

УДК 533.6.011.72

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МАЛЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ С НЕРАВНОВЕСНОЙ ОБЛАСТЬЮ В ПОТОКЕ ГАЗА

Р. В. Мукин, А. И. Осипов, А. В. Уваров

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 119992 Москва

E-mails: verby@yandex.ru, osipov@phys.msu.ru, uvarov@phys.msu.ru

Решена задача о взаимодействии малых гидродинамических возмущений с неравновесной областью в потоке газа для различных моделей накачки энергии. Рассмотрены одномерный и двумерный случаи взаимодействия. Найдена область значений параметров системы, при которых взаимодействие происходит резонансно (наблюдается существенное усиление возмущений). Показано, что при взаимодействии вихревых возмущений с неравновесной зоной генерируются тепловые волны.

Ключевые слова: неравновесный газ, проточный  $\text{CO}_2$ -лазер.

**Введение.** Для непрерывных газовых лазеров проточного типа важнейшим вопросом является гидродинамическая устойчивость активной среды. При анализе устойчивости исходным моментом служит рассмотрение взаимодействия малых гидродинамических возмущений с неравновесной областью течения. Усиление возмущений может рассматриваться как начало появления неустойчивости.

В проточных системах с ограниченной по объему областью неравновесного газа появляются два новых фактора, которые обычно не учитываются при исследовании эволюции малых возмущений. Во-первых, это локализованный энерговыделитель, обеспечивающий существование неравновесной области, который приводит к появлению градиентов термодинамических параметров в потоке. Во-вторых, это снос усиливающихся возмущений вниз по течению в равновесную нагретую область. Последнее не относится к звуковым возмущениям. Звуковые волны могут отражаться в среде с градиентами, поэтому сама неоднородная область в этом случае выступает как своеобразный резонатор, в котором возмущения усиливаются.

Цель настоящей работы — изучение эволюции малых гидродинамических возмущений в неравновесной области, через которую протекает первоначально равновесный газ, и определение интервала частот возмущений, при которых неравновесная область начинает работать как резонатор.

**Постановка задачи.** В одномерном течении неравновесного газа создаются области неравновесных состояний по колебательным степеням свободы за счет ввода энергии. Рассматриваются два способа накачки энергии:

локальная, когда зона накачки гораздо уже зоны релаксации. В этом случае зону накачки можно считать поверхностью, на которой колебательная температура изменяется скачком;

протяженная, когда область накачки имеет конечную ширину. Энергия, вводимая в поток, задается в виде функции  $I_{pump} = I_0 \exp(-(x - x_0)^2/d)$ , где параметр  $d$  выбирался примерно равным одной трети от длины релаксационной зоны.

Такая постановка задачи соответствует реальным условиям и позволяет оценить влияние протяженности зоны накачки. Хорошо известно, что часть энергии при накачке идет

на непосредственный нагрев газа (минуя колебательные степени свободы). Включение этого механизма вполне возможно в рамках рассматриваемых приближений путем введения источникового члена в уравнение энергии для поступательных степеней свободы. Однако реальная кинетическая схема такого нагрева весьма сложна и в рамках используемой простой кинетической модели такое рассмотрение нецелесообразно.

Накачка энергии приводит к разделению колебательной и поступательной температуры, однако затем температуры начинают выравниваться за счет VT-релаксации.

Рассматривается взаимодействие малых гидродинамических возмущений (звуковых, тепловых и вихревых), и вычисляются коэффициенты прохождения и отражения для всех типов генерируемых возмущений.

**Общий алгоритм решения задачи.** Исходная система гидродинамических уравнений с учетом энерговыделения и релаксации имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} v &= 0, \\ \rho \frac{dv}{dt} &= -\operatorname{grad} p, \\ \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{dt} - \frac{T}{\rho} \frac{d\rho}{dt} &= \frac{m}{k_B} \frac{\varepsilon - \varepsilon_{eq}}{\tau}, \\ \frac{d\varepsilon}{dt} &= -\frac{\varepsilon - \varepsilon_{eq}}{\tau} + I_{pump}, \end{aligned} \tag{1}$$

где  $p$ ,  $\rho$ ,  $T$ ,  $v$  — соответственно давление, плотность, поступательная температура, скорость газа;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $m$  — масса молекулы;  $I_{pump}$  — мощность накачки энергии;  $k_B$  — постоянная Больцмана;  $\tau$  — время релаксации;  $h$  — постоянная Планка;  $\omega$  — частота;  $\varepsilon(T_V) = (h\omega/m)/(\exp(h\omega/(k_B T_V)) - 1)$  — текущая колебательная энергия газа;  $T_V$  — колебательная температура;  $\varepsilon_{eq}(T)$  — равновесная колебательная энергия.

