

ξ	u		v		p	
	I	II	I	II	I	II
0	-1,644	-1,644	13,100	13,100	105	105
0,1	-1,628	-1,628	13,025	13,020	103,956	103,937
0,2	-1,610	-1,613	12,944	12,940	102,921	102,979
0,3	-1,597	-1,597	12,861	12,860	101,896	101,958
0,4	-1,581	-1,581	12,780	12,780	100,882	100,937
0,5	-1,565	-1,566	12,699	12,700	99,880	99,978
0,6	-1,550	-1,551	12,621	12,620	98,888	99,021
0,7	-1,535	-1,535	12,543	12,540	97,904	98,000
0,8	-1,519	-1,520	12,466	12,470	96,928	97,042
0,9	-1,505	-1,505	12,390	12,390	95,966	96,085
1,0	-1,490	-1,490	12,314	12,320	95,009	95,127

стационарной задачи при кратковременных интенсивных воздействиях с учетом нелинейного пластического деформирования идеальной неупругой среды. В случае $\alpha_2 = 0$ результаты п. 2 совпадают с результатами [4], полученными на основе применения преобразования Меллина.

Поступила 1 XII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Михлин С. Г. Курс математической физики. М., «Наука», 1968.
2. Рахматулин Х. А., Мамадалиев Н. Распространение нелинейных волн в грунтовой полупространстве, вызванных бегущей по его границе нагрузкой.— В кн.: Труды симпозиума «Нелинейные и тепловые эффекты при переходных волновых процессах». Таллин — Горький, 1973.
3. Скобеев А. М., Флитман Л. М. Подвижная нагрузка на неупругой полуплоскости.— ПММ, 1970, т. 34, вып. 1, с. 189—192.
4. Капустянский С. М. Распространение и отражение двумерных пластических волн.— «Изв. АН СССР. МТТ», 1973, № 1, с. 60—68.
5. Симонов И. В. О сходящейся ударной волне в идеально неупругой среде и устойчивости кумуляции.— ПМТФ, 1975, № 5, с. 82—92.
6. Рахматулин Х. А., Демьянов Ю. А. Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках. М., Физматгиз, 1961.

УДК 534.222.22

О ПОСТРОЕНИИ УПРУГИХ СКАЧКОВ НА ПРОФИЛЕ УДАРНЫХ ВОЛН ДЛЯ ВЯЗКОУПРУГИХ СРЕД

Н. С. Козин

(Красноярск)

В работе [1] исследована структура ударных волн в упруговязкой среде, характеризуемой временем τ релаксации касательных напряжений и уравнением упругой энергии среды специального вида. В работе [2] сформулированы ограничения типа неравенств для упругой энергии, которые являются достаточ-

ными для того, чтобы задача о построении ударной волны при заданной массовой скорости и структуре вида [1] имела единственное решение. Указанная структура волны обладает той особенностью, что для скорости волн, больших скоростей звука, профиль волны содержит разрыв, который соответствует скачкообразному упругому изменению состояния вещества. Соотношения на разрыве получены в работе [1] из эвристических соображений, и для обоснования выбранного типа соотношений следует сформулировать малый диссипационный механизм, который бы приводил к «размыванию» скачка на величину порядка характерной величины диссипации. В данной работе в качестве механизма диссипации выбрано вязкое трение с малым коэффициентом вязкости μ и показано, что при выполнении ограничений на уравнения состояния, согласно [2], положительным μ соответствует единственное непрерывное решение задачи о структуре ударной волны. Показано также, что при величине μ , стремящейся к нулю, решение задачи о «размывании» стремится к решению задачи [1, 2]. Поскольку для сверхзвуковых типов волн стремление осуществляется неравномерно, в предельном решении появляется разрыв, удовлетворяющий соотношениям на скачке [1].

