

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРЕНИЯ ГАЗА В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

Н. А. Какуткина

Институт химической кинетики и горения СО РАН, 630090 Новосибирск, kktk@kinetics.nsc.ru

В рамках тепловой модели рассмотрены некоторые аспекты устойчивости очагового и наклонного фронтов горения газа в пористой среде. Получено общее выражение для скорости искривленного фронта волны фильтрационного горения газа с учетом кривизны и локального наклона фронта. Показано, что кривизна всегда способствует стабилизации фронта. Наклон фронта, в принципе, может оказывать дестабилизирующее действие. Однако из-за того, что этот эффект слабее влияния кривизны, он не вызывает развития неустойчивости. Проанализирована роль конвективного тепло- и массообмена очага горения с окружающим газовым потоком и селективной диффузии в развитии очаговой неустойчивости. Найдены критерии развития очаговой неустойчивости и определены диапазоны параметров системы, при которых возможна неустойчивость. Рассмотрено влияние изменения длины фронта в процессе распространения волны на развитие неустойчивости наклонного фронта. Учет этого фактора дает критерий развития неустойчивости, совпадающий с экспериментальным.

Ключевые слова: фильтрационное горение, пористая среда, устойчивость, горение газа.

ВВЕДЕНИЕ

Фильтрационное горение газов в режиме низких скоростей обладает рядом свойств, привлекающих внимание практиков. Наиболее интересным из них является возможность получения высоких сверхадиабатических температур при распространении волны фильтрационного горения в направлении потока газовой смеси. Однако экспериментальные исследования волн фильтрационного горения газа (ФГГ) показали, что именно при спутном движении часто развивается неустойчивость, приводящая в конечном итоге к затуханию волны [1, 2]. Наблюдается два вида неустойчивости волн ФГГ — наклонная и очаговая. Наклонная неустойчивость проявляется как прогрессирующий по мере распространения волны наклон плоского фронта волны горения относительно нормали к направлению ее распространения [1, 2]. При очаговой неустойчивости изначально сплошной фронт разбивается на отдельные фрагменты (очаги), распространяющиеся независимо от основного фронта [3, 4].

Неустойчивость является негативным фактором, приводящим к нестабильности работы устройств, основанных на принципе фильтрационного горения газа. В связи с этим было предпринято несколько попыток анализа природы неустойчивости [1, 4–6]. Особенностью проблемы неустойчивости при

фильтрационном горении газа является то, что в пористых средах (как правило, засыпных) всегда присутствуют локальные неоднородности, которые могут существенно влиять как на газодинамическую, так и на тепловую структуру волны. Так, в [4] наблюдалось, что при повторных экспериментах очаги, как правило, образуются на одних и тех же местах, вероятно соответствующих локальным неоднородностям пористой среды. Дальнейшая динамика образовавшихся очагов (развитие неустойчивости или диссипация очагов) зависит от параметров системы. В частности, в [4] на основе анализа тепло- и массообмена очага с окружающим потоком газа был получен критерий развития очаговой неустойчивости $Le^{2/3} > (T_m - T_0)/(T_b - T_0)$, где Le — число Льюиса топливного компонента газовой смеси, T_b и T_m — адиабатическая температура горения газа и температура горения в очаге, T_0 — начальная температура. Полученный критерий согласуется с экспериментальными наблюдениями. Отметим, однако, что при выводе этого критерия не учитывался массообмен окислителя, поэтому он справедлив только для достаточно бедных смесей, когда топливо, поступающее в очаг за счет массообмена, всегда остается недостающим компонентом газовой смеси.

Анализ устойчивости наклонного фронта

волн ФГГ в рамках гидродинамической модели [1] приводит к критерию неустойчивости в виде $du/dV > 0$, где u — скорость волны, а V — скорость фильтрации газа. Согласно этому критерию область неустойчивости включает в себя область встречных ($u < 0$) волн ФГГ с положительной производной du/dV . Этот вывод противоречит многократно подтвержденным экспериментальным наблюдениям, согласно которым неустойчивость развивается только при $u > 0$. Учет закона фильтрации и ряда более тонких эффектов [2] также не позволил получить экспериментально наблюдаемого критерия неустойчивости. Рассмотрение тепловой устойчивости искривленного фронта волн ФГГ указывает на стабилизирующую роль кривизны фронта [6]. Последний вывод получен в рамках линейного анализа, т. е. в предположении малости амплитуды возмущения по сравнению с длиной волны. В этом случае дестабилизирующий фактор конвективного потока тепла оказывается эффектом второго порядка малости и выпадает из анализа. Принципиальная неоднородность пористой среды и достаточно большой масштаб локальных неоднородностей засыпки способствует возникновению возмущений фронта с амплитудой порядка длины волны, когда влияние конвекции может стать соизмеримым со стабилизирующим действием кондукции. Кроме того, при распространении как искривленных фронтов ФГГ, так и плоских наклонных волн в ограниченной среде существенным может оказаться эффект изменения длины фронта, который не был учтен ни в одном анализе неустойчивости.

Целью данной работы является оценка скорости волны ФГГ с учетом кривизны, наклона фронта и изменения длины фронта в процессе распространения волны и анализ роли этих эффектов в развитии неустойчивости. Кроме того, уточняется критерий развития очаговой неустойчивости, учитывающий селективную диффузию как топливного, так и окислительного компонента газовой смеси.

Изучаемые эффекты попытаемся учесть как малые возмущения стационарного решения для плоской адиабатической волны ФГГ.

