

8. Kim K. T., Sohn C.-H. Modeling of reaction buildup processes in shocked porous explosives // Eighth Symp. (Intern.) on Detonation.— Albuquerque, 1985.— V. 2.
9. Frey R. B. Cavity collapse in energetic materials // Eighth Symp. (Intern.) on Detonation.— Albuquerque, 1985.— V. 1.
10. Садовой А. А., Чулков Н. М. Инерционное схождение цилиндрических и сферических оболочек из несжимаемых вязкопластических материалов // ВАН. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики.— 1986.— Вып. 2.
11. Carroll M. M., Kim K. T., Nesterenko V. F. The effect of temperature on viscoplastic pore collapse // J. Appl. Phys.— 1986.— V. 59, N 6.

Поступила 28/1 1988 г.

УДК 539.3 : 534.1

ИЗГИБНЫЕ РЕЗОНАНСНЫЕ ВОЛНЫ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ ПРИ ДВИЖУЩЕЙСЯ РАДИАЛЬНОЙ НАГРУЗКЕ

Н. И. Александрова, И. А. Поташников, М. В. Степаненко
(Новосибирск)

Анализ осесимметричных волновых процессов в бесконечных цилиндрических системах показывает [1, 2], что существуют критические скорости движения в осевом направлении поверхностной нагрузки, которая формирует резонансные возмущения. Если скорость нагрузки совпадает со «стержневой» ($c_s = \sqrt{E/\rho}$), реализуется длинноволновый резонанс продольных колебаний. Другая критическая скорость отвечает средневолновой части спектра и соответствует минимуму дисперсионной кривой первой моды.

Асимптотика роста резонансных волн в оболочках для сравнительно больших значений времени ($t \rightarrow \infty$) получена в [1—3]. Применимость асимптотического решения при конечных значениях времени исследована лишь для низкочастотных продольных резонансных процессов [2, 4, 5]. Ниже получена асимптотика изгибных резонансных волн для различного вида нагрузок и выявлена ее применимость для количественных оценок в ограниченных по длине системах. Определен вид нагрузки, при которой возмущения растут существенно быстрее, чем в других случаях.

Постановка задачи. Динамика оболочки описывается линейными уравнениями классической теории Кирхгофа — Лява

$$(1) \quad \ddot{u} = u'_x + \nu w'_x, \quad \ddot{w} = -\nu u'_x - w - \varepsilon u_x^{IV} + Q/h, \quad \varepsilon = h^2/12,$$

где u , w — смещения оболочки в осевом x и радиальном направлениях; h — толщина оболочки; Q — действующая нагрузка. За единицы измерения приняты: $c = \sqrt{E/[\rho(1-\nu^2)]}$ — скорость звука в тонкой пластине (E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона); R — радиус оболочки; ρ — ее плотность. Начальные условия нулевые. В плоскости $x = 0$ выполняются условия симметрии ($w'_x = w'''_x = 0$, $u = 0$).

Рассматриваются нагрузки двух видов: а) по поверхности оболочки вдоль ее оси со скоростью c_0 движется ступенчатая волна нормального давления $Q = H_0(t) H_0(c_0 t - |x|)$ ($H_0(z)$ — функция Хевисайда); б) амплитуда давления в волне изменяется по синусоидальному закону $Q = H_0(t) \times H_0(c_0 t - |x|) \sin(q_0|x| - \omega_0 t)$ ($\omega_0 = q_0 c_0$, q_0 — частота формы). Как частный случай исследуется ситуация, когда в сечении $x = 0$ приложена локальная нагрузка, осциллирующая с частотой ω_0 : $Q = H_0(t) H_1(x) \times \sin \omega_0 t$ ($H_1(z)$ — функция Дирака).

