

## СФЕРИЧЕСКАЯ ВЗРЫВНАЯ ВОЛНА В ГРУНТАХ

Р. Г. Якулов

Рассматриваемой задаче посвящен ряд теоретических и экспериментальных работ [1—9]. Грунтовые массы представляют собой сложные образования и при теоретическом изучении грунт моделировался «пластическим газом», жесткопластическим и упругопластическим телом, подчиняющимся законам теории пластичности.

Ниже решается задача о взрыве сферического заряда ВВ в грунтах. Получены простые формулы для расчета параметров сферической взрывной пластической волны. Совпадение расчетных и экспериментальных напряжений на фронте волны хорошее. При этом достаточно иметь следующие сведения о среде: плотность, диаграмму объемного сжатия, предельное уплотнение и коэффициенты, входящие в условие пластичности. Эти данные содержатся в работах [2, 9] и др. Постановка задачи аналогична [1, 6] и отличается от последних принятым условием пластичности.

Грунт рассматривается как упругопластическое тело. Среда может находиться в двух состояниях. При среднем напряжении на фронте  $p < p_s = \text{const}$  происходят упругие деформации, а при  $p \geq p_s$  — пластические деформации и уплотнение грунта. Переход ко второму состоянию происходит мгновенно при  $p = p_s$ , и в этом состоянии среда пластична и несжимаема. Предполагается, что сферическая волна — ударная и распространяется по невозмущенной среде, пластическое течение начинается сразу за фронтом и плотность в частице после прохождения ударной волны остается неизменной.

Запишем условие пластичности:

$$J_2 = (kp + b)^2/6, \quad (1)$$

где  $J_2$  — второй инвариант девиатора тензора напряжений;  $p = -(\sigma_r + 2\sigma_\alpha)/3$  — среднее напряжение;  $\sigma_r, \sigma_\alpha = \sigma_\varphi$  — радиальные и тангенциальные компоненты напряжения;  $k, b$  — коэффициенты, характеризующие внутреннее трение и сцепление грунта. Условие (1) подтверждено опытами, коэффициенты  $k$  и  $b$  для песчаных грунтов приведены в [2].

Заряд ВВ занимает сферическую полость (каверну) радиуса  $r_0$  и при взрыве мгновенно без изменения объема превращается в газ высокого давления:  $p_1 = 9,4 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$  [10]. В результате к поверхности каверны прикладывается начальное динамическое напряжение  $\sigma_m$ , которое вызывает образование в грунте ударной волны. Определение начального напряжения рассмотрено в работах [8—10]. Используя условия равенства смещений и напряжений на границе каверны в момент истечения продуктов детонации в среду, получим выражение для определения напряжения  $\sigma_m$ :

$$(1 - \sqrt[3]{\eta})^2/\eta = \rho_0 \theta / 3\rho_1, \quad (2)$$

где  $\eta = \sigma_m/\rho_1$ ,  $\rho_0, \rho_1$  — плотность продуктов детонации и грунта;  $\theta = 1 - (\rho_1/\rho_2)$  — предельная объемная деформация;  $\rho_2$  — плотность грунта за фронтом после уплотнения. При переменном уплотнении на фронте по степенному закону  $\sigma_r^* = m \cdot \hat{\sigma}_r^\nu$  выражение (2) имеет вид

$$(1 - \sqrt[3]{\eta})^2/\eta^{1+\nu} = (p_1/m)^{1/\nu} \rho_0/3\rho_1. \quad (3)$$

Значения коэффициентов  $m$  и  $\nu$  для песчаных грунтов определены экспериментально и содержатся в [2].