ВЛИЯНИЕ КРИВИЗНЫ И НАКЛОНА ФРОНТА

Анализ будем проводить в рамках тепловой модели, пренебрегая изменением поля скоростей газа перед фронтом. Для упрощения ограничимся однотемпературным прибли-

жением, т. е. случаем быстрого теплообмена между газом и пористой средой, которое, как известно, качественно хорошо моделирует волны ФГГ в режиме низких скоростей. Кроме того, как это принято при рассмотрении медленных волн ФГГ, диффузией и теплопроводностью газа пренебрегаем. Тогда невозмущенная плоская волна горения описывается следующей системой уравнений [7]:

$$\frac{d^2T}{dr^2} - \mu \frac{dT}{dr} + \frac{Qm}{(1-m)\lambda_s} \rho_g W = 0, \quad (1)$$

$$G \frac{d\eta}{dr} + \rho_g W = 0,$$

где $\mu = a - \frac{u}{\alpha_s}$, $a = \frac{c_g G}{\lambda_s} \frac{m}{1-m}$. Здесь r — координата, нормальная к фронту волны, T — температура, η — относительная концентрация недостающего компонента газовой смеси, m — пористость, Q — тепловой эффект реакции, ρ — плотность, λ — теплопроводность, c — удельная теплоемкость, индексы g и s соответствуют газу и пористой среде, u — нормальная скорость распространения фронта плоской волны, $G = \rho_g V$, $\alpha_s = \lambda_s / c_s \rho_s$ — температуропроводность пористой среды, $W = k_0 \eta \exp(-E/RT)$ — скорость химической реакции, где k_0 — предэкспонент, E — энергия активации, R — универсальная газовая постоянная. Началу зоны химических реакций соответствует координата $r = 0$. Граничные условия запишем в виде:

$$\begin{aligned} r = -\infty: & \quad T = T_0, \quad \frac{dT}{dr} = 0, \quad \eta = 1; \\ r = \infty: & \quad \frac{dT}{dr} = 0, \quad \eta = 0. \end{aligned}$$

Определим скорость невозмущенной волны. Исключая в (1) W и интегрируя полученное выражение от $-\infty$ до $+\infty$, получим соотношение для равновесной температуры в плоской волне горения:

$$\frac{T_b - T_0}{T_m - T_0} = \frac{\mu}{a} = 1 - \frac{u}{\alpha_s a}, \quad (2)$$

где T_b — адиабатическая температура горения газовой смеси. Интегрируя (1) вне зоны химических реакций с учетом граничных условий, имеем $T = T_0 + (T_m - T_0) \exp(\mu r)$, $\eta = 1$ при $r < 0$ и $T = T_m$, $\eta = 0$ при $r > 0$. Для того чтобы вывести соотношение для скорости

волны, проинтегрируем второе уравнение системы (1) в зоне химических реакций. Для этого воспользуемся методом встречной экстраполяции, предложенным в [7]. Суть метода состоит в том, что температурные и концентрационные профили из зоны подогрева и зоны продуктов сгорания линейно экстраполируются в зону химических реакций и берется среднее значение. В данном случае в зоне реакции $\bar{\eta} = 1/2$, $\bar{T} = T_m + \frac{T_m - T_0}{2} \mu r$. Применяя разложение Франк-Каменецкого в окрестности T_m и проводя интегрирование, получим

$$\mu = \frac{RT_m^2 \rho_{g,m} k_0}{E(T_m - T_0) G} \exp\left(-\frac{E}{RT_m}\right). \quad (3)$$

Используя (2) и учитывая, что $\ln \frac{T_b}{T_m}$ примерно в 20 раз меньше, чем $\ln \frac{GaE(T_b - T_0)}{k_0 \rho_{g,e} RT_b^2}$, исключим T_m из правой части (3):

$$-\frac{E}{RT_m} = \ln \frac{GaZe}{k_0 \rho_{g,b}}. \quad (4)$$

Здесь $Ze = \frac{E(T_b - T_0)}{RT_b^2}$ — число Зельдовича, $\rho_{g,b}$ — плотность газа при температуре T_b . Выражая T_m из (2) и подставляя в (4), запишем

$$\begin{aligned} \alpha_s a - u &= -\alpha_s a \frac{R(T_b - T_0)}{E} \times \\ &\times \ln \frac{GaZe}{k_0 \rho_{g,b}} \left/ \left(1 + \frac{RT_0}{E} \ln \frac{GaZe}{k_0 \rho_{g,b}}\right)\right. \end{aligned}$$

Учитывая, что $\frac{RT_0}{E} \ln \frac{GaZe}{k_0 \rho_{g,b}} \ll 1$, получим приближенное выражение для локальной скорости распространения фронта волны горения через характеристики газового потока и пористой среды:

$$\begin{aligned} u &= \alpha_s \left[a + \frac{aR(T_b - T_0)}{E} \ln \frac{GaZe}{k_0 \rho_{g,b}} - \right. \\ &\left. - \frac{aR^2(T_b - T_0)T_0}{E^2} \ln^2 \frac{GaZe}{k_0 \rho_{g,b}} \right]. \quad (5) \end{aligned}$$

Приближенное выражение скорости волны в форме (5) удобно для анализа, так как в нем

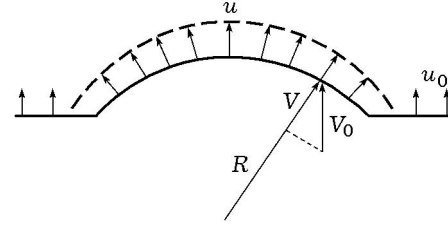


Рис. 1. Схема возмущения плоского фронта

члены, соответствующие различным физическим процессам, представлены аддитивно. Согласно (5) скорость плоской волны ФГГ определяется в основном суммой двух членов в квадратных скобках, зависящих от скорости фильтрации (третий член, составляющий $\approx 20\%$ от второго, является поправочным, обусловленным ненулевой начальной температурой, и может быть опущен при качественном анализе). При $T_b = T_0$ (отсутствует тепловыделение) $u = \alpha_s a = \frac{m}{1-m} \frac{c_g \rho_g V}{c_s \rho_s} = u_{th}$. Таким образом, первый член всегда положителен и представляет собой скорость волны охлаждения тепловой «пробки» набегающим газовым потоком при отсутствии химической реакции. Второй член отрицателен и обусловлен тепловыделением в волне горения и кондуктивным переносом выделившегося тепла против потока газа.