Применяя к уравнениям (1) интегральные преобразования Лапласа по t (значок L , параметр p) и Фурье по x (значок F , параметр q), получим решение в LF -изображениях:

$$(2) \quad w^{LF} = \frac{Q^{LF}}{h} \frac{p^2 + q^2}{A(p, q)}, \quad u^{LF} = -\frac{Q^{LF}}{h} \frac{i\nu q}{A(p, q)},$$

$$A(p, q) = (p^2 + q^2)(1 + \varepsilon q^4 + p^2) - \nu^2 q^2$$

($A(p, q)$ — дисперсионный оператор системы).

Уравнение $A(p = iqc, q) = 0$ описывает зависимость фазовой скорости c от волнового числа q ($q = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны). В частности, для обо-

лочки оно имеет два корня:

$$(3) \quad c_1(q) = \sqrt{a - b}, \quad c_2(q) = \sqrt{a + b}$$

$$(a = (1/2)(\varepsilon q^2 + q^{-2} + 1), \quad b = (1/2)\sqrt{(\varepsilon q^2 + q^{-2} - 1)^2 + 4\nu^2 q^{-2}}).$$

Как показано в [1], особые точки на фазовых кривых в плоскости q , c , в которых фазовая и групповая ($\bar{C} = c + qdc/dq$) скорости равны, определяют критические скорости движения нагрузки, формирующей резонансные возмущения. Ниже исследуется особая точка первой моды $q_* \neq 0$, $dc/dq|_{q=q_*} = 0$, где фазовая скорость достигает абсолютного минимума c_* .

При $\nu = 0$ дисперсионный оператор вырождается в произведение двух независимых операторов, соответствующих изгибным волнам в стержне на упругом основании (с единичной жесткостью коэффициента постели) и продольным волнам в стержне. Нас интересует первая мода, из которой следует $q_* = (12/h^2)^{1/4}$, $c_* = (h^2/3)^{1/4}$. Для оболочки аналогичных выражений в явном виде нет, поэтому, разлагая (3) по степеням h , найдем приближенные выражения

$$q_* \approx [12(1 - \nu^2)/h^2]^{1/4}, \quad c_* \approx [h^2(1 - \nu^2)/3]^{1/4}.$$

Из решения (2) определить оригиналы в явном виде не удастся. Будем искать асимптотику возмущений в системе при больших временах с начала действия нагрузки ($t \rightarrow \infty$), используя метод обращения двукратных интегральных преобразований в окрестности луча $x = c_*t + \eta$, $\eta = \text{const}$, предложенный в [2]. Относительно плоскости $x = 0$ воздействие симметрично, поэтому в дальнейшем рассматриваем область $x \geq 0$.

Бегущая ступенчатая нагрузка. При $c_0 = c_*$, $q = q_*$ получим следующее асимптотическое ($t \rightarrow \infty$) решение:

$$(4) \quad w(x, t) \sim - \frac{1 - c_*^2}{\pi h q_*^2 c_* (\bar{c}_2^2 - c_*^2)} \left(\frac{t}{\varphi}\right)^{1/2} (F_1(\kappa) \cos \eta q_* + F_2(\kappa) \sin \eta q_*),$$

$$u(x, t) \sim - \frac{\nu}{\pi h q_*^3 c_* (\bar{c}_2^2 - c_*^2)} \left(\frac{t}{\varphi}\right)^{1/2} (F_2(\kappa) \cos \eta q_* - F_1(\kappa) \sin \eta q_*),$$

$$\bar{c}_2 = c_2(q_*), \quad \varphi = \frac{1}{2} \frac{d\bar{C}_1}{dq} \Big|_{q=q_*}, \quad \kappa = -\eta(\varphi t)^{-1/2}, \quad \eta = x - c_*t,$$

$$F_1(\kappa) = \int_0^\infty \frac{\cos \kappa y \sin y^2}{y^3} dy = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\cos\left(\frac{\kappa^2}{4}\right) + \sin\left(\frac{\kappa^2}{4}\right) \right) - \frac{\pi |\kappa|}{2} \left[C\left(\frac{\kappa^2}{4}\right) - S\left(\frac{\kappa^2}{4}\right) \right],$$

$$F_2(\kappa) = \int_0^\infty \frac{\cos \kappa y (1 - \cos y^2)}{y^2} dy = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\cos\left(\frac{\kappa^2}{4}\right) - \sin\left(\frac{\kappa^2}{4}\right) \right) -$$

$$- \frac{\pi |\kappa|}{2} \left[1 - C\left(\frac{\kappa^2}{4}\right) - S\left(\frac{\kappa^2}{4}\right) \right]$$