Используемая кинетическая схема максимально проста и включает только колебательную релаксацию в рамках простого релаксационного уравнения [1] и накачку в колебательные степени свободы. Такие упрощения связаны с тем, что с точки зрения гидродинамических возмущений основную роль играют энергоемкие процессы с выделением энергии в поступательные степени свободы, поскольку именно оно меняет гидродинамические параметры. Вместе с тем такая простая постановка позволяет выделить основные механизмы усиления возмущений и области неустойчивости, которые могут в дальнейшем уточняться при усложнении используемой модели.

Решение системы (1) в стационарном одномерном случае дает профили невозмущенных параметров.

Взаимодействие малых гидродинамических возмущений с неравновесной областью описывается решением линеаризованной системы для возмущений вида  $a'(x, y) = a'_0(x) \exp(i\omega t + ik_y y)$  (для одномерного случая  $k_y = 0$ ):

$$\begin{aligned} i\omega \rho'_0 + \rho'_0 \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \rho'_0}{\partial x} + v'_{0x} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v'_{0x}}{\partial x} + ik_y \rho v'_{0y} &= 0, \\ i\omega \rho v'_{0x} + \rho v \frac{\partial v'_{0x}}{\partial x} + (\rho v'_{0x} + \rho'_0 v) \frac{\partial v}{\partial x} + \rho \frac{\partial T'_0}{\partial x} + T \frac{\partial \rho'_0}{\partial x} + T'_0 \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho'_0 \frac{\partial T}{\partial x} &= 0, \\ i\omega \rho v'_{0y} + \rho v \frac{\partial v'_{0y}}{\partial x} + ik_y \rho T'_0 + ik_y \rho'_0 T &= 0, \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left( i\omega T'_0 + v'_{0x} \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T'_0}{\partial x} \right) - \left( \frac{T'_0}{\rho} + \frac{T \rho'_0}{\rho^2} \right) v \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{T}{\rho} \left( i\omega \rho'_0 + v \frac{\partial \rho'_0}{\partial x} + v'_{0x} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) = \\ = \frac{\varepsilon'_0}{\tau} - \frac{\varepsilon - \varepsilon_{eq}}{\tau^2} \frac{d\tau}{dT} T'_0 - \frac{\varepsilon'_{eq0}}{\tau}, \\ i\omega \varepsilon'_0 + v \frac{\partial \varepsilon'_0}{\partial x} + v'_{0x} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = -\frac{\varepsilon'_0}{\tau} + \frac{\varepsilon - \varepsilon_{eq}}{\tau^2} \frac{d\tau}{dT} T'_0 + \frac{\varepsilon'_{eq0}}{\tau}, \end{aligned}$$

Система (2) представляет собой систему линейных уравнений. Это означает, что решение можно разложить по некоторому набору функций. Данное утверждение справедливо как в неравновесной области, так и в равновесных зонах (холодной — перед релаксационной зоной и нагретой — в равновесной области после завершения релаксации). Однако в равновесных зонах система (2) становится линейной с постоянными коэффициентами, и набор собственных функций (мод) в этом случае хорошо известен [2]: две звуковые, тепловая, вихревая и релаксационная моды. Рассмотрим возмущения, которые могут генерироваться релаксационной зоной. В нагретом газе это звуковая, вихревая, тепловая и релаксационная моды, в холодном газе — только звуковая волна, распространяющаяся против течения (рассматривается только дозвуковой поток).

Деление на моды сохраняется и в зоне релаксации, но в этой области структура мод более сложная.

Используется следующий алгоритм. В равновесной нагретой области в качестве начальных условий берутся соотношения для каждой моды, распространяющейся по потоку. Интегрируя каждую моду в отдельности по неравновесной области справа налево и сшивая на переднем фронте релаксационной зоны с модами, существующими в набегающем потоке, получим матрицу, состоящую из амплитуд возмущений размерности  $4 \times 4$  для одномерного случая и  $5 \times 5$  для двумерного.