1. Условия на уравнение упругой энергии. Рассмотрим изотропную однородную среду, плотность внутренней энергии которой на единицу массы задается уравнением

$$(1.1) \quad E = E(\alpha, \beta, \gamma, S),$$

где E — симметрическая функция параметров α, β, γ , представляющих собой логарифмы относительных удлинений k_1, k_2, k_3 вдоль главных осей деформации; S — плотность энтропии на единицу массы. Следуя [2], будем предполагать, что (1.1) удовлетворяет неравенствам:

$$(1.2) \quad T = \frac{\partial E}{\partial S} > 0, \quad r = \left(\frac{\partial E}{\partial \alpha} - \frac{\partial E}{\partial \beta} \right) / (\alpha - \beta) > 0;$$

$$(1.3) \quad c^2 = \frac{\partial^2 E}{\partial \alpha^2} - \frac{\partial E}{\partial \alpha} > 0, \quad l = \frac{\partial^2 E}{\partial \alpha \partial S} < 0;$$

$$(1.4) \quad h = \frac{\partial^2 E}{\partial \alpha \partial \beta} - \frac{\partial^2 E}{\partial \alpha^2} - \frac{\partial^2 E}{\partial \alpha \partial S} \left(\frac{\partial E}{\partial \beta} - \frac{\partial E}{\partial \alpha} \right) / \frac{\partial E}{\partial S} < 0;$$

$$(1.5) \quad \varphi = \frac{\partial^3 E}{\partial \alpha^3} - 3 \frac{\partial^2 E}{\partial \alpha^2} + 2 \frac{\partial E}{\partial \alpha} < 0, \quad a^2 = c^2 + \frac{2}{3} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial \alpha \partial \beta} - \frac{\partial^2 E}{\partial \alpha^2} \right) > 0,$$

а также неравенствам, получающимся из (1.2)–(1.5) циклической заменой индексов.

2. Одномерные уравнения. Система дифференциальных уравнений, описывающих движение упруговязкой среды параллельно оси x в пространстве (x, y, z) , имеет вид

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho u^2 + p - \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right)}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \rho \left(E + \frac{u^2}{2} \right)}{\partial t} + \frac{\partial \left[\rho u \left(E + \frac{u^2}{2} \right) + p u - \mu u \frac{\partial u}{\partial x} \right]}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \beta}{\partial t} + u \frac{\partial \beta}{\partial x} &= - \frac{\beta - \frac{\alpha + \beta + \gamma}{3}}{\tau}, \end{aligned}$$

где x и t — пространственные координаты и время; u — скорость движения вдоль оси x ; $\rho = \rho^0 e^{-\alpha - \beta - \gamma}$ — плотность. В силу изотропности среды $\beta = \gamma$. Величина ρ^0 — плотность среды в нормальных условиях. Главные

напряжения $\sigma_x = -p$, σ_y и σ_z вдоль осей x , y , z связаны с деформациями формулами

$$\sigma_x = \rho \partial E / \partial \alpha, \quad \sigma_y = \rho \partial E / \partial \beta, \quad \sigma_z = \rho \partial E / \partial \gamma.$$

Уравнения (2.1) отличаются от системы уравнений из [1, 2] членами вязкого трения с малым коэффициентом вязкости $\mu > 0$, которые приводят к дополнительной диссипации энергии в системе.

Рассмотрим вопрос о структуре ударных волн, т. е. существование и единственность решений системы (2.1) вида

$$(2.2) \quad \alpha = \alpha(x - Ut), \quad \beta = \beta(x - Ut) = \gamma(x - Ut), \quad S = S(x - Ut)$$

таких, что решения стремятся к постоянным при $|x| \rightarrow \infty$. В системе координат, связанной с волной, движущейся относительно лабораторной со скоростью U , система уравнений (2.1) для решений вида (2.2) может быть преобразована к виду