(графики функций F_1 , F_2 приведены в [2], S , C — интегралы Френеля). В формулах (4) и далее, если речь идет о стержне на упругом основании, надо заменить \bar{c}_2 на 1, а ν — на 0.

Асимптотика (4) совпадает с полученной в [2] с точностью до допущенных там опечаток. Из нее видно, что при движении ступенчатой нагрузки с критической скоростью c_* в системе формируется резонансный процесс: амплитуда квазистационарной огибающей изгибных возмущений неограниченно растет с течением времени как $t^{1/2}$, область, занятая возмущениями, расширяется тоже как $t^{1/2}$, несущая частота изгибных волн равна q_* .

Бегущая осциллирующая нагрузка. При $c_0 = c_*$, $q_0 = q_*$ асимптотика ($t \rightarrow \infty$) решения найдена в виде

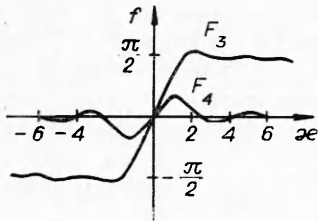
$$(5) \quad w(x, t) \sim -\frac{1-c_*^2}{2\pi h q_* c_* (\bar{c}_2^2 - c_*^2)} \left\{ t \left[\cos \eta q_* \left(\frac{\pi}{2} \left[1 + 2 \left(\frac{x}{c_* t} - 1 \right) H_0(-\eta) \right] + F_3(\kappa) \right) - F_4(\kappa) \sin \eta q_* \right] + \frac{1}{q_*} \left(\frac{t}{\varphi} \right)^{1/2} (F_2(\kappa) \cos \eta q_* + F_1(\kappa) \sin \eta q_*) \right\},$$

$$u(x, t) \sim -\frac{v}{2\pi h q_*^2 c_* (\bar{c}_2^2 - c_*^2)} \left\{ t \left[-\sin \eta q_* \left(\frac{\pi}{2} \left[1 + 2 \left(\frac{x}{c_* t} - 1 \right) H_0(-\eta) \right] + F_3(\kappa) \right) + F_4(\kappa) \cos \eta q_* \right] - \frac{1}{q_*} \left(\frac{t}{\varphi} \right)^{1/2} (F_1(\kappa) \cos \eta q_* - F_2(\kappa) \sin \eta q_*) \right\},$$

$$F_3(\kappa) = \int_0^\infty \frac{\sin \kappa y \sin y^2}{y^3} dy, \quad F_4(\kappa) = \int_0^\infty \frac{\sin \kappa y (1 - \cos y^2)}{y^3} dy.$$

Интеграл $F_3(\kappa)$ при больших значениях $|\kappa|$ стремится к $\pm\pi/2$, а $F_4(\kappa)$ — к нулю (рис. 1).

Таким образом, при действии синусоидальной нагрузки, движущейся с критической скоростью c_* и осциллирующей с частотой q_* , амплитуда огибающей изгибных возмущений растет пропорционально t . Этот более быстрый, чем для ступенчатой нагрузки, рост можно объяснить наличием уже в самой нагрузке частоты формы q_* , отвечающей резонансному режиму колебаний.



