$ кПа.

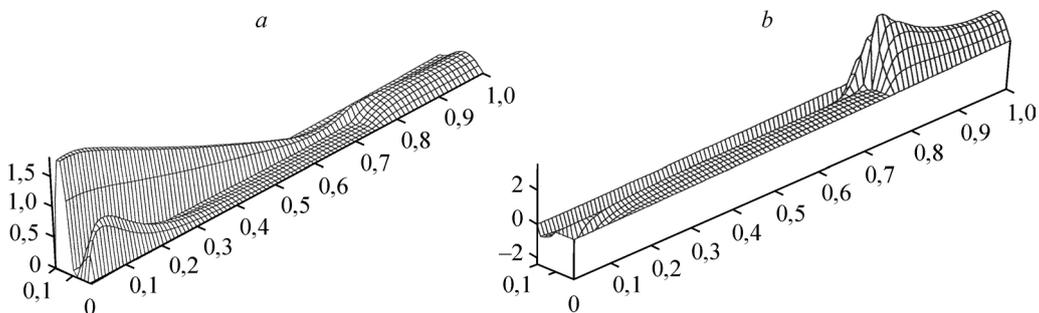


Рис. 11. Распределение радиальной составляющей скорости фракции капель с начальным радиусом 100 мкм (а) и пара (b).