Если задать падающую на неравновесную область звуковую, тепловую или вихревую волну, то можно рассчитать соответствующие каждой моде коэффициенты прохождения и отражения, т. е. получить характеристики неравновесной зоны как резонатора. Неустойчивость будет возникать в случае бесконечно большого коэффициента прохождения, т. е. в ситуации, когда неравновесная область сама генерирует возмущения.

**Одномерное взаимодействие в потоке.** Взаимодействие падающей звуковой волны с неравновесной областью описывается коэффициентами прохождения и отражения звуковой волны, определяемыми отношением амплитуд генерируемых возмущений к амплитуде падающей волны. Процесс взаимодействия включает два механизма. Первый связан с отражением падающей звуковой волны от области с градиентами гидродинамических параметров, второй — с переходом энергии из внутренних степеней свободы в поступательные. На рис. 1 приведены расчеты коэффициентов прохождения и отражения. Для расчета выбран кислород с временем релаксации  $p\tau = 1,14 \cdot 10^{-10} \exp(19,57(T/T_0)^{-1/3})$  атм · с [1]. Видно, что при небольшой колебательной температуре  $T_V$  коэффициент прохождения ( $K_{tr}$ ) примерно равен единице, коэффициент отражения ( $K_{ref}$ ) достаточно мал, т. е. падающая звуковая волна проходит через неравновесную область практически без изменений. С увеличением  $T_V$  градиенты гидродинамических параметров возрастают и падающая звуковая волна отражается сильнее, поэтому  $K_{tr}$  уменьшается, а  $K_{ref}$  увеличивается. Однако начиная с некоторого значения  $T_V$ , на определенных частотах происходит резкое увеличение коэффициентов прохождения и отражения. Если исключить в уравнениях для возмущений перекачку энергии из внутренних степеней свободы в поступательные, то резкого увеличения коэффициентов  $K_{tr}$  и  $K_{ref}$  не наблюдается (штриховые кривые на рис. 1). Таким образом, основную роль в образовании аномалий в поведении  $K_{tr}$  и  $K_{ref}$  в проточной системе играет подпитка возмущений за счет энергии внутренних степеней свободы.

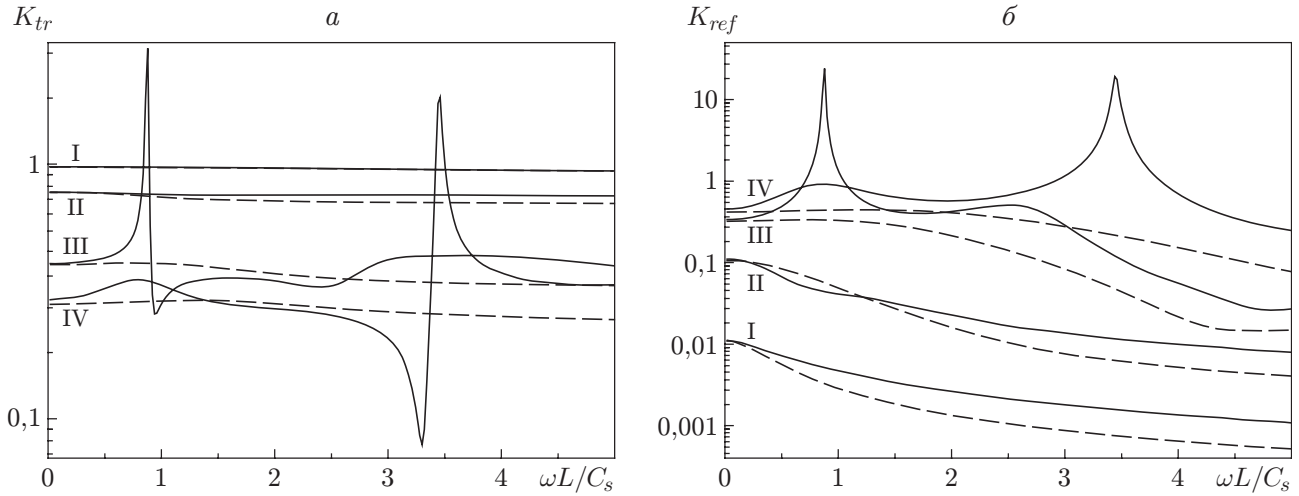


Рис. 1. Зависимость коэффициента прохождения  $K_{tr}$  (а) и коэффициента отражения  $K_{ref}$  (б) от безразмерной частоты  $\omega L/C_S$  в случае локальной накачки энергии при  $v = 100$  м/с:

I —  $T_V = 500$  К; II —  $T_V = 1000$  К; III —  $T_V = 2000$  К; IV —  $T_V = 2500$  К; штриховые линии — расчет без учета перекачки энергии в поступательные степени свободы

Аналогичное рассмотрение было проведено и для случая протяженной накачки (рис. 2). Сравнение рис. 1,а и рис. 2 позволяет оценить влияние протяженности зоны накачки: меняется количество резонансов, однако в обеих моделях резонанс присутствует.

Для каждого способа накачки энергии при заданной скорости потока можно найти такую колебательную температуру  $T_V$ , выше которой на определенных частотах коэффициент усиления будет больше определенного значения. Таким образом, можно построить график зависимости  $T_V(v)$ . Так, на рис. 3  $K_{tr} > 3$  выше кривых 1 и 1'. В этих областях происходит существенная перекачка энергии из неравновесной области в гидродинамические возмущения.

**Двумерное взаимодействие с неравновесной областью.** Для рассмотрения взаимодействий с вихревыми возмущениями, а также при косом падении звуковых волн необходимо решать двумерную задачу.

Решение полностью аналогично одномерному случаю. В этом случае добавляется еще одно уравнение движения для компоненты скорости  $v'_y$  и произвольное возмущение записывается в виде  $a'(x, y) = a'_0(x) \exp(i\omega t + ik_y y)$ . На рис. 4 представлена зависимость коэффициента прохождения  $K_{tr}$  от безразмерных параметров  $\omega L/C_S$  и  $k_y L$  при фиксированных значениях  $T_V$  и  $v$ , где  $L = v_0 \tau_0$ , т. е.  $K_{tr}$  определяется параметрами газа в начале релаксационной зоны. Видно, что в двумерной задаче коэффициенты усиления в резонансной области существенно выше, это связано с увеличением длины пробега в усиливающей среде для наклонных возмущений. Расчет производился для случая, когда существует отраженная звуковая волна. Как и в одномерном случае, можно найти границу резонансного взаимодействия (см. рис. 3). В двумерном случае граница стала ниже, чем в одномерном, т. е. область резонансного взаимодействия увеличилась.

**Влияние стенок резонатора на свойства проточной системы.** Реальная система содержит стенки и зеркала, вблизи которых поток поворачивается. Вихревые и тепловые возмущения сносятся вместе с потоком, а звуковые отражаются от стенок. Простейшие оценки показывают, что такие препятствия существенно увеличивают коэффициенты прохождения и отражения.