Р и с. 1

Если $F_3(\kappa)$ приближенно заменить асимптотически эквивалентной функцией

$$f(\kappa) = \kappa H_0(\pi/2 - |\kappa|) + (\pi/2) H_0(|\kappa| - \pi/2) \text{sign } \kappa$$

и не учитывать вклад функций F_1 , F_2 и F_4 , которые асимптотически несущественны по сравнению с $F_3(\kappa)$, то получим приближенную оценку решения

$$(6) \quad w(x, t) \sim -\frac{t(1-c_*^2) \cos \eta q_*}{2\pi h q_* c_* (\bar{c}_2^2 - c_*^2)} \left\{ \left(\kappa - \frac{\pi}{2} \text{sign } \eta \right) H_0 \left(\frac{\pi}{2} - |\kappa| \right) + \frac{\pi x}{c_* t} H_0(-\eta) \right\},$$

$$u(x, t) \sim -\frac{v \sin \eta q_*}{q_* (1-c_*^2) \cos \eta q_*} w(x, t).$$

Отсюда видно, что в фиксированной точке x амплитуда огибающей осциллограммы пропорциональна x .

Локальная осциллирующая нагрузка. Рассмотрим зависимость $\omega = \omega(q)$. В плоскости ω, q существуют две ветви: $\omega_{1,2} = qc_{1,2}$. Точка $\omega = 1$ кривой $\omega_2(q)$ особая, поскольку здесь $d\omega/dq = 0$ [6]. Ниже представлены решения, справедливые при $\omega_0 < \omega$, где ω ограничивает спектр возмущений $(0, \omega)$, приемлемо описываемый классической теорией [2].

При $\omega_0 > 1$ полученная асимптотика ($t \rightarrow \infty$) имеет вид

$$(7) \quad w(x, t) = w_1(x, t) + w_2(x, t), \quad u(x, t) = u_1(x, t) + u_2(x, t),$$

$$w_{1,2}(x, t) \sim -(1/2)W_{1,2} \{ P_1(\kappa_{1,2}) \cos(\omega_0 t - q_{1,2}x) - P_2(\kappa_{1,2}) \sin(\omega_0 t - q_{1,2}x) \},$$

$$u_{1,2}(x, t) \sim -(1/2)U_{1,2} \{ P_1(\kappa_{1,2}) \sin(\omega_0 t - q_{1,2}x) + P_2(\kappa_{1,2}) \cos(\omega_0 t - q_{1,2}x) \},$$

$$P_1(\kappa) = 1 + \left[C \left(\frac{\kappa^2}{4} \right) + S \left(\frac{\kappa^2}{2} \right) \right] \text{sign } \kappa, \quad P_2(\kappa) = \left[C \left(\frac{\kappa^2}{4} \right) - S \left(\frac{\kappa^2}{4} \right) \right] \text{sign } \kappa,$$

$$W_{1,2} = \frac{1 - c_{1,2}^2(q_{1,2})}{2h\omega_0 \bar{c}_{1,2}(q_{1,2}) [c_{2,1}^2(q_{1,2}) - c_{1,2}^2(q_{1,2})]},$$

$$U_{1,2} = \frac{\nu}{2h\omega_0 q_{1,2} \bar{C}_{1,2}(q_{1,2}) [c_{2,1}^2(q_{1,2}) - c_{1,2}^2(q_{1,2})]},$$

$$\bar{C}_{1,2} = \frac{d\omega_{1,2}(q)}{dq}, \quad \kappa_{1,2} = (\bar{C}_{1,2}(q_{1,2})t - x)(\Phi_{1,2}t)^{-1/2}, \quad \Phi_{1,2} = \frac{1}{2} \frac{d\bar{C}_{1,2}}{dq} \Big|_{q=q_{1,2}}$$

(q_1, q_2 — значения волновых чисел, определяемые точками пересечения прямой $\omega = \omega_0$ с фазовыми кривыми ω_1, ω_2). Для стержня на упругом основании $u_1 = u_2 = w_2 = 0$.

