ПМТФ, № 2, 1962

К ЗАДАЧЕ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ВРЕМЕНИ ЗАПАЗДЫВАНИЯ ПРИ ВОССТАНОВЛЕНИИ ДАВЛЕНИЯ В ТРЕЩИНОВАТОМ ПЛАСТЕ

Бан Акош

(*Москва*)

В работе [1] был приведен метод определения времени запаздывания процесса восстановления давления в пласте, сложенном из трещиноватой пористой среды, причем считалось известным давление на забое скважины и приток после закрытия.

Ниже предлагается способ определения этой характеристики по результатам замеров забойного и устьевых давлений в закрытой скважине, основывающийся на применении преобразования Лапласа.

1. Как известно [2], неустановившееся течение малосжимаемой жидкости в трещиноватой породе описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \eta \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial p}{\partial r} = \varkappa \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial p}{\partial r} \qquad \left(\eta = \frac{k}{\alpha}, \; \varkappa = \frac{k}{\mu(\beta_0 + m\beta)}\right) \tag{1.1}$$

при соответствующих начальных и граничных условиях.

Здесь p — давление жидкости в трещинах, t — время, r — текущая координата точки, $\varkappa$ — коэффициент пьезопроводности, k — проницаемость трещин, μ — вязкость жидкости, β_0 — коэффициент, характеризующий сжимаемость среды, β — коэффициент сжимаемости жидкости, α — безразмерный коэффициент, характеризующий интенсивность обмена жидкостью между блоками и трещинами.

Скорость фильтрации жидкости в трещиноватой породе [2]

$$v = -\frac{k}{\mu}\left(r \frac{\partial p}{\partial r}\right) + \eta\beta^\circ \frac{\partial}{\partial t}\left(r \frac{\partial p}{\partial r}\right) \qquad (\beta^\circ = \beta_0 + m\beta) \tag{1.2}$$

Предположим, что совершенная скважина, вскрывающая бесконечный горизонтальный пласт трещиноватой породы, работала так долго, что распределение давления в нем практически можно считать установившимся и справедливо соотношение

$$p(r, 0) = p_0(0) + \frac{Q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{r}{r_0} \tag{1.3}$$

Здесь Q — объемный дебит скважины, r_0 — радиус скважины, $p_0(0)$ — установившееся забойное давление, h — мощность пласта.

Пусть в момент времени $t = 0$ скважина внезапно закрывается на поверхности. Если ствол скважины не был полностью занят жидкостью (из-за наличия свободного газа), то приток из пласта не прекращается мгновенно — уровень жидкости в скважине постепенно растет, что вызывает увеличение устьевых давлений. Известно [3], что величина этого притока q определяется из следующего соотношения:

$$\frac{f_1 + f_2}{\gamma} \frac{dp_0}{dt} - \frac{f_1}{\gamma} \frac{dp_1}{dt} - \frac{f_2}{\gamma} \frac{dp_2}{dt} = q \tag{1.4}$$

Здесь f_1, f_2 — поперечное сечение подъемных труб и кольцевого пространства; p_1 и p_2 — устьевое давление соответственно на буфере и в кольцевом пространстве; p_0 — забойное давление; γ — объемный вес жидкости.

Учитывая (1.2), соотношение (1.4) представим в виде

$$\frac{f_1+f_2}{\gamma}\frac{dp_0}{dt}-\frac{f_1}{\gamma}\frac{dp_1}{dt}-\frac{f_2}{\gamma}\frac{dp_2}{dt}=2\pi h\left\{\frac{k}{\mu}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)+\eta\beta_0\frac{\partial}{\partial t}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)\right\}_{r=r_0} \tag{1.5}$$

Введем новую функцию $u(r, t)$, связанную с функцией давления $p(r, t)$ соотношением

$$p(r, t)=p_0(0)+\frac{Q\mu}{2\pi kh}u(r, t)+\frac{Q\mu}{2\pi kh}\ln r \tag{1.6}$$

Тогда зависимости (1.3), (1.5) и уравнение (1.1) представятся в виде

$$u(r, 0)=0 \tag{1.7}$$

$$\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r=r_0}+1=\exp\left(-\frac{\varkappa}{\eta}t\right)+\frac{\varkappa}{Q\eta}\int_0^t F(\theta)\exp\left[-(t-\theta)\frac{\varkappa}{\eta}\right]d\theta \tag{1.8}$$

$$\frac{\partial u}{\partial r}-\eta\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial u}{\partial r}=\varkappa\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial u}{\partial r} \tag{1.9}$$