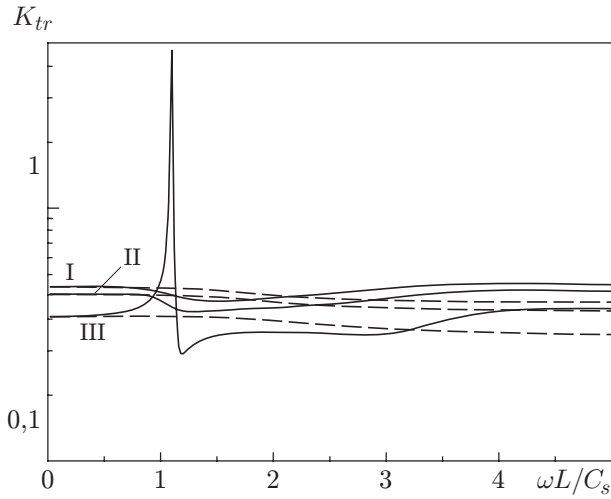


Рис. 2

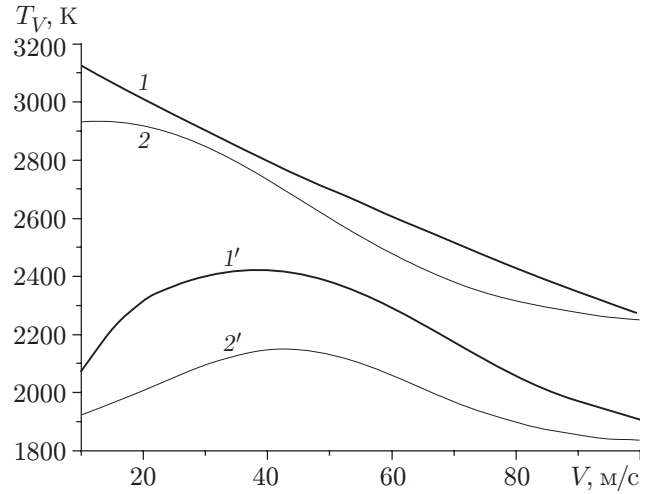


Рис. 3

Рис. 2. Зависимость коэффициента прохождения  $K_{tr}$  от безразмерной частоты  $\omega L/C_s$  в случае протяженной накачки энергии при  $v = 100$  м/с:

I —  $T_V = 1500$  К; II —  $T_V = 1602$  К; III —  $T_V = 1900$  К; штриховые линии — расчет без учета перекачки энергии в поступательные степени свободы

Рис. 3. Границы резонансного взаимодействия (выше критических кривых  $K_{tr} > 3$ ): 1, 1' — одномерный случай; 2, 2' — двумерный; 1, 2 — локальный ввод энергии; 1', 2' — протяженный

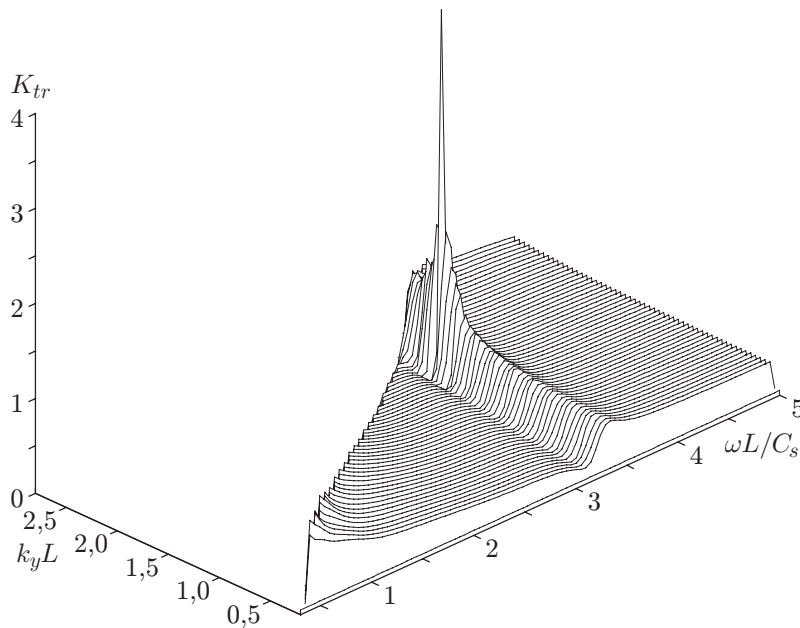


Рис. 4. Зависимость коэффициента прохождения  $K_{tr}$  от безразмерных частоты  $\omega L/C_s$  и волнового вектора  $k_y L$  в случае локальной накачки энергии при  $v = 100$  м/с,  $T_V = 2350$  К

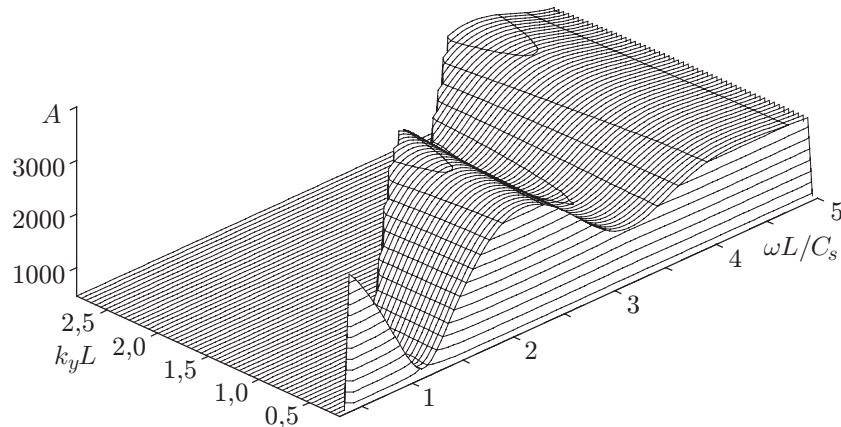


Рис. 5. Зависимость эффективности генерации тепловой моды от безразмерных частоты  $\omega L/C_s$  и волнового вектора  $k_y L$  в случае локальной накачки энергии при  $v = 50$  м/с,  $T_V = 2000$  К

**Взаимодействие вихревых возмущений с релаксационной зоной.** Эта задача представляет интерес в связи с попытками улучшить теплоотвод в системе за счет турбулизации потока.