Функции $C(z), S(z)$, начиная с $z \sim 1$, осциллируют относительно среднего значения, равного 0,5, приближаясь к нему с ростом z . Максимальное отклонение от среднего при $z \geq 1$ лежит в пределах 35%. Учитывая это, найдем приближенную оценку, которая при $t \rightarrow \infty$ будет тем точнее, чем дальше отстоит от квазифронта рассматриваемая возмущенная область:

$$(8) \quad w_{1,2}(x, t) \sim -W_{1,2} \cos(\omega_0 t - q_{1,2}x) H_0(\bar{C}_{1,2}(q_{1,2})t - x),$$

$$u_{1,2}(x, t) \sim -U_{1,2} \sin(\omega_0 t - q_{1,2}x) H_0(\bar{C}_{1,2}(q_{1,2})t - x).$$

Выражения (8) имеют более доступную для анализа форму, чем (7). Видно, что возмущения в оболочке состоят из двух волн: со скоростью \bar{C}_1 распространяется изгибная волна, а впереди со скоростью $\bar{C}_2 \gg \bar{C}_1$ движется продольная «оболочечная» волна, инициированная изгибными возмущениями. Прогиб в продольной волне W_2 (среднее значение) по крайней мере на порядок меньше, чем W_1 . Отсюда вытекает, что основные возмущения в оболочке можно рассчитывать на основе модели стержня на упругом основании.

При $\omega_0 = 1$ асимптотика ($t \rightarrow \infty$) записывается как

$$(9) \quad w(x, t) \sim -\frac{t^{3/4}}{2\pi h \Phi_0^{1/4}} \{F_5(\kappa_0) \cos t - F_6(\kappa_0) \sin t\} + w_1(x, t), \quad u(x, t) = u_1(x, t),$$

$$F_5(\kappa) = \int_0^{\infty} \frac{\cos \kappa y \sin y^4}{y^4} dy, \quad F_6(\kappa) = \int_0^{\infty} \frac{\cos \kappa y (1 - \cos y^4)}{y^4} dy,$$

$$\kappa_0 = x(\Phi_0 t)^{-1/4}, \quad \Phi_0 = \frac{1}{24} \frac{d^3 \bar{C}_2}{dq^3} \Big|_{q=0}.$$

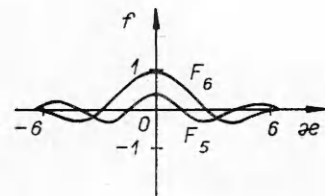
Графики интегралов $F_5(\kappa), F_6(\kappa)$ даны на рис. 2. Для сечения $x = 0$ асимптотика (9) преобразуется:

$$(10) \quad w(0, t) \sim -\frac{t^{3/4}}{6\pi h \Phi_0^{1/4}} \Gamma\left(\frac{1}{4}\right) \sin\left(\frac{3\pi}{4} - t\right) + w_1(0, t), \quad u(0, t) = u_1(0, t)$$

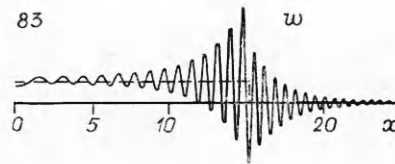
($\Gamma(z)$ — гамма-функция). Из формул (9), (10) видно, что амплитуда возмущений при действии локальной осциллирующей нагрузки с $\omega_0 = 1$ растет как $t^{3/4}$ в окрестности $x = 0$, расширяющейся как $t^{1/4}$. Этот результат отвечает качественной оценке [6]: при локальном силовом монохроматическом возбуждении с $\omega = 1$ в системе формируются резонансные возмущения, которые растут со временем пропорционально $t^{1-1/n}$ и распространяются вдоль оси с убывающей скоростью (n — порядок первой отличной от нуля производной $d^n \omega/dq^n$). В рассмотренном случае $n = 4$.

При $\omega_0 < 1$ асимптотика ($t \rightarrow \infty$) для оболочки соответствует выражениям (7), (8), где $w_2 = u_2 = 0$; для стержня же на упругом основании получаем решение, в котором амплитуда со временем асимптотически не растет и с удалением от места воздействия стремится к нулю.