Перейдем к рассмотрению искривленного фронта волны ФГГ. Эффекты кривизны и наклона фронта должны приводить к изменению баланса тепла в волне и, как следствие, к изменению температуры горения T_m . Рассмотрим возмущение плоского фронта волны ФГГ в виде сферического сегмента радиусом R_0 (рис. 1). Выразим баланс тепла в такой искривленной волне горения. При построении модели будем учитывать следующие эффекты.

1. Влияние кривизны на перенос тепла теплопроводностью. Так как кондуктивный поток тепла направлен по нормали к поверхности фронта, искривление фронта приводит к концентрации тепла, если возмущение выпукло в сторону продуктов, или, наоборот, к рассеиванию, если возмущение выпукло в сторону свежей смеси.

2. При нормальном распространении искривленного фронта меняется длина волнового фронта: увеличивается при увеличении радиуса кривизны и уменьшается при его уменьшении. Соответственно в первом случае воз-

никает дефицит тепла на единицу поверхности фронта, а во втором — избыток по сравнению с плоским фронтом. Это явление аналогично эффекту растяжения пламени, обусловленному кривизной и рассмотренному в [8].

3. Так как существует выделенное направление скорости фильтрации, то при искривлении фронта разные его участки оказываются по-разному наклонены относительно нормали к скорости фильтрации. В результате наклона нормальная к фронту составляющая скорости фильтрации оказывается меньше, чем в ненаклоненной волне. Это, с одной стороны, замедляет охлаждение зоны подогрева волны набегающим холодным газовым потоком и, с другой стороны, уменьшает скорость «накачки» химической энергии в волну. Первый из этих эффектов должен приводить к уменьшению локальной скорости волны, а второй, наоборот, к увеличению (скорость волны u считается положительной, если направление ее распространения совпадает с направлением нормальной составляющей скорости фильтрации).

4. При наклоне фронта, помимо нормальной, возникает еще и тангенциальная составляющая скорости потока газа. Если вдоль фронта существует градиент тангенциальной скорости (за счет кривизны) или температуры, то возникает дополнительный конвективный перенос тепла и массы вдоль фронта.

Будем считать, что на каждом локальном участке фронта волна распространяется по нормали к поверхности фронта и градиент температуры вдоль фронта мал по сравнению с градиентом по нормали. Тогда с учетом всех перечисленных эффектов баланс тепла в искривленной квазистационарной волне ФГГ, записанный в системе координат, движущейся вместе с зоной химических реакций, описывается уравнением

$$\frac{d^2T}{dr^2} - (\mu \mp 2K) \frac{dT}{dr} \mp \frac{2Ku}{\alpha_s} (T - T_0) + \frac{Qm}{(1-m)\lambda_s} \rho_g W = 0. \quad (6)$$

Здесь r — координата, локально нормальная к фронту волны, K — кривизна фронта, u — мгновенная локальная скорость распространения фронта по нормали к плоскости фронта, $G = \rho_g V$ — локальный расход газа, где V — проекция скорости фильтрации V_0 на нормаль к фронту. Направление оси r совпадает с направлением V . Остальные обозначения

соответствуют случаю невозмущенной волны. Два знака в выражении для μ соответствуют возмущению, выпуклому в продукты (верхний знак) и в сторону свежей смеси (нижний знак). Поместим зону химических реакций в точку $r = 0$. Условие малости толщины волны по сравнению с радиусом кривизны фронта позволяет записать граничные условия в виде:

$$\begin{aligned} r = -\infty: & \quad T = T_0, \quad \frac{dT}{dr} = 0, \quad \eta = 1; \\ r = \infty: & \quad \eta = 0. \end{aligned}$$

Из (6) получим распределения температуры

$$T = T_0 + (T_m - T_0) \exp(k_1 r)$$

при $r < 0$ и

$$T = T_0 + (T_m - T_0) \exp(k_2 r)$$

при $r > 0$, где

$$k_1 = \mu \mp 2K \pm \frac{2Ku}{\alpha_s(\mu \mp 2K)} \approx \mu \mp 2K \pm \frac{2Ku^0}{\mu^0 \alpha_s},$$

$$k_2 = \mp \frac{2Ku}{\alpha_s(\mu \mp 2K)} \approx \mp \frac{2Ku^0}{\mu^0 \alpha_s}.$$

Верхним индексом 0 обозначены «невозмущенные» значения. Выражение для T_m найдем из условия баланса тепла в зоне химических реакций:

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{+0} - \left. \frac{dT}{dr} \right|_{-0} + \frac{QmG}{(1-m)\lambda_s} = 0. \quad (7)$$

Подставляя значения производных, получим

$$T_m - T_0 = \frac{QmG}{(1-m)\lambda_s(k_1 - k_2)}. \quad (8)$$

Используя (8) и (4), запишем выражение для скорости распространения искривленного фронта волны ФГГ:

$$\begin{aligned} u = u_{th} \mp 2K \alpha_s \left(1 - \frac{2u^0}{u_{th}^0 - u^0} \right) + u_{th} \frac{R(T_b - T_0)}{E} \times \\ \times \ln \frac{GaZe}{k_0 \rho_{g,b}} \left(1 - \frac{RT_0}{E} \ln \frac{GaZe}{k_0 \rho_{g,b}} \right). \quad (9) \end{aligned}$$

Пусть α — локальный угол между нормалью к фронту и вектором скорости фильтрации. Тогда $V = V_0 \cos \alpha$. Учитывая, что скорость

невозмущенной (плоской) волны согласно (5) равна

$$u^0 = u_{th}^0 + u_{th}^0 \frac{R(T_b - T_0)}{E} \times \ln \frac{G^0 a^0 Z e}{k_0 \rho_{g,b}} \left(1 - \frac{RT_0}{E} \ln \frac{G^0 a^0 Z e}{k_0 \rho_{g,b}} \right), \quad (10)$$