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \rho u &= \rho_0 u_0 = w, \\ E - E_0 + (v - v_0) \left(p_0 - \frac{w^2}{2} (v - v_0) \right) &= H(p, v) = 0, \\ \mu \frac{dv}{d\xi} &= p - p_0 + w^2 (v - v_0) = G(p, v), \quad 3 \frac{v\tau}{\mu} \frac{d\beta}{d\xi} = \alpha - \beta, \end{aligned}$$

где во втором уравнении слагаемое, соответствующее диссипативному члену в (2.1), исключено с помощью третьего уравнения (2.3). Здесь постоянные u_0 , p_0 , v_0 , E_0 задают состояние вещества при $\xi \rightarrow -\infty$ («впереди волны»), а w — величина массовой скорости. Параметр $\xi = (x - Ut)/\mu w$, а $v = 1/\rho$. Точки равновесия системы (2.3), которые задаются уравнениями $G(p, v) = H(p, v) = 0$, $\alpha - \beta = 0$, соответствуют началу и концу ударной волны. Как показано в [2], условия (1.2)–(1.5) достаточны для того, чтобы система $G(p, v) = H(p, v) = 0$, $\alpha - \beta = 0$ имела два и только два решения: v_0 , p_0 — «начало волны» и v_1 , p_1 — «конец волны». Для решения задачи о структуре профиля волны достаточно указать единственное решение (2.3), проходящее через точки равновесия, отвечающие началу и концу волны.

3. Структура точек равновесия. Для исследования типа положений равновесия системы (2.3) запишем соответствующие уравнения в вариациях. Положив $\delta v = v - v_i$, $\delta \alpha = \alpha - \alpha_i$, $\delta S = S - S_i$, $\delta \beta = \beta - \beta_i$, получим

$$\begin{aligned} \delta H &= T \delta S - v G \delta \alpha - 2v(G + \rho(E_\alpha - E_\beta)) \delta \beta; \\ \delta G &= \rho^2 (w^2 v^2 - c^2) \delta v - 2\rho g \delta \beta - \rho E_{\alpha S} \delta S, \end{aligned}$$

где $g = E_{\alpha\beta} - E_{\alpha\alpha}$. Отсюда находим (поскольку в положениях равновесия $\delta S = 0$) уравнения в вариациях

$$(3.1) \quad \begin{cases} \frac{d(\delta v)}{d\xi} = \rho^2 (v^2 w^2 - c^2) \delta v - 2\rho g \delta \beta, \\ 3v\tau^* \frac{d(\delta \beta)}{d\xi} = v \delta v - 3\delta \beta, \quad \tau^* = \tau/\mu. \end{cases}$$

Значения коэффициентов (3.1) вычисляются в точках равновесия системы (2.3). Характеристический определитель системы (3.1) имеет вид

$$(3.2) \quad 3v\tau^* \lambda^2 + 3(1 - \tau^*(w^2 v^2 - c^2)) \lambda + 2g\rho - 3\rho^2 (v^2 w^2 - c^2) = 0.$$

Собственные значения уравнения (3.2) вещественны и различны, поскольку дискриминант

$$\Delta = 9(1 + \tau^*(v^2w^2 - c^2))^2 - 24\tau^*g > 0,$$

а $g = h|_{\alpha=\beta} < 0$ в силу (1.4). Произведение и сумма λ_1 и λ_2 задаются соотношениями

$$(3.3) \quad \lambda_1\lambda_2 = (\rho^2/\tau^*)(a^2 - v^2w^2); \quad \lambda_1 + \lambda_2 = \rho(v^2w^2 - c^2 - 1/\tau^*).$$

Собственным значениям λ_i и λ_2 отвечают собственные векторы

$$\delta S_i = 0, \quad [\rho^2(v^2w^2 - c^2) - \lambda_i]\delta v_i - 2\rho g\delta\beta_i = 0, \quad i = 1, 2,$$