Здесь

$$F(\theta)=\frac{f_1+f_2}{\gamma}\frac{dp_0}{dt}-\frac{f_1}{\gamma}\frac{dp_1}{dt}-\frac{f_2}{\gamma}\frac{dp_2}{dt}$$

Для нахождения параметров пласта и характерного времени запаздывания достаточно выписать решение уравнения (1.9) в изображениях по Лапласу при начальном и граничных условиях (1.7) и (1.8).

2. Рассмотрим сначала решение более простой, вспомогательной задачи. Пусть в бесконечном пласте, сложенном из трещиноватой горной породы в момент $t=0$, пущена скважина с постоянным забойным давлением $p_0=P$. Требуется определить изображение по Лапласу от давления $p(r, t)$, если в начальный момент давление во всех точках одинаково и равно P_0. Другими словами, будем строить изображение решения уравнения (1.1) при соблюдении начального и граничных условий

$$p(r, 0)=P_0, \quad p(r_0-0, t)=P_1, \quad p(r_0+0, t)=P_1+(P_0-P_1)\exp\left(-\frac{\varkappa}{\eta}t\right) \tag{2.1}$$

Положим

$$p(r, t)=P_0-(P_0-P_1)v(r, t) \tag{2.2}$$

где функция $v(r, t)$ удовлетворяет следующим соотношениям:

$$\frac{\partial v}{\partial t}-\eta\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial v}{\partial r}=\varkappa\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial v}{\partial r} \tag{2.3}$$

$$v(r_0-0, t)=1, \qquad v(\infty, t)=0, \qquad v(r, 0)=0 \tag{2.4}$$

Применим преобразование Лапласа

$$L[v(r, t)]\equiv V(r, s)=\int_0^\infty v(r, t)\exp(-st)\,dt \tag{2.5}$$

где s — параметр преобразования. Это приводит к уравнению

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}r\frac{dV}{dr}-\frac{s}{\varkappa+s\eta}V=0 \tag{2.6}$$

с условиями

$$V(r_0-0, s)=\frac{1}{s}, \qquad V(\infty, s)=0 \tag{2.7}$$

Отсюда найдем

$$V(r, s)=\frac{1}{s}\frac{K_0(\zeta r)}{K_0(\zeta r_0)}, \qquad \zeta=\sqrt{\frac{s}{\varkappa+s\eta}} \tag{2.8}$$

Здесь $K_0(z)$ — функция Макдональда [4].

3. Для решения интересующей нас задачи воспользуемся теоремой Дюамеля.

Пусть $v_0(r, t)$ — решение уравнения (1.9) при граничном условии $v_0(r_0, t) = 1$ и начальном условии $v_0(r, 0) = 0$. Тогда решение задачи при условиях $u(r_0, t) = v(t)$ и $u(r, 0) = 0$ дается выражением

$$u(r, t) = \int_0^t v(\lambda) \frac{\partial}{\partial \lambda} v_0(r, t-\lambda)\, d\lambda \tag{3.1}$$

Известная из замеров функция давления на стенке $p_0(t)$ связана с функцией $v(t)$ соотношением

$$v(t) = \frac{2\pi kh}{Q\mu} p_0(t) \tag{3.2}$$

Выражая функцию $u(r, t)$ через интеграл Дюамеля (3.1) и воспользовавшись формулой (3.2), приведем соотношение (1.8) к виду

$$\exp\left(-\frac{\varkappa}{\eta} t\right) + \frac{\varkappa}{Q\eta} \int_0^t F(\theta) \exp\left[-(t-\theta)\frac{\varkappa}{\eta}\right] d\theta =$$

$$= 1 + \frac{2\pi kh}{Q\mu} \int_0^t p_0(\lambda) \frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ r \frac{\partial v_0}{\partial r}(r, t-\lambda) \right\}_{r=r_0} d\lambda \tag{3.3}$$