и отбрасывая в последних скобках малый член, обусловленный ненулевой начальной температурой, выразим нормальную скорость искривленного фронта через скорость плоской волны:

$$u = u^0 \cos \alpha + 2u_{th}^0 \cos \alpha \frac{R(T_b - T_0)}{E} \times \ln(\cos \alpha) \mp 2K \alpha_s \left(1 - \frac{2u^0}{u_{th}^0 - u^0} \right). \quad (11)$$

Выражение (11) позволяет оценить нормальную скорость распространения искривленного фронта волны, если известна скорость u_0 невозмущенного плоского фронта для тех же значений параметров системы. В случае, когда амплитуда возмущения мала по сравнению длиной волны (малые α),

$$u \approx u_0 \mp 2K \alpha_s \left(1 - \frac{2u^0}{u_{th}^0 - u^0} \right).$$

По аналогии с ламинарным пламенем можно ввести константу Маркштейна μ_R , учитывающую влияние кривизны фронта на нормальную скорость распространения волны горения: $u = u_0(1 + \mu_R/R_0)$, где

$$\mu_R = \mp \frac{2\alpha_s}{u^0} \left(1 - \frac{2u^0}{u_{th}^0 - u^0} \right).$$

Здесь член $2\alpha_s/u^0$ обусловлен влиянием кривизны на перенос тепла теплопроводностью, а второй — изменением длины фронта в процессе распространения (эффект растяжения фронта пламени).

Локальная скорость волны в направлении скорости фильтрации равна $u/\cos \alpha$, а локальная скорость изменения амплитуды возмущения

$$\delta u = \frac{u}{\cos \alpha} - u_0 = \mp \frac{2K \alpha_s}{\cos \alpha} \left(1 - \frac{2u^0}{u_{th}^0 - u^0} \right) + 2u_{th}^0 \frac{R(T_b - T_0)}{E} \ln(\cos \alpha). \quad (12)$$

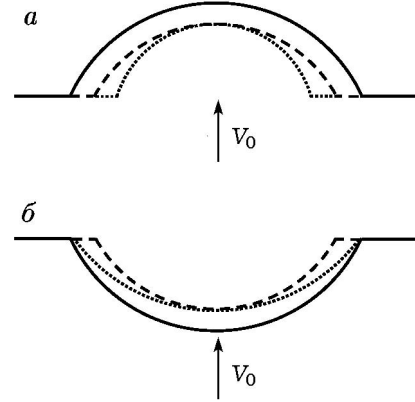


Рис. 2. Влияние кривизны (штриховая линия) и наклона (пунктирная) на эволюцию сферического возмущения фронта горения в случае возмущения, выпуклого в продукты (а) и свежую смесь (б)

Соотношение (12) определяет локальное отклонение скорости продольного (вдоль направления скорости фильтрации) распространения фронта от невозмущенного значения и позволяет проследить тенденцию эволюции возмущения фронта волны ФГГ при различных параметрах системы. Рассмотрим его более подробно. Величина δu состоит из двух аддитивных членов. Первый член, очевидно, обусловлен эффектом кривизны, а второй — эффектом наклона фронта. Это позволяет отдельно рассматривать их влияние на эволюцию возмущения. Кривизна действует равномерно вдоль всей поверхности возмущения, приводя к увеличению амплитуды возмущения и уменьшению его кривизны, если

$$1 - 2u^0/(u_{th}^0 - u^0) < 0, \quad (13)$$

и к уменьшению амплитуды в обратном случае (рис. 2). Условие (13) представляет собой формальное условие развития очаговой неустойчивости. Оценки показывают, однако, что этот критерий слишком жесткий и в условиях реального эксперимента не может быть выполнен. Действительно, подставляя u^0 из (10), условие (13) можно переписать в виде

$$\frac{R(T_b - T_0)}{E} \ln \frac{G^0 a^0 Z e}{k_0 \rho_{g,b}} > -\frac{2}{3}. \quad (14)$$

Введем скорость фильтрации V_{st} , соответствующую стоячей волне ($u^0 = 0$). Согласно (10) V_{st} определяется из соотношения

$$\frac{R(T_b - T_0)}{E} \ln \frac{G_{st} a_{st} Z e}{k_0 \rho_{g,b}} = -1. \quad (15)$$

Комбинируя (14) и (15), критерий неустойчивости (13) перепишем в виде

$$\frac{V^0}{V_{st}} > \exp \frac{E}{6R(T_b - T_0)}.$$

Подставляя характерные, например, для метановоздушных смесей численные значения $E = 2 \cdot 10^5$ Дж/моль, $T_b = 1500$ К, получим оценку для скорости фильтрации, при которой можно ожидать развития неустойчивости $V^0/V_{st} > 32$. Характерное значение $V_{st} \approx 1$ м/с, а характерный диапазон скоростей фильтрации, при которых реализуются медленные волны ФГГ, $0.1 \div 5$ м/с. Отсюда видно, что требуемое критерием развития неустойчивости значение скорости фильтрации далеко выходит за пределы диапазона, характерного для данного режима горения скоростей фильтрации. Таким образом, в реальных условиях кривизна всегда будет приводить к уменьшению амплитуды случайно возникшего возмущения (см. рис. 2), т. е. играет диссипативную роль.

Эффект наклона, согласно (12), всегда отрицателен. Наклон фронта увеличивается от центра к периферии возмущения. Поэтому если фронт искривляется в прогретую часть пористой среды (см. рис. 2, а), то края возмущения будут двигаться медленнее, чем его центр, усиливая диссипативный эффект кривизны. В конечном итоге это должно привести к «рассасыванию» возмущения. При искривлении фронта в холодную область (см. рис. 2, б), отстаивание краев возмущения будет приводить к «распрямлению» возмущения, частично компенсируя эффект кривизны и ослабляя его за счет увеличения радиуса кривизны.