которым соответствуют сепаратрисы положений равновесия. Малой величине вязкости μ соответствуют большие значения величины $\tau^* = \tau/\mu$ и малые значения величины $\mu^* = \mu/\tau$. Асимптотика собственных значений и соответствующих им векторов при малых μ^* имеет вид

$$(3.4) \quad \begin{cases} \lambda_1 \propto \Lambda_1 = \frac{w^2v^2 - c^2}{v} + A\mu^*, \\ \lambda_2 \propto \Lambda_2 = \frac{\rho(a^2 - v^2w^2)}{v^2w^2 - c^2} \mu^*, \end{cases}$$

$$(3.5) \quad \delta\beta_1 \propto \frac{A\mu^*}{2\rho g} \delta v_1, \quad \delta\beta_2 \propto \frac{\rho^2(v^2w^2 - c^2) - \Lambda_2\mu^*}{2\rho g} \delta v_2,$$

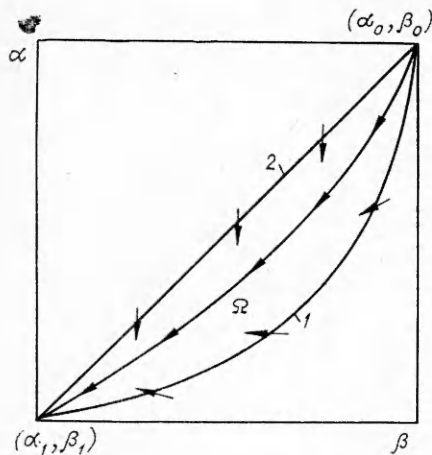
где

$$A = \rho \frac{a^2 + c^2 - 2v^2w^2}{c^2 - v^2w^2}.$$

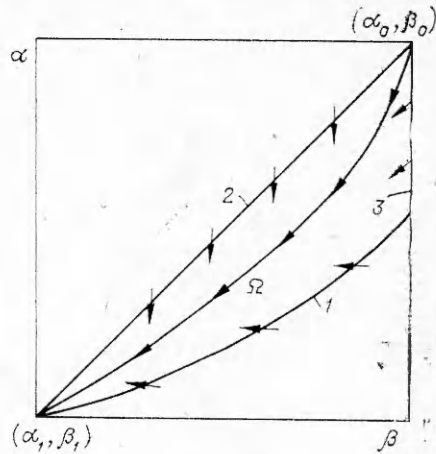
Полученная асимптотика позволяет исследовать структуру положений равновесия.

1. *Начальная точка.* Величина a^2 при $\alpha = \beta$ представляет собой скорость распространения малых объемных волн. Будут рассматриваться только такие скорости распространения ударных волн, при которых $w^2v_0^2 > a_0^2$, т. е. волны, идущие со скоростями, превышающими объемную скорость звука впереди волны. В этом случае из (3.3) следует, что $\lambda_1^{(n)}, \lambda_2^{(n)} < 0$, т. е. начальная точка — седло. (Здесь и ниже индекс 0 отвечает начальной точке волны, а индекс 1 — конечной точке волны.) Сепаратрисы седла задаются при малых μ (3.5). Направление изменения параметра ξ от $-\infty$ к $+\infty$ соответствует на фазовой плоскости системы (2.3) движению по кривой, задающей профиль ударной волны, от начала волны к ее концу. Поэтому ударной волне может соответствовать только сепаратриса начальной точки, по которой происходит «выход». Из (3.4) находим, что в дозвуковом случае ($w^2v_0^2 - c_0^2 < 0$) такой сепаратрисой является интегральная кривая с наклоном $\delta\beta = \frac{\rho_0^2(v_0^2w^2 - c_0^2) - \Lambda_2\mu^*}{2\rho_0g_0} \delta v$, а в сверхзвуковом случае ($w^2v_0^2 - c_0^2 > 0$) — интегральная кривая с наклоном $\delta\beta = \mu^* \frac{a_0^2 + c_0^2 - 2v_0^2w^2}{2g_0(c_0^2 - w^2v_0^2)} \delta v$. При этом скорость движения по кривым вблизи положения равновесия характеризуется множителем: в дозвуковом случае $e^{\Lambda_2\mu^*\xi}$, а в сверхзвуковом случае $e^{\Lambda_1\xi}$.