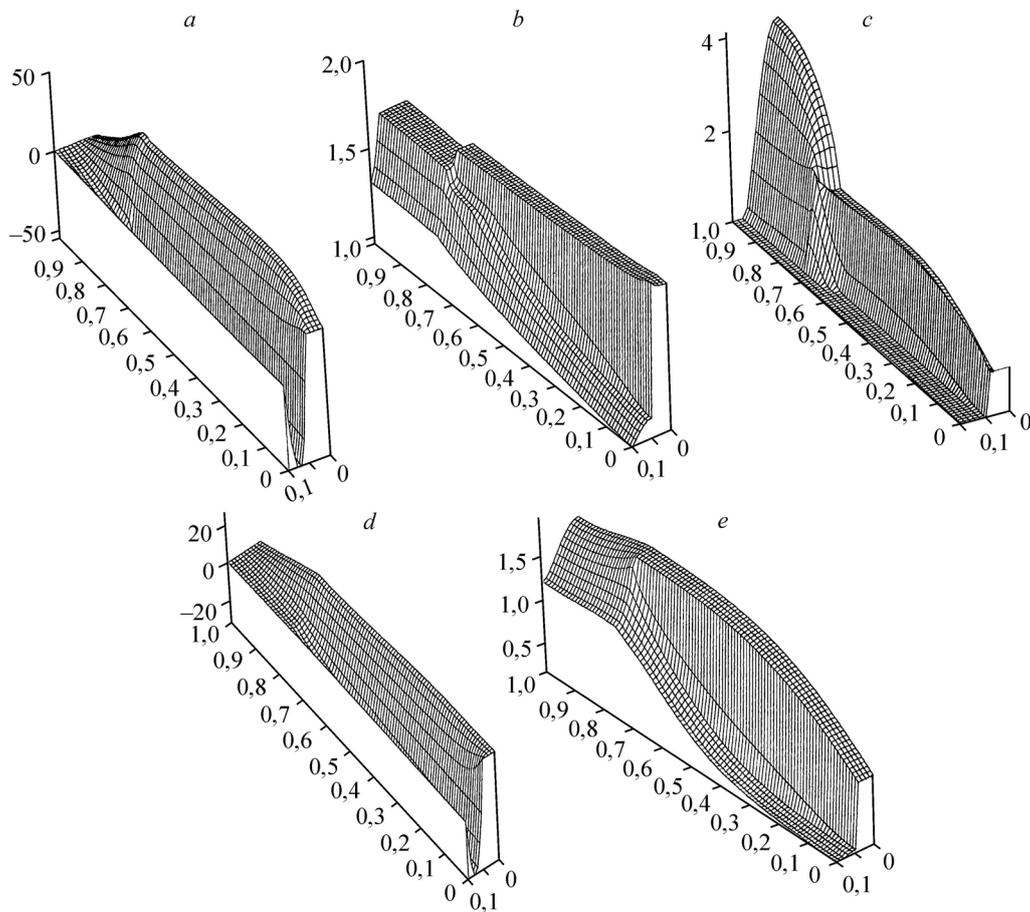


Рис. 12. Пространственное распределение осевой составляющей скорости и плотности компонентов в момент времени $t = 0,0779$ с.
 а — скорость несущей среды, б — плотность пара, с — средняя плотность равновесной с несущей средой фракции капель, д — скорость фракции капель с начальным радиусом $R_0 = 50$ мкм, е — средняя плотность фракции с начальным радиусом $R_0 = 50$ мкм.

Расчеты показывают, что дальнейшее повышение температуры нагреваемой внешней стенки приводит к возникновению эффекта снижения скорости потока. Рост температуры стенки приводит к повышению интенсивности испарения капель и к увеличению плотности и температуры пара. В результате повышается давление в межтрубном пространстве в областях II, III, что приводит к снижению скорости потока парок капельной смеси в канале. На рис. 14а, 14б для иллюстрации этого эффекта показаны пространственное распределение давления и фрагмент поля

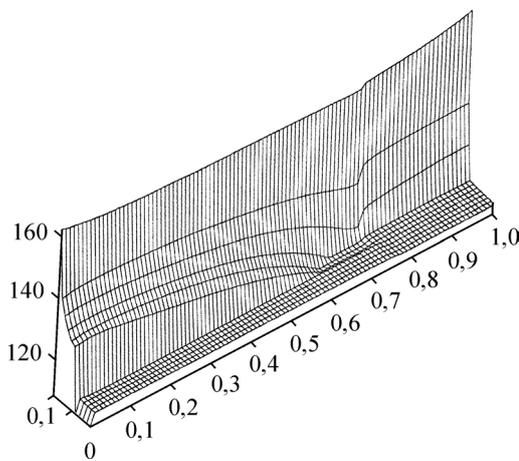


Рис. 13. Пространственное распределение температуры пара в момент времени $t = 0,0779$ с.

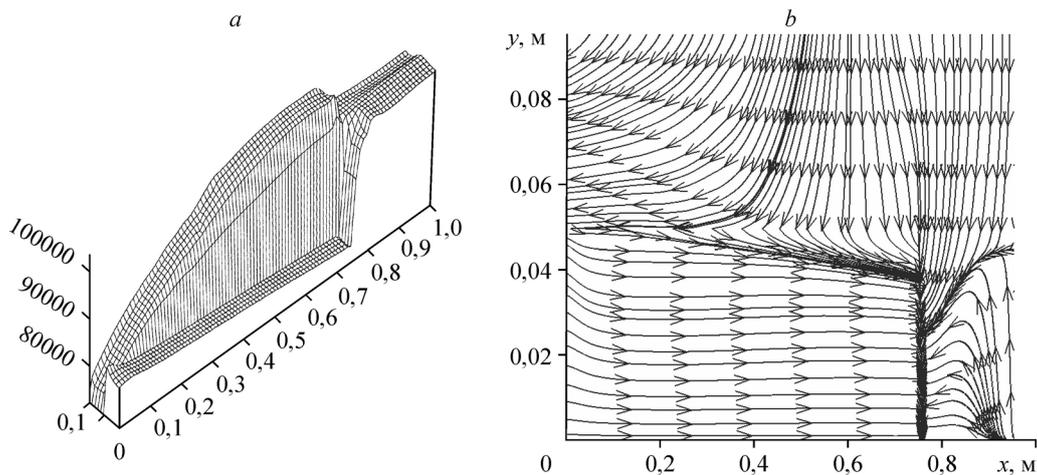


Рис. 14. Распределение давления (а) и фрагмент поля скорости (b) в момент времени $t = 0,003$ с.