Считается, что дополнительная турбулизация газодинамического потока газа должна повышать устойчивость разряда. Перемешивая газ в рабочей области, она должна уменьшать возникающие неоднородности гидродинамических параметров, что приводит к более стабильному разряду.

Однако в [3–6] показано, что с увеличением интенсивности турбулентности устойчивость ухудшается. В рамках рассматриваемой задачи это явление может быть объяснено генерацией тепловых волн.

Создание турбулизации в потоке в рамках решаемой задачи эквивалентно появлению вихревой моды, падающей на фронт возмущения. Используемая в данной работе методика позволяет показать, что падающая на неравновесную область вихревая мода приводит к генерации всего набора гидродинамических мод, в том числе тепловой моды, которая оказывает наибольшее влияние на дестабилизацию разряда.

На рис. 5 приведено отношение амплитуды генерируемой тепловой моды к амплитуде падающей вихревой в зависимости от  $\omega L/C_s$  и  $k_y L$ . Видно, что имеется область значений  $\omega L/C_s$  и  $k_y L$ , при которых эффективность генерации тепловой моды гораздо меньше, чем при других волновых числах. Таким образом, возможен выбор режима турбулизации, обеспечивающего минимальную генерацию тепловых возмущений.

Возникновением тепловых волн можно объяснить обнаруженную в экспериментах с турбулизацией немонотонную зависимость вкладываемой предельной мощности от степени неравновесности и скорости прокачки. Амплитуда тепловых волн определяется параметрами вихревых возмущений и может быть минимизирована, что будет способствовать стабилизации разряда.

**Заключение.** Решена задача о взаимодействии малых гидродинамических возмущений с неравновесной областью потока газа при различных способах накачки энергии.

Показано, что при одномерном взаимодействии существует область резонансных параметров, определяемая скоростью прокачки, степенью неравновесности и частотой возмущения, для которой коэффициенты прохождения и отражения аномально велики. Показано, что дополнительные препятствия существенно увеличивают значения резонансных коэффициентов.

Решена задача о двумерном взаимодействии возмущений с областью неравновесного газа. Установлено, что резонансные коэффициенты прохождения и отражения существенно возрастают по сравнению с одномерным случаем.

Также показано, что при взаимодействии вихревых возмущений с неравновесной зоной генерируются тепловые волны, амплитуда которых определяется параметрами потока.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Гордиец Б. Ф., Осипов А. И., Шелепин Л. А.** Кинетические процессы в газах и молекулярные лазеры. М.: Наука, 1980.
2. **Haas R. A.** Plasma instability of electric discharge in molecular gases // Phys. Rev. A. 1973. V. 8, N 2. P. 1017–1043.
3. **Абильситов Г. А., Велихов Е. П., Голубев В. С. и др.** Мощные газоразрядные CO<sub>2</sub>-лазеры // Квантовая электроника. 1992. Т. 162, № 11.
4. **Гембаржевский Г. В., Генералов Н. А., Соловьев Н. Г.** Исследование спектра пульсаций скорости вихревого течения колебательно-возбужденного молекулярного газа в тлеющем разряде // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2000. № 2. С. 83–90.
5. **Бондаренко А. В., Голубев В. С., Даньшиков Е. В. и др.** О влиянии турбулентности на устойчивость самостоятельного разряда в потоке воздуха // Физика плазмы. 1979. Т. 5, вып. 5. С. 687–692.
6. **Акишев Ю. С., Козлов А. Н., Напартович А. П. и др.** Корреляционные измерения характеристик тлеющего разряда в турбулентном потоке газа // Физика плазмы. 1982. Т. 8. С. 736–745.

*Поступила в редакцию 1/VI 2004 г.,  
в окончательном варианте — 21/II 2005 г.*

---