Теперь применим к выражению (3.3) интегральное преобразование Лапласа (2.5)

$$\frac{2\pi kh}{Q\mu} P_0(t_0) \frac{K_1(\zeta r_0)}{K_0(\zeta r_0)} \zeta r_0 = \left\{ \frac{f_1 + f_2}{\gamma} P_0(t_0) - \right.$$

$$\left. - \frac{f_1}{\gamma} P_1(t_0) - \frac{f_2}{\gamma} P_2(t_0) \right\} \frac{1}{t_0 + \eta/\varkappa} - \frac{t_0^2}{t_0 + \eta/\varkappa} \qquad \left(s = \frac{1}{t_0}\right) \tag{3.4}$$

$$P_0(t_0) = \int_0^\infty p_0(t) e^{-t/t_0} dt, \qquad P_1(t_0) = \int_0^\infty p_1(t) e^{-t/t_0} dt, \qquad P_2(t_0) = \int_0^\infty p_2(t) e^{-t/t_0} dt$$

В практически интересных случаях аргумент функции $K_1(z)$ и $K_0(z)$ намного меньше единицы, и поэтому можно пользоваться асимптотическими представлениями бесселевых функций для малых значений аргументов [4]

$$K_0(z) \approx -\ln \frac{\gamma}{2} z, \qquad K_1(z) \approx \frac{1}{z}, \qquad \gamma = 1.781\ldots \tag{3.5}$$

Подставляя (3.5) в соотношение (3.4) и производя некоторые преобразования, получаем основное соотношение в виде

$$\Psi\left(t_0, \frac{\eta}{\varkappa}\right) - \frac{\psi(t_0)}{t_0 + \frac{\eta}{\varkappa}} = \frac{P_0(t_0)}{\frac{1}{Q}\left(\frac{f_1 + f_2}{\gamma} P_0(t_0) - \frac{f_1}{\gamma} P_1(t_0) - \frac{f_2}{\gamma} P_2(t_0) - t_0^2\right)} =$$

$$= \frac{Q\mu}{2\pi kh} \left[\ln \frac{\gamma}{2} \sqrt{\frac{r_0^2}{\varkappa}} - \frac{1}{2} \ln\left(t_0 + \frac{\eta}{\varkappa}\right) \right] \tag{3.6}$$

В формулу [3.6] входят две неизвестные величины: гидропроводность $k/h\mu$ и характерное время запаздывания $\tau = \eta/\varkappa$. Для определения их можем воспользоваться способом, изложенным в работе [1].

В нефтепромысловой практике принято определить коллекторские свойства пород по образцам, отобранным из скважины и по данным исследований пласта.

В том случае, когда коллекторами служат трещиноватые породы, вынос керна, характеризующего свойства всего пласта, затруднителен в связи с распадом его по трещинам на небольшие малопроницаемые куски (блоки). По этим блокам можно определить только пористость и объемное сжатие трещиноватой породы, тогда как проницаемость таких пластов определяется путем замера забойного и пластового давления и соответствующего им дебита.

Если наблюдать за восстановлением давления во внезапно остановленной скважине, то можно отметить его характерное запаздывание по сравнению с процессом восстановления в однородной пористой среде, имеющей те же параметры, но не разбитой трещинами. Такое запаздывание вызвано немгновенным обменом жидкостью между малопроницаемыми блоками и трещинами. Как было показано в работе [2], характерное время запаздывания восстановления давления зависит от проницаемости трещин, пьезопроводности породы и коэффициента, характеризующего интенсивность обмена жидкостью между блоками и трещинами.

Характерное время запаздывания может быть определено по данным замеров восстановления давления во внезапно остановленной скважине и по замерам установившегося забойного давления и соответствующего ему дебита.

Для этого необходимо решить обратную задачу теории упругого режима фильтрации в трещиноватой породе. Решение задачи может быть облегчено, если воспользоваться преобразованием Лапласа к известным из замеров функциям изменения забойного и устьевых давлений во времени.

Поступила 9 X 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Бан А. Определение времени западывания восстановления давления в трещиноватой породе. Изв. АН СССР, ОТН, Механ. и машиностр., 1961, № 4.
2. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. ПММ, 1960, т. XXIV, вып. 5.
3. Чарный И. А. Подземная гидромеханика. Гостехиздат, 1948.
4. Грэй Э., Мэтьюз Г. В. Функции Бесселя и их приложение к физике и механике. ИИЛ, 1953.