2. *Конечная точка.* Уравнения $G(p, v) = H(p, v) = 0$, $\alpha = \beta$, определяющие положения равновесия на фазовой плоскости системы (2.3), представляют собой обычные соотношения на ударной волне для уравне-



Фиг. 1



Фиг. 2.

ний газовой динамики, так как условие $\alpha = \beta$ означает, что напряжения $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ впереди и за волной равны между собой. В работе [2] показано, что условия (1.2)–(1.5) достаточны для того, чтобы в конечной точке волны выполнялось условие $w^2 v_1^2 - a_1^2 < 0$, т. е. за волной осуществлялся дозвуковой режим. Это означает, что в конечной точке $\lambda_1^{(1)} < 0$ и $\lambda_2^{(1)} < 0$, т. е. особая точка представляет собой узел, и поэтому по всем интегральным кривым происходит при $\xi \rightarrow +\infty$ «вход» в конечную точку. При этом сепаратрисой узла общего положения (которой касается бесконечное множество интегральных кривых) является кривая, соответствующая значению $\lambda_2^{(1)} \sim \frac{\rho_1 (a_1^2 - v_1^2 w^2)}{w^2 v_1^2 - c_1^2} \mu^*$ и имеющая коэффициент наклона $\delta\beta = \frac{\rho_1^2 (w^2 v_1^2 - c_1^2) - \Lambda_2 \mu^*}{2\rho_1 g_1} \delta v$.

4. Существование решения. Для того чтобы показать, что существует интегральная кривая, соединяющая точки равновесия системы (2.3), необходимо в фазовой плоскости системы (в качестве такой плоскости можно выбрать плоскость (α, β)) построить такую область Ω , на границе которой лежат обе точки равновесия, в которую интегральные кривые системы (2.3) могут только входить и, наконец, которая содержит одну из ветвей сепаратрисы начальной точки $\alpha_0 = \beta_0$, отвечающей выходу из седла.

Область Ω строится по-разному для дозвукового $v_0^2 w^2 - c_0^2 < 0$ и сверхзвукового случаев $w^2 v_0^2 - c_0^2 > 0$. Для построения рассмотрим кривую, задаваемую уравнением $H(p, v) = G(p, v) = 0$.

Следуя [1, 2], будем называть ее кривой возможных состояний. В [2] показано, что при выполнении условий (1.2)–(1.5) кривая возможных состояний представляется в плоскости (α, β) в виде $\alpha = \alpha(v), \beta = \beta(v)$ для $v_1 \leq v \leq v_0$ в дозвуковом и для $v_1 \leq v \leq v_2$ в сверхзвуковом случаях. Здесь $v_2 < v_0$ отвечает точке (α_2, β_0) пересечения кривой возможных состояний с прямой $\beta = \beta_0$ в плоскости (α, β) (фиг. 1, 2).

Область Ω при $w^2 v_0^2 - c_0^2 < 0$ ограничена кривой возможных состояний и прямой $\alpha = \beta$ (кривые 1, 2, фиг. 1), а при $w^2 v_0^2 - c_0^2 > 0$ — кривой возможных состояний и прямыми $\alpha = \beta$ и $\beta = \beta_0$ (кривые 1–3, фиг. 2). Как показано в [2], взаимное расположение ограничивающих область Ω кривых такое, как на фиг. 1, 2. Покажем теперь, что интегральные кри-