Сопоставим вклад эффектов, обусловленных кривизной возмущения и наклоном фронта. Для оценок использованы следующие типичные значения величин: $K = 10^2$ м⁻¹, $\lambda_s = 1$ Вт/(м·К), $c_s = 700$ Дж/(кг·К), $c_g = 1.3 \times 10^3$ Дж/(кг·К), $\rho_g = 1.3$ кг/м³, $\rho_s = 2 \times 10^3$ кг/м³, $V_0 = 1$ м/с, $T_b = 1500$ К, $E = 2 \times 10^5$ Дж/моль, $\alpha = 45^\circ$. Тогда значение u^0 , оцененное по формуле (10), равно $4.3 \cdot 10^{-4}$ м/с, а добавки, обусловленные кривизной и наклоном, равны соответственно $2 \cdot 10^{-4}$ и $-5 \cdot 10^{-5}$ м/с, причем влияние наклона всегда меньше, чем кривизны. Таким образом, эффекты кривизны

и наклона имеют один и тот же порядок величины и соизмеримы со значениями скорости для невозмущенной плоской волны. В случае искривления фронта, выдающегося в продукты, оба эффекта диссипативны, т. е. стремятся нивелировать возникшее возмущение. В случае искривления, направленного в свежую смесь, эффект кривизны играет диссипативную роль, а эффект наклона — дестабилизирующую. Однако последний существенно слабее влияния кривизны. Поэтому он может лишь ослабить стабилизирующее действие кривизны, но не способен объяснить развитие очаговой неустойчивости.

Влияние наклона в чистом виде можно получить, положив в (12) $K = 0$. Однако это не объясняет развитие наклонной неустойчивости плоского фронта, поскольку согласно (12) при одинаковом вдоль всего фронта наклоне обусловленная наклоном добавка к скорости волны также будет одинаковой для всех участков фронта и, следовательно, не приведет к изменению наклона в процессе распространения волны.

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО ТЕПЛО- И МАССОБМЕНА

В [4] предложен еще один механизм развития очаговой неустойчивости. Суть его состоит в том, что если в силу случайных причин сформировался очаг, выступающий в область свежей смеси, то он может существовать и развиваться за счет дополнительного конвективного тепло- и массообмена с боков очага. Рассмотрим этот случай подробнее.

На рис. 3 приведена схема очага. Очаг представлен в виде цилиндра диаметром L . На поверхности, нормальной к вектору скорости фильтрации, идет обычное фильтрационное горение, описываемое системой (1). Боковые поверхности очага омываются холодной свежей смесью. Поэтому к боковой поверхности подводятся компоненты газовой смеси, концентрация которых в продуктах ниже, чем в свежей смеси, и отводится тепло за счет разницы температур продуктов и свежей смеси. В результате меняется температура горения на нормальной к скорости фильтрации поверхности. Оценим это изменение. Обозначим через $\alpha_{e,T} = \text{Nu}_T \lambda_g / d$ и $\alpha_{e,D} = \text{Nu}_D D / d$ коэффициенты тепло- и массообмена на боковых поверхностях очага, где Nu — число Нуссельта (индексы T и D относятся к процессам теплообмена и массообмена

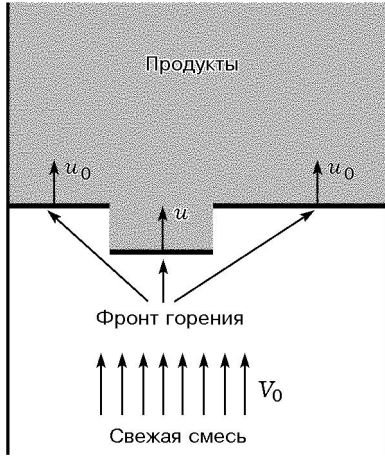


Рис. 3. Схема очаговой неустойчивости

соответственно), λ_g и D — коэффициенты теплопроводности газа и диффузии недостающего компонента смеси, d — характерный размер системы. Предполагается, что на боковой поверхности очага происходит горение смеси, поступающей за счет бокового массообмена. Состав этой смеси, как правило, отличается от исходного, так как поступление компонентов смеси на боковую поверхность определяется не только концентрацией компонента в исходной смеси, но и его коэффициентом диффузии (эффект селективной диффузии). Для определенности будем считать исходную смесь обедненной топливом. Конвективный теплообмен происходит вдоль всей боковой поверхности очага, как в области продуктов сгорания, так и в зоне подогрева смеси, конвективный массообмен — только в области продуктов, так как в зоне подогрева нет расхода топлива и соответственно градиента концентрации. Учитывая, что $\alpha_{e,D} = \alpha_{e,T} \text{Le}_f^{2/3} / \rho_g c_g$, где $\text{Le}_f = D_f / \alpha_g$ — число Льюиса для топлива (здесь α_g — температуропроводность газа, D — коэффициент диффузии компонента газовой смеси), получим балансы тепла:

в зоне подогрева

$$\frac{d^2 T}{dr^2} - \mu \frac{dT}{dr} + \frac{Qm}{(1-m)\lambda_s} \rho_g W - \frac{2\alpha_{e,T}(T-T_0)}{L(1-m)\lambda_s} = 0,$$

в зоне продуктов

$$\frac{d^2 T}{dr^2} - \mu \frac{dT}{dr} + \frac{Qm}{(1-m)\lambda_s} \rho_g W - \frac{2\alpha_{e,T}(T-T'_0)}{L(1-m)\lambda_s} = 0, \quad T'_0 = T_0 + (T_b - T_0) \text{Le}_f^{2/3},$$

а также соответствующие им распределения температуры:

в зоне подогрева

$$T = T_0 + (T_m - T_0) \exp(k_1 r), \quad (16)$$

$$k_1 = \frac{\mu}{2} + \sqrt{\frac{\mu^2}{4} + \frac{2\alpha_{e,T}}{L(1-m)\lambda_s}},$$

в зоне продуктов

$$T = T'_0 + (T_m - T'_0) \exp(k_2 r), \quad (17)$$

$$k_2 = \frac{\mu}{2} - \sqrt{\frac{\mu^2}{4} + \frac{2\alpha_{e,T}}{L(1-m)\lambda_s}}.$$