Поместим начало сферической системы координат в центре каверны и запишем уравнение движения

$$\partial\sigma_r/\partial r + 2(\sigma_r - \sigma_\alpha)/r = \rho_2[\partial v/\partial t + v(\partial v/\partial r)], \quad (4)$$

где  $r$  — текущий радиус;  $v = \partial u/\partial t$  — радиальная скорость;  $u$  — радиальное смещение. Условие несжимаемости имеет вид

$$\partial u/\partial r + 2u/r = 0. \quad (5)$$

Граничными условиями задачи являются условия на фронте ударной волны и на подвижной границе каверны

$$v^*(r_s, t) = \theta r'_s, \quad \sigma_r^*(r_s, t) = -\theta \rho_1 (r'_s)^2, \quad (6)$$

$$v(r_1, t) = r'_1(t), \quad \sigma_r(r_1) = \sigma_m (r_0/r_1)^{3\gamma},$$

$r_s, r_1$  — координаты фронта и подвижной границы каверны;  $\gamma = 1,25 \div 1,4$  — показатель изэнтропы продуктов детонации; штрих означает производную по времени, звездочка соответствует параметрам на фронте волны. Величины  $r_s$  и  $r_1$  связаны соотношением, которое вытекает из условия сохранения массы

$$r_1^3 = \theta r_s^3 + \beta, \quad \beta = (1 - \theta) r_0^3,$$

Используя условия (1) и (5), находим решение (4)

$$\sigma_r = c_1(t)/r^\mu + 2m_1/\mu + \rho_2 c'(t)/(\mu - 1)r - 2\rho_2 C^2(t)/(\mu - 4)r^4. \quad (7)$$

Здесь  $C(t) = vr^2$ ,  $C_1(t)$  — произвольные функции времени,  $C'(t)$  — производная,  $\mu = 2(1 - m_0)$ ,  $m_0 = (3\sqrt{2} - k)/(3\sqrt{2} + 2k)$ ,  $m_1 = 3b/(3\sqrt{2} + 2k)$ .

Граничные условия (6) и (7) дают систему уравнений, в которой, перейдя к новой переменной  $z = r_s^3$  и исключив неизвестные функции, придем к дифференциальному уравнению для скорости фронта волны

$$d(z')^2/dz + P(z)(z')^2 = Q(z). \quad (8)$$

Здесь

$$P(z) = [2(\mu - 1)/3(\mu - 4)] [2\theta(\theta z + \beta)^{n-1} + \lambda z^{n-1}] [z^n - (\theta z + \beta)^n]^{-1},$$

$$Q(z) = [12m_1(\mu - 1)/\theta\rho_2\mu] [z^{\mu/3} - (\theta z + \beta)^{\mu/3} + \delta(\theta z + \beta)^{\mu/3-1}] [(\theta z + \beta)^n - z^n]^{-1},$$

$$\lambda = (1 - \theta)(\mu - 4) - 2\theta, \quad \delta = \mu\sigma_m r_0^{3\gamma}/2m_1, \quad n = (\mu - 1)/3, \quad z' = dz/dt.$$

Граничное условие для (8) имеет вид  $(z')^2 = -9r_0^4\sigma_m/\theta\rho_1$  при  $z = r_0^3$ . Как показано в работе [6], в уравнении (8) можно положить  $\beta = 0$ , тогда оно интегрируется в элементарных функциях. Отбрасывая затем в решении члены, вклад которых мал, и принимая  $\gamma = 1,33$ , после преобразований находим выражение для квадрата скорости ударной волны

$$(r'_s)^2 = \left[ \sigma_m (4 - \mu) \theta^{\frac{\mu}{3} - \gamma - 1} \right] [\rho_2 (2\theta^n + \lambda)]^{-1} R_0^{-3\gamma}, \quad (9)$$