вые системы (2.3) могут только входить в Ω . Кривая возможных состояний на рассматриваемых участках представляется функцией параметра v , а значит, поскольку $v = v^0 e^{\alpha+2\beta}$, на этих участках она трансверсальна полю прямых $\alpha + 2\beta = \text{const}$. Кроме того, в той части, где кривая возможных состояний является границей Ω , она расположена в полуплоскости $\beta > \alpha$, и поэтому из (2.3) следует, что на кривой 1 фиг. 1, $2 \frac{d\beta}{d\xi} > 0$. Значит, при возрастании ξ интегральные кривые могут пересекать кривые 1 фиг. 1, 2, только входя в Ω . На кривых 2 (см. фиг. 1, 2) $\beta = \alpha$ и $G(p, v) < 0$, если $H(p, v) = 0$. Отсюда и из (2.3) следует, что на кривых 2 $\frac{d\beta}{d\xi} = 0$ и $\frac{dv}{d\xi} = \frac{d\alpha}{d\xi} < 0$, т. е. интегральные кривые могут по границе $\alpha = \beta$ области Ω только входить в Ω . Для сверхзвуковых скоростей воли граница Ω включает прямую $\beta = \beta_0$ (кривая 3, фиг. 2). Поскольку Ω лежит в плоскости $\beta > \alpha$, вдоль $\beta = \beta_0$ $\frac{d\beta}{d\xi} < 0$, а это значит, что и через эту границу решения (2.3) входят в Ω .

Для того чтобы интегральная кривая, проходящая через особую точку (β_0, v_0) , входила в область Ω , необходимо, чтобы она имела в (β_0, v_0) угловой коэффициент $\frac{\delta\beta}{\delta v}$, удовлетворяющий неравенствам

$$\begin{cases} \rho_0/3 \leq \left(\frac{\delta\beta}{\delta v}\right)_0 \leq 0 & \text{при } w^2 v_0^2 - c_0^2 > 0, \\ \rho_0/3 \leq \left(\frac{\delta\beta}{\delta v}\right)_0 \leq \rho_0 \frac{v_0^2 u_0^2 - c_0^2}{2h_0} & \text{при } w^2 v_0^2 - c_0^2 < 0. \end{cases}$$

Как это следует из разложения (3.4), (3.5), подобным неравенствам удовлетворяет при $w^2 v_0^2 - c_0^2 > 0$ сепаратриса седла, отвечающая собственному значению $\lambda_1^{(0)}$, а при $w^2 v_0^2 - c_0^2 < 0$ сепаратриса, отвечающая собственному значению $\lambda_2^{(0)}$. В самом деле, при малых μ^*

$$\begin{aligned} \rho_0/3 < \left(\frac{\delta\beta}{\delta v}\right)_1^{(0)} &= \frac{a_0^2 + c_0^2 - 2v_0^2 w^2}{c_0^2 - v_0^2 w^2} \mu^* < 0, & \text{если } v_0^2 w^2 - c_0^2 > 0, \text{ и} \\ \rho_0/3 < \left(\frac{\delta\beta}{\delta v}\right)_2^{(0)} &= \frac{\rho_0 (v_0^2 w^2 - c_0^2) - \frac{\rho_0 (a_0^2 - w^2 v_0^2)}{v_0^2 w^2 - c_0^2} \mu^*}{2h_0} \leq \rho_0 \frac{v_0^2 w^2 - c_0^2}{2h_0}, \\ & \text{если } a_0^2 < v_0^2 w^2 < c_0^2. \end{aligned}$$

Таким образом, искомым решением является сепаратриса седла (β_0, v_0) , которая, начинаясь в начальной точке, входит в область Ω (см. фиг. 1, 2) и в силу приведенных выше рассуждений не может выйти из Ω . Поскольку Ω не содержит особых точек, сепаратриса седла обязательно закончится в (β_1, v_1) .