скорости пара, формирующиеся к моменту времени $t = 0,003$ с при тех же граничных и начальных условиях, но при более высокой температуре внешней стенки $T = 300$ К. Можно отметить, что интенсивное испарение капель вблизи боковой стенки приводит к движению пара в радиальном направлении от внешней границы к внутренней и к генерации радиальных осесимметричных колебаний, мгновенное поле скоростей которых показано на рис. 14b.

Заключение

Моделирование гидро- и термодинамики полидисперсной парок капельной смеси в коаксиальном цилиндрическом канале регазификатора, учитывающее процессы испарения, коагуляции, дробления капель и конденсации пара позволило описать эволюцию состава парок капельного потока. Расчеты показали, что с ростом температуры нагрева внешней стенки канала расход парок капельной смеси может снижаться за счет интенсивного испарения капель и быстрого формирования в межтрубном пространстве области с высоким давлением, что сопровождается генерацией колебаний радиального типа.

Список литературы

1. Пат. 2467260 РФ, МПК⁵¹ F24H 3/00. Технологический нагреватель / Серазетдинов Б.Ф., Серазетдинов Ф.Ш., Тонконог В.Г.; заявитель и патентообладатель ООО «Нейт». № 2011100380/06; заявл. 11.01.2011; опубл. 20.11.2012, Бюл. № 320.
2. Пат. 2691863 РФ, МПК⁵¹ F17C 9/02; СПК⁵² F17C 9/12. Способ регазификации жидкости и установка для регазификации жидкости / Тонконог В.Г., Тукмакова Н.А., Тукмаков А.Л.; заявитель и патентообладатель КНИТУ-КАИ им. А.Н. Туполева. № 2018123646; заявл. 28.06.2018; опубл. 18.06.2019, Бюл. № 17.
3. Терехов В.И., Пахомов М.А., Чичиндаев А.В. Влияние испарения жидких капель на распределение параметров в двухкомпонентном ламинарном потоке // Прикл. механика и технич. физика. 2000. Т. 41, № 6. С. 68–77.
4. Ложкин Ю.А., Маркович Д.М., Пахомов М.А., Терехов В.И. Исследование структуры полидисперсной изотермической газок капельной струи на начальном участке. Эксперимент и численное моделирование // Теплофизика и аэромеханика. 2014. Т. 21, № 3. С. 309–323.
5. Яо Ш.-Ч., Рейн А. Теплообмен при ламинарном течении мелкодисперсной парок капельной смеси в трубах // Теплопередача. 1980. Т. 102, № 4. С. 93–101.
6. Тукмаков А.Л., Тукмакова Н.А. Динамика полидисперсной парок капельной смеси с учетом дробления, коагуляции, испарения капель и конденсации пара // Теплофизика высоких температур. 2019. Т. 57, № 3. С. 437–445.
7. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.

8. **Кутушев А.Г.** Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Изд-во Недра, 2003. 283 с.
9. **Арефьев К.Ю., Воронецкий А.В.** Моделирование процесса дробления и испарения капель нереагирующей жидкости в высокоэнтальпийных газодинамических потоках // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22, № 5. С. 609–620.
10. **Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П., Худяков В.А.** Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания: справочник в 5-ти томах. Т. 1. Методы расчета. М.: Изд-во ВИНТИ, 1971. 267 с.
11. **Баянов И.М., Хамидуллин И.Р., Шагапов В.Ш.** Об эволюции облака аэрозоля при диффузионном перемешивании с газом // Теплофизика высоких температур. 2007. Т. 45, № 5, С. 756–762.
12. **Самойлович Г.С.** Газодинамика. М.: Машиностроение, 1990. 384 с.
13. **Флетчер К.** Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 2. М.: Мир, 1991. 551 с.
14. **Steger J.L.** Implicit finite-difference simulation of flow about arbitrary two-dimensional geometries // AIAA J. 1978. Vol. 16, No. 7. P.679–686.
15. **Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т.** Свойства газов и жидкостей. 3-е изд., перераб. и доп. Л.: Химия, 1982. 496 с.

*Статья поступила в редакцию 29 мая 2019 г.,
после переработки — 27 июня 2019 г.,
принята к публикации 6 ноября 2019 г.*