Выражение для T_m найдем из условия баланса тепла (7) в зоне химических реакций. Подставляя значения производных из (16), (17) и проводя преобразования, получим температуру горения на поверхности очага, нормальной к вектору скорости фильтрации:

$$T_m - T_0 \approx (T_b - T_0) \left[\frac{u_{th}}{u_{th} - u} + 4 \frac{\alpha_{e,T}}{L(1-m)\lambda_s \mu^2} \left(\text{Le}_f^{2/3} - \frac{u_{th}}{u_{th} - u} \right) \right].$$

Учитывая, что для обычной плоской волны фильтрационного горения газа

$$T_m^0 - T_0 \approx (T_b - T_0) \frac{u_{th}}{u_{th} - u},$$

оценим изменение температуры горения в очаге за счет бокового тепло- и массообмена:

$$\delta T_m = T_m - T_m^0 = 4(T_b - T_0) \frac{\alpha_{e,T}}{L(1-m)\lambda_s \mu^2} \times \left(\text{Le}_f^{2/3} - \frac{u_{th}}{u_{th} - u} \right). \quad (18)$$

За счет изменения температуры горения T_m меняется скорость волны горения. Связь скорости горения с температурой задается соотношением (3). Пренебрегая в (3) T_0 по сравнению с T_m , получим

$$\frac{u_{th} - u}{\alpha_s} = \frac{RT_0 \rho_0 k_0}{EG} \exp\left(-\frac{E}{RT_m}\right).$$

Выразим отсюда скорость волны u и проварируем ее по T_m :

$$\delta u = -\frac{E}{RT_m^2} \frac{u_{th} - u}{\alpha_s} \delta T_m. \quad (19)$$

Подставим сюда δT_m из (18) и найдем отклонение скорости распространения очага горения от скорости распространения невозмущенной волны:

$$\delta u = -\frac{E}{RT_m^0} \frac{u_{th} - u}{\alpha_s} 4(T_b - T_0) \frac{\alpha_{e,T}}{L(1-m)\lambda_s \mu^2} \times \left(\text{Le}_f^{2/3} - \frac{u_{th}}{u_{th} - u} \right). \quad (20)$$

Согласно (20) значение δu может быть как положительным, так и отрицательным. Из рис. 3 следует, что при $\delta u > 0$ случайно образовавшийся очаг горения будет «втягиваться» в невозмущенную часть волны горения, а при $\delta u < 0$, наоборот, отдаляться от нее. Таким образом, условие развития очаговой неустойчивости $\delta u < 0$ или согласно (20)

$$\text{Le}_f^{2/3} > \chi = \frac{u_{th}}{u_{th} - u}. \quad (21)$$

Критерий (21) совпадает с критерием, полученным в [4] из более упрощенного рассмотрения. Заметим, однако, что проведенные рассуждения и, следовательно, критерий (21) справедливы только для случая, когда горение топлива, поступившего за счет бокового массообмена, полностью обеспечено поступающим окислителем. (Предполагается, что окислитель, оставшийся в продуктах сгорания, расходуется на начальном участке боковой поверхности и в дальнейшем потребности в окислителе должны обеспечиваться за счет массообмена с потоком газовой смеси, омывающей очаг.) Предельная относительная концентрация топлива a_f , при которой это условие еще выполняется, может быть оценена для топливовоздушных смесей из балансного соотношения

$$0.21(1 - a_f)\text{Le}_{ox}^{2/3} > k a_f \text{Le}_f^{2/3}.$$

Левая часть этого неравенства представляет собой поток окислителя, поступающего за счет массообмена, а правая — поток топлива, умноженный на стехиометрический коэффициент k , Le_{ox} — число Льюиса для окислителя. Таким образом, критерий (21) справедлив для исходных смесей с концентрацией топлива

$$a_f < a_{f,c} = \frac{0.21\text{Le}_{ox}^{2/3}}{0.21\text{Le}_{ox}^{2/3} + k\text{Le}_f^{2/3}}. \quad (22)$$

При $a_f > a_{f,c}$ тепловыделение на боковых поверхностях очага лимитируется поступлением

не топлива, а окислителя, несмотря на то, что исходная смесь может быть обеднена топливом. Это приводит к следующему критерию развития неустойчивости:

$$\frac{0.21(1 - a_f)\text{Le}_{ox}^{2/3}}{k a_f} > \chi. \quad (23)$$

Проанализируем полученные критерии. Величина χ является функцией скорости невозмущенной волны горения. Экспериментальные наблюдения показывают, что случайное образование очагов происходит только при распространении спутной волны ($u > 0$). Причина этого ясна из следующих рассуждений. Пусть в пористой среде имеется локальная неоднородность масштаба l . Теоретически при наличии неоднородностей в пористой среде очаги могут образовываться при распространении как спутных, так и встречных волн ФГГ. В случае встречной волны образование очага, выступающего в свежую смесь, возможно, если $|u| > |u^0|$, где u и u^0 — соответственно скорости распространения волны по неоднородности и по остальной пористой среде. Тогда в результате прохождения волны через локальную неоднородность возникнет возмущение с амплитудой $\Delta x = l(1 - |u^0|/|u|) < l$, т. е. в случае встречной волны амплитуда возмущения не может превышать масштаба локальной неоднородности. В случае спутной волны образование такого возмущения возможно, если $u < u^0$, а амплитуда возмущения $\Delta x = l(u^0/u - 1)$. Если u существенно меньше, чем u^0 , то амплитуда возмущения может значительно превосходить масштаб неоднородности l . Поэтому малые возмущения, возникающие при распространении встречных волн, скорее всего, исчезают за счет диссипативных эффектов кривизны. Возмущения большей амплитуды, возникающие при распространении спутных волн, могут развиваться за счет бокового тепло- и массообмена.