5. Асимптотика решения при $\mu \rightarrow 0$. В работе [2] показано, что в условиях (1.1)–(1.5) существует единственное (быть может разрывное) решение краевой задачи

$$(5.1) \quad \begin{cases} H = E - E_0 + (v - v_0) \left(p_0 - \frac{w^2}{2} (v - w_0) \right) = 0, \\ G = p - p_0 + w^2 (v - v_0) = 0, \quad 3\tau v \frac{d\beta}{dx} = \alpha - \beta, \end{cases}$$

проходящее через точки (v_0, p_0) и (v_1, p_1) при $x \rightarrow \pm\infty$. Система (5.1) получается из (2.3) предельным переходом при $\mu \rightarrow 0$, при этом (2.3) является сингулярно возмущенной системой для (5.1). Покажем, что решение

(5.1) — предел в соответствующем смысле для решения (2.3), построенного в предыдущих пунктах. Именно при $\mu \rightarrow 0$ для любого $\varepsilon > 0$ имеет место оценка

$$\max_{\beta_1 \leq \beta \leq \beta_0 - \varepsilon} |v(\beta, \mu) - v(\beta, 0)| \leq e^{-(A^2/\mu)\varepsilon} |v(\beta_0, \mu) - v(\beta_0, 0)|.$$

Для этого рассмотрим разность $\Delta v(\beta, \mu) = v(\beta, \mu) - v(\beta, 0)$ решений краевых задач (2.3), (5.1), которая удовлетворяет линейному дифференциальному уравнению

$$i \frac{d\Delta v}{d\beta} = \left(\frac{\partial F(v, \beta)}{\partial v} \right)_{v=v(\beta, 0)} \Delta v,$$

где $F(v, \beta)$ задается в виде неявной функции

$$F(v, \beta) = \frac{p - p_0 + w^2(v - v_0)}{\alpha - \beta} 3v\tau, \quad H = 0,$$

а ее производная, вычисленная на решении невозмущенной задачи $v = v(\beta, 0)$, имеет вид

$$\left(\frac{\partial F}{\partial v} \right)_{v=v(\beta, 0)} = \left[\frac{vT(w^2 - \rho^2 c^2) - 2E_{\alpha S} w^2 (v_0 - v)}{Tv - E_{\alpha S} (v_0 - v)} \frac{3v\tau}{\alpha - \beta} \right]_{v=v(\beta, 0)}.$$

Как показано в [2], на интервале $\beta_1 \leq \beta \leq \beta_0$ для решения $v = v(\beta, 0)$ имеют место неравенства

$$w^2 - \rho^2 c^2 > 0, \quad v_0 - v > 0, \quad \alpha - \beta > 0,$$

и поскольку $E_{\alpha S} < 0$ (ср. (1.3)), $\left(\frac{\partial F}{\partial v} \right)_{v=v(\beta, 0)} > 0$ на (β_1, β_0) . Обозначив через $A^2 = \min_{\beta_1 \leq \beta \leq \beta_0} \left(\frac{\partial F}{\partial v} \right)_{v=v(\beta, 0)}$, получим $d\Delta v/d\beta \geq (A^2/\mu)\Delta v$. Интегрируя неравенство в пределах (β, β_0) с учетом того, что $d\beta < 0$, имеем

$$|\Delta v| \leq |\Delta v|_{\beta=\beta_0} e^{(A^2/\mu)(\beta-\beta_0)}$$

или $\max_{\beta_1 \leq \beta \leq \beta_0 - \varepsilon} |\Delta v| \leq |\Delta v|_{\beta=\beta_0} e^{-A^2\varepsilon/\mu}$ для любого $\varepsilon > 0$.

Полученные оценки означают, что введенный в рассмотрение процесс диссипации энергии за счет малого (порядка μ) внутреннего трения приводит к размыванию упругих (т. е. характеризуемых условием $\beta = \text{const}$) скачков на профилях ударных волн на величину порядка μ , что обосновывает принятые в [1] соотношения на этих скачках.

Поступила 1 XI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С. К., Козин Н. С. Структура ударных волн в упруговязкой среде с нелинейной зависимостью максвелловской вязкости от параметров вещества. — ПМТФ, 1974, № 5.
2. Козин Н. С. Об условиях на уравнение состояния для вязкоупругой среды. — ПМТФ, 1976, № 5.