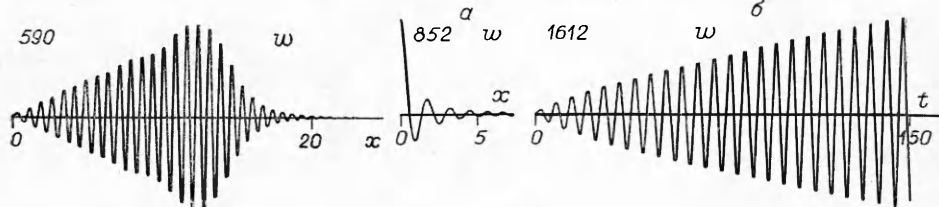
Численные решения. Чтобы определить пределы применимости найденных асимптотических решений, исходные уравнения движения рассчитываются конечно-разностным методом по явной схеме. Численная дисперсия минимизируется выбором оптимальных параметров сетки,



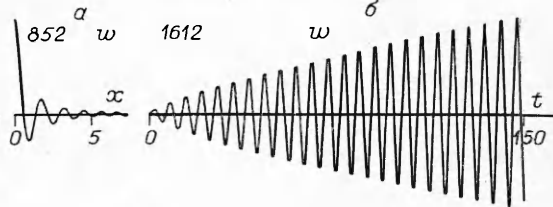
Р и с. 2



Р и с. 3



Р и с. 4



Р и с. 5

при которых выполняются условия устойчивости и минимумы фазовых скоростей разностной и континуальной моделей наиболее близки. Как показывает сравнение фазовых кривых, добиться совпадения критических точек (q_* , c_*) возможно лишь при $\tau, \delta \rightarrow 0$ (τ, δ — шаги сетки по времени и координате), поэтому в численных расчетах значения q_* , c_* берутся из разностных дисперсионных соотношений.

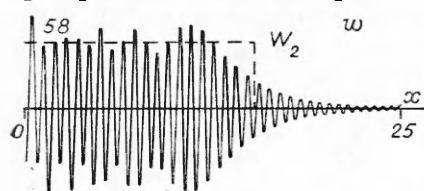
На рис. 3—6 представлены результаты численных расчетов для стержня на упругом основании, полученные при $h = 0,05$, $t = 90$, $\tau = \delta = 0,05$ (в левом верхнем углу указана максимальная амплитуда прогиба). Согласно расчетам, результаты для оболочки при тех же параметрах практически не отличаются от представленных.

На рис. 3 дан график прогиба при действии бегущей с критической скоростью c_* ступенчатой нагрузки, штриховая линия — статический прогиб $w = Q/h = 20$. С его учетом различие между численным и аналитическим решениями со временем убывает и при $t = 120$ составляет уже не более 2%. Можно считать, что начиная с $t \approx 30$ асимптотика (4) практически точна.

На рис. 4 показана эюра прогиба для бегущей синусоидальной нагрузки ($q_0 = q_*$, $c_0 = c_*$). Скорость роста резонансных возмущений совпадает с асимптотической оценкой (5), различие в максимальных значениях амплитуд не более 3% ($t = 120$). Из анализа осциллограмм возмущений, полученных численно, видно, что амплитуда за фронтом осциллирует относительно среднего значения $w = q_* x/4h$, определяемого из (6).

На рис. 5, 6 приведены графики прогиба, рассчитанные для локальной осциллирующей нагрузки. Численные результаты хорошо согласуются с аналитическими: при $\omega_0 < 1$ амплитуда возмущений со временем не растет; при $\omega_0 = 1$ (рис. 5: а — эюра при $t = 90$, б — осциллограмма в точке $x = 0$) огибающая возмущений в окрестности $x = 0$ увеличивается пропорционально $t^{3/4}$; при $\omega_0 > 1$ (рис. 6, $\omega_0 = \sqrt{2}$) возмущения распространяются с амплитудой, осциллирующей относительно среднего значения (штриховая линия), которое находится из (7).