В соответствии с этими рассуждениями и экспериментальными наблюдениями будем считать, что образование очагов возможно только при $u > 0$. В этом случае $\chi > 1$ и минимальное значение Le_f , при котором возможно развитие неустойчивости (при $u \approx 0$), определяется соотношением $\text{Le}_f > 1$. При возрастании скорости u критерий развития неустойчивости становится все более жестким, и при $u > u_{th}(\text{Le}_f^{2/3} - 1)/\text{Le}_f^{2/3}$ очаговая неустойчи-

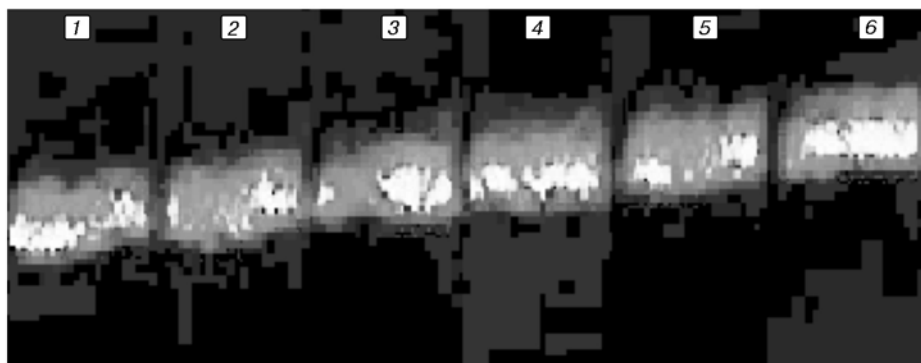


Рис. 4. Последовательные (интервал 50 с) снимки волны фильтрационного горения смеси 6 % CH_4 + воздух (пористая среда — зерна карборунда размером $2.5 \div 3$ мм)

вость подавляется. Из критерия (23) следует, что при увеличении концентрации топлива в исходной смеси диапазон значений u , при которых может проявляться очаговая неустойчивость, сужается.

Из сопоставления чисел Le для различных компонентов горючих газовых смесей с полученными критериями следует, что практически очаговая неустойчивость может развиваться только в бедных водородовоздушных смесях. Этот вывод подтверждается экспериментально. Очаговая неустойчивость при фильтрационном горении бедных водородовоздушных смесей наблюдалась в [4]. В то же время наши эксперименты по горению метано- и пропановоздушных смесей показали, что образующиеся при распространении спутной волны очаги, направленные в область свежей смеси, не развиваются, а втягиваются в основную волну (рис. 4).

ЭФФЕКТ ИЗМЕНЕНИЯ ДЛИНЫ ФРОНТА ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ

Рассмотрим распространение плоского фронта волны в пористой среде, ограниченной плоскими адиабатическими стенками, вектор скорости фильтрации V_0 направлен вдоль стенок (рис. 5). В единицу времени все участки фронта переместятся на расстояние u по нормали к фронту, где u — нормальная скорость волны. Если плоскость фронта перпендикулярна стенкам, то баланс тепла в пристенных областях в точности равен балансу тепла во внутренних областях

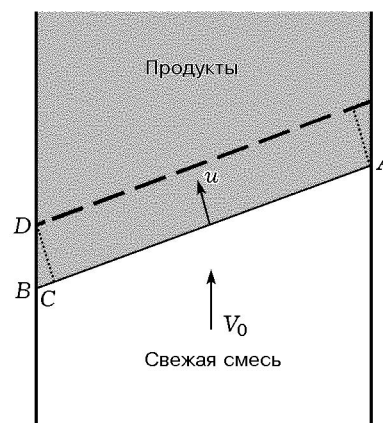


Рис. 5. Схема развития наклонной неустойчивости фронта волны фильтрационного горения газа

волны. В случае наклонного фронта ситуация меняется. При $u > 0$ в нижней точке фронта (B) тепло, содержащееся в элементе объема $B CD$, оказывается «лишним» при перемещении волны, так как фронт с этой стороны укорачивается. Напротив, в верхней части фронта возникает дефицит тепла, так как появляется дополнительный участок фронта. Математически эта ситуация эквивалентна тому, что на левой стенке находится постоянно действующий источник тепла, а на правой — сток тепла такой же мощности. При $u < 0$ источник и сток меняются местами, как это следует из рис. 5. В невозмущенной волне, движущейся вдоль стенок, градиента температуры вдоль фронта нет. Наличие виртуальных

источника и стока при движении наклонной волны приводит к возникновению потока тепла вдоль фронта и, следовательно, продольного градиента температуры. Возмущенное распределение температуры зададим в виде $T(x, l) = T^0(x) + \delta T(x, l)$, где x — нормальная к фронту координата в системе, движущейся вместе с волной, l — координата вдоль фронта, индексом 0 обозначены невозмущенные значения, δT — добавка, обусловленная продольным потоком тепла. Оценим величины δT . Мощность виртуального источника, как следует из рисунка, равна $q = c_s \rho_s (T(x) - T_0) u \operatorname{tg}(\alpha/2)$, α — угол наклона фронта. Пренебрегая конвективным потоком тепла, запишем уравнение для определения $\delta T(l)$:

$$\lambda_s \frac{d^2 \delta T}{dl^2} = 0,$$

с граничными условиями на нижнем крае (точка B)

$$q + \lambda_s \frac{d\delta T}{dl} \Big|_B = 0$$

и на верхнем крае (точка A)

$$-\lambda_s \frac{d\delta T}{dl} \Big|_A - q = 0.$$

Из решения этого уравнения получим распределение температуры вдоль наклонного фронта:

$$\delta T(x, l) = \frac{qL}{2\lambda_s \cos \alpha} \left(1 - \frac{2l \cos \alpha}{L}\right),$$

где L — расстояние между стенками, а координата l отсчитывается от левой стенки. Соответственно изменения температуры горения в точках A и B задаются соотношениями

$$\delta T_B = -\delta T_A = \frac{T_m^0 u L \operatorname{tg} \alpha}{4\alpha_s \cos \alpha}. \quad (24)$$

Подставляя в (19) вместо δT_m величины δT_A и δT_B из (24), получим изменение скорости волны в нижнем и верхнем углах наклонной волны:

$$\frac{\delta u}{u} = \pm \frac{E \operatorname{tg} \alpha (u_{th} - u)L}{4RT_m^0 \alpha_s \cos \alpha}. \quad (25)$$

Верхний и нижний знаки относятся соответственно к точкам A и B . Выражение, которое

стоит после знака \pm , всегда положительно. Тогда согласно (25) при $u > 0$ верхний конец будет ускоряться ($\delta u > 0$), а нижний — замедляться ($\delta u < 0$), т. е. наклон спутной волны будет увеличиваться по мере распространения. При $u < 0$ на верхнем конце волны $\delta u < 0$, на нижнем — $\delta u > 0$. Поэтому при распространении встречной волны наклон будет уменьшаться.