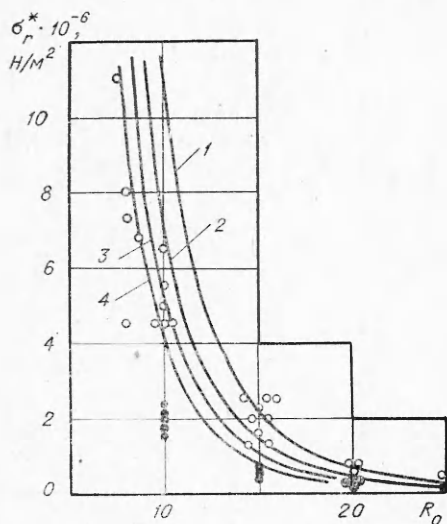
где  $R_0 = r_s/r_0$  — безразмерное расстояние фронта;  $r_0 = 0,054c^{1/2}$ ;  $c$  — вес заряда. При известной скорости волны можно определить все параметры фронта волны и движения грунта. Напряжения  $\sigma_r^*(r_s)$ ,  $\sigma_r(z_1)$  находим по формулам (6), тангенциальные напряжения — по соотношению  $\alpha = m_0\sigma_r^* + m_1$ . Закон движения фронта имеет вид

$$t = \Delta (R_0^\kappa - 1),$$

где

$$\Delta^2 = [4\rho_2 r_0^2 (2\theta^n + \lambda)] [\sigma_m (4 - \mu) (3\gamma + 2)^2 \theta^{n - \frac{2}{3} - \gamma}]^{-1}, \quad \kappa = (3\gamma/2) + 1.$$

Используя полученные результаты, определим напряжения на фронте волны. На рисунке приведены графики  $\sigma_r^*(R_0)$  для песчаных



грунтов ненарушенной (кривые 1, 2) и нарушенной структуры (кривые 3, 4), рассчитанные с использованием (9); точки — экспериментальные данные [2]. Светлые точки относятся к грунтам ненарушенной структуры, темные — нарушенной структуры. Параметры грунта имеют значения соответственно  $\rho_1 = 1,53 \cdot 10^3, 1,35 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, влажность  $w = 15-17\%$ ;  $k = 1,9; 1,25$ ;  $b = 0,5; 0$ . Значения  $\theta$  определены из анализа опытных данных [2, 9] и для кривых 1, 2 принято  $\theta = 0,04$  и  $0,08$  соответственно, для кривых 3, 4 —  $\theta = 0,15; 0,20$ . Начальные напряжения  $\sigma_m$  определены по формуле (3). Для рассматриваемых грунтов  $\nu = 1,8; 2,5$ ;  $m = 5 \cdot 10^9; 1,5 \cdot 10^9$  Н/м<sup>2</sup>,  $\sigma_m = -3,3 \cdot 10^9; -2,6 \cdot 10^9$  Н/м<sup>2</sup>.

Как видно из рисунка, в области  $\sigma_r^* < (6 \div 8) \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup> расчетные и экспериментальные данные согласуются весьма удовлетворительно.

Решение (9) справедливо до момента излучения звука, после чего начинается область распространения упругопластических деформаций. Упругопластическая модель грунта позволяет рассмотреть также следующие этапы движения. Так как напряжения на фронте после излучения звука малы, по-видимому, это не имеет практического значения.

Можно считать, что полученное решение применимо для широкого класса мягких грунтов.

Уфимский  
авиационный институт

Поступила в редакцию  
15/IV 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Н. В. Зволинский. ПММ, 1960, 24, 1.
2. Г. В. Рыков. ПМТФ, 1964, 1.
3. С. С. Григорян. ПММ, 1964, 28, 6.
4. А. Я. Сагомоян. — В сб.: Динамика грунтов, № 44. М., Госстройиздат, 1961.
5. Э. И. Андрианкин, В. П. Корявов. Докл. АН СССР, 1959, 128, 2.
6. А. С. Компанеев. Докл. АН СССР, 1956, 109, 1.
7. А. Я. Сагомоян, В. А. Куликов. Вестник Московского ун-та, 1973, 1.
8. Г. М. Ляхов, В. П. Охитин, А. Г. Чистов. ПМТФ, 1972, 3.
9. Г. М. Ляхов, Н. И. Полякова. Волны в плотных средах и нагрузки на сооружения. М., «Недра», 1967.
10. Ф. А. Баум, К. П. Станюкович, Б. И. Шехтер. Физика взрыва. М.; Физматгиз, 1959.