Сравнение численных и аналитических решений, описывающих распространение изгибных резонансных волн в цилиндрической оболочке



Р и с. 6

и стержне на упругом основании, показывает, что полученные асимптотики с хорошей точностью определяют основные возмущения в системе, сформированные за конечный промежуток времени.

Авторы благодарят Л. И. Слепана за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Слепян Л. И. Резонансные явления в пластинах и оболочках при бегущей нагрузке // Тр. VI Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластинок.— М.: Наука, 1966.
2. Слепян Л. И. Нестационарные упругие волны.— Л.: Судостроение, 1972.
3. Слепян Л. И., Яковлев Ю. С. Интегральные преобразования в нестационарных задачах механики.— Л.: Судостроение, 1980.
4. Айзенберг М. В. Расчет продольных резонансных волн в тонкой цилиндрической оболочке, погруженной в сжимаемую жидкость // Тр. VII Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластинок.— М.: Наука, 1970.
5. Пинчукова Н. И., Степаненко М. В. Низкочастотные резонансные волны в цилиндрической оболочке с присоединенными массами // ФТПРПИ.— 1979.— № 4.
6. Слепян Л. И., Царева О. В. Поток энергии при нулевой групповой скорости несущей волны // ДАН СССР.— 1987.— Т. 294, № 4.

Поступила 15/XII 1987 г.

УДК 539.375

РАСЧЕТ ДЕФОРМАЦИИ ХРУПКИХ МАТЕРИАЛОВ С УЧЕТОМ ДОПРЕДЕЛЬНОГО РАЗРУШЕНИЯ

А. В. Талонов, Б. М. Тулинов

(Москва)

Для описания деформационных свойств гетерогенных материалов в настоящее время широко используется модель упругой среды, ослабленной большим числом трещин [1—9].

Цель настоящей работы — построение системы определяющих уравнений для расчета деформационных свойств хрупких материалов на основе развития модели трещиноватой среды, предложенной в [3, 4, 9], с учетом роста трещин в процессе деформирования.

1. Рассмотрим развитие изолированной сдвиговой трещины. Распространение сдвиговой трещины в рамках плоской постановки исследовалось в [6—8], где отмечено, что в процессе нагружения в концевых зонах сдвиговой трещины возникают отрывные трещины, растущие в общем случае по криволинейным траекториям.

Эксперименты [8] показывают, что искривление растущей отрывной трещины происходит непосредственно вблизи концевой зоны сдвиговой трещины. В дальнейшем независимо от направления плоскости сдвиговой трещины рост отрывной трещины происходит в плоскости, перпендикулярной направлению наименьшего сжимающего напряжения.

В настоящей работе, в отличие от [9], отдельная трещина моделируется трехзвенным разрезом, состоящим из трещины сдвига длиной $2L$ и двух центрально-симметричных прямолинейных трещин отрыва с начальной длиной l (рис. 1).

Макроскопический тензор деформаций трещиноватой среды в рамках метода непосредственного усреднения полей по объему [2] определяется через смещения берегов трещин усредненных по поверхностям статистического ансамбля разрезов. Так как локальные смещения вдоль разреза не входят непосредственно в конечный результат, то для упрощения расчетов при сохранении всех характерных особенностей решения исходной задачи средние смещения поверхности трехзвенной трещины предлагается представить в виде суперпозиции средних смещений поверхностей двух трещин (рис. 1). Непрерывность смещений берегов разреза в точках излома обеспечивается согласованием краевых условий на разрезах B и C .

Рассмотрим сначала трещину B , находящуюся в безграничной упругой среде с модулем Юнга E_0 и коэффициентом Пуассона ν_0 . В центре данной трещины помещаем систему координат xOy так, чтобы ось Ox была направлена вдоль разреза. Напряженное состояние на бесконечности считается однородным, а главные напряжения равными σ_{11} и σ_{22} . Для данного напряженного состояния ориентация трещины определяется углом θ между главной осью, соответствующей σ_{22} , и осью Oy . Остановимся на случае сжимающих напряжений $\sigma_{22} < \sigma_{11} \leq 0$.