Таким образом, данный эффект объясняет хорошо известный экспериментальный факт: спутные волны ФГГ неустойчивы по отношению к наклону плоского фронта, а встречные — устойчивы, причем эта закономерность универсальна и не зависит ни от состава смеси, ни от типа горючего газа. Кроме того, из экспериментальных наблюдений [1, 2] отмечаются следующие закономерности развития наклонной неустойчивости. Чем больше скорость спутной волны, тем быстрее растет наклон фронта. Во многих случаях при определенном угле наклона наблюдается стабилизация наклонного фронта. Однако если стабилизация не наступила до достижения угла наклона $45 \div 50^\circ$, то, как правило, происходят распад и гашение волны горения. Все эти закономерности хорошо объясняются в рамках предложенной модели развития неустойчивости. Так, согласно (25) величина δu пропорциональна нормальной скорости волны, поэтому чем больше u , тем быстрее должна развиваться неустойчивость. Из (25) следует также возможность стабилизации наклонной волны горения. Действительно, скорость увеличения наклона пропорциональна u . Под u в (25) подразумевается нормальная скорость распространения плоского наклонного фронта, которая задается соотношением (11) при $K = 0$. Согласно (11) скорость u падает с увеличением α . Следовательно, при увеличении наклона фронта скорость роста наклона уменьшается. Увеличение наклона фронта прекращается при $u_n = 0$. Таким образом, условие стабилизации наклонной волны может быть записано в виде

$$u^0 + 2u_{th}^0 \frac{R(T_b - T_0)}{E} \ln(\cos \alpha) = 0$$

или после подстановки u^0 из (10) — в виде

$$\ln(\cos \alpha) = - \left[\frac{E}{R(T_b - T_0)} + \ln \frac{G^0 a^0 Z e}{k_0 \rho_{g,b}} \right].$$

Условие гашения наклонной волны в данной модели не заложено. Можно предположить, од-

нако, что гашение при значительном наклоне обусловлено увеличением теплопотерь в стенку в окрестности точки *B*. Действительно, как видно из рис. 5, нижняя часть волны горения оказывается в невыгодном положении, так как по мере увеличения наклона отношение поверхности, через которую происходит теплообмен с внешней средой, к объему прогретой пористой среды возрастает. Поэтому температура в этой части волны горения падает, что приводит к гашению. Косвенным подтверждением этой точки зрения являются наблюдения [1], что гашение наклонной волны действительно всегда начинается с нижнего конца.

ВЫВОДЫ

• В рамках тепловой модели получено общее выражение для скорости волны фильтрационного горения газа в зависимости от кривизны и наклона фронта. Показано, что учет эффекта изменения длины фронта при распространении искривленного фронта волны не объясняет развития очаговой неустойчивости. Кривизна при любых условиях остается диссипативным фактором. Эффект наклона фронта играет дестабилизирующую роль в случае возмущения, выступающего в свежую смесь. Однако, так как эффект наклона слабее, чем эффект кривизны, он также не может привести к развитию неустойчивости.

• Проанализировано влияние конвективно-го тепло- и массообмена очага с окружающим газом на стабилизацию очагов. Выявлено влияние селективной диффузии компонентов газовой смеси на стабилизацию очагов. Определены критерии развития очаговой неустойчивости в зависимости от состава смеси и диапазоны скоростей волны, при которых может развиваться очаговая неустойчивость.

• Рассмотрен эффект изменения длины фронта при распространении плоской наклонной волны фильтрационного горения газа. Показано, что этот эффект может приводить к развитию наклонной неустойчивости. Получен критерий развития неустойчивости, совпадающий с критерием, полученным из экспериментальных наблюдений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Минаев С. С., Потытняков С. И., Бабкин В. С. О неустойчивости фронта пламени при фильтрационном горении газов // Физика горения и взрыва. 1994. Т. 30, № 3. С. 49–54.
2. Доброго К. В., Жданок С. А. Физика фильтрационного горения газов. Минск: НАН Беларуси, Ин-т тепло-массообмена им. А. В. Лыкова, 2002.
3. Вайнштейн П. Б. Об устойчивости газового пламени в пористых средах // Физика горения и взрыва. 1992. Т. 28, № 1. С. 28–34.
4. Saveliev A. V., Kennedy L. A., Fridman A. A., Puri I. K. Structures of multiple combustion waves formed under filtration of lean hydrogen-air mixtures in a packed bed // 26th Intern. Symp. on Combustion. Pittsburgh: The Combustion Inst., 1996. P. 3369–3375.
5. Доброго К. В., Жданок С. А. К теории термодинамической неустойчивости фронта фильтрационного горения газа // Физика горения и взрыва. 1999. Т. 35, № 5. С. 14–22.
6. Минаев С. С., Потытняков С. И., Бабкин В. С. Тепловая устойчивость искривленного газового пламени в пористых средах // Физика горения и взрыва. 1994. Т. 30, № 6. С. 39–42.
7. Лаевский Ю. М., Бабкин В. С. Фильтрационное горение газа // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах / Под ред. Ю. Ш. Матроса. Новосибирск: Наука, 1988.
8. Bradley D., Gaskell P. H., Gu X. J. Burning velocities, Markstein lengths, and flame quenching for spherical methane-air flames: A computational study // Combust. Flame. 1996. V. 104. P. 176–198.

Поступила в редакцию 13/VII 2004 г.