Теплофизика и аэромеханика, 2023, том 30, № 1

УДК 532.526

Численное моделирование развития вихрей Гёртлера в сжимаемом пограничном слое на вогнутой поверхности*

Т.А. Гимон, В.А. Кисловский, С.В. Лукашевич, С.О. Морозов, М.С. Николаев, А.Н. Шиплюк

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

E-mail: morozov@itam.nsc.ru

Проведено численное моделирование генерации и развития вихрей Гёртлера в сжимаемом пограничном слое на вогнутой поверхности. Расчет проведен в программе Fluent пакета Ansys. Рассмотрены стационарные и нестационарные возмущения при числе Маха набегающего потока M ≈ 4. Показано, что при введении периодического в трансверсальном направлении к потоку возмущения на прямом участке поверхности оно затухает, а на вогнутой поверхности нарастает. Сравнение результатов выполненных расчетов с расчетами в рамках линейной теории устойчивости показало, что область восприимчивости пограничного слоя к возмущениям на вогнутой поверхности составляет примерно 17 толщин пограничного слоя. После зоны восприимчивости возмущения нарастают по экспоненциальному закону с небольшими отклонениями. Профили пульсаций потока хорошо согласуются с данными, полученными по линейной теории устойчивости. Показано, что развитие нестационарного возмущения вдоль поверхности модели при рассматриваемых параметрах мало отличается от стационарного возмущения.

Ключевые слова: сжимаемый пограничный слой, ламинарно-турбулентный переход, линейная теория устойчивости, вихри Гёртлера, прямое численное моделирование.

Введение

Ламинарный пограничный слой на вогнутых поверхностях неустойчив по отношению к вихрям Гёртлера [1]. В рамках линейной теории устойчивости показано, что вихри Гёртлера могут нарастать как в несжимаемом пограничном слое [2], так и в сжимаемом [3]. Рост вихрей Гёртлера определяется кривизной поверхности и параметрами набегающего потока (скорость, температура, давление) [1 – 3]. Вихри Гёртлера, как правило, возбуждаются на неровностях поверхности, поэтому большинство исследований проведено в стационарной постановке. Однако возможны сценарии, при которых вихри Гёртлера вызываются внешними нестационарными возмущениями потока [4]. Согласно линейной теории устойчивости, нестационарные вихри Гёртлера нарастают медленнее,

* Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 21-19-00393).

© **Гимон Т.А., Кисловский В.А., Лукашевич С.В., Морозов С.О., Николаев М.С., Шиплюк А.Н., 2023**

чем стационарные [2]. Для несжимаемого пограничного слоя нестационарные вихри Гёртлера исследованы теоретически и экспериментально [2, 4 – 6]. Стационарные вихри Гёртлера для сжимаемого потока исследованы в рамках параллельной линейной теории устойчивости [3], непараллельной линейной теории устойчивости [7] и прямого численного моделирования [8, 9]. Стационарные и слабонестационарные вихри исследованы для сжимаемого пограничного слоя в рамках непараллельной линейной теории устойчивости [10]. Показано, что, как и в несжимаемом пограничном слое, нестационарные возмущения имеют большие критические числа Гёртлера и меньшие скорости роста по сравнению со стационарными. Увеличение частоты возмущений приводит к смещению максимума амплитуды пульсаций продольной скорости ближе к границе пограничного слоя.

Настоящая работа направлена на сравнение линейного развития стационарных и нестационарных вихрей Гёртлера в сжимаемом пограничном слое в рамках прямого численного моделирования уравнений движения идеального газа.

Методика численного моделирования

Для проведения численного моделирования использовалась программа Fluent пакета Ansys. Задача решалась для идеального сжимаемого газа (воздух). Вязкость рассчитывалась по закону Сазерленда, теплопроводность — по кинетической теории.

Расчетная область схематично показана на рис. 1. На границе *1* поставлено условие набегающего потока, на границе *2* — условие вытекания в вакуум, граница *3* соответствует твердой поверхности с постоянной температурой. Поверхность в начале области прямая, а далее переходит в вогнутую поверхность с постоянным радиусом кривизны R. На границе *3* в малой локальной области задано периодическое по трансверсальной координате z искусственное изменение ортогональной к поверхности скорости V по формуле:

$$V = V_0 \cos\left(2\pi\lambda_z z\right)\sin\left(2\pi ft\right),$$

где V_0, λ_z, f — амплитуда, длина волны и частота вводимого возмущения соответственно; t — время. Поперечная длина волны вводимого возмущения $\lambda_z \approx 0{,}011$, частота $f \approx 0{,}5$. Здесь и далее координаты x, y, z составляют ориентированную к поверхности систему координат: x — ось, направленная по длине поверхности ($x = 0$ — передняя кромка модели), y — ось, нормальная к поверхности ($y = 0$ — поверхность), z — ось, ортогональная к плоскости (x, y). Все координаты нормированы на протяженность поверхности L. Частота обезразмерена на характерное время пролета потока всей модели:

$$t_L = L/U_\infty,$$

где U_∞ — скорость набегающего потока.

Расчетная область для моделирования развития вихрей Гёртлера начиналась с $x = 0{,}33$. На входе задавался профиль пограничного слоя, полученный в результате расчета области от кромки модели ($x = 0$) до начала вогнутой части ($x = 0{,}38$) в двумерной постановке. Источник возмущений

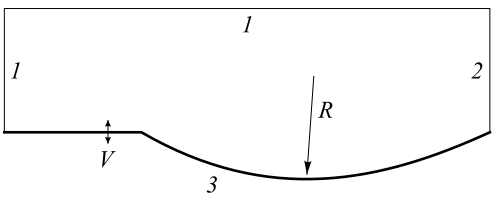

Рис. 1. Схематичное изображение расчетной области.
Граница *1* соответствует условию набегающего потока, граница *2* — условию вытекания в вакуум, граница *3* — твердой поверхности с постоянной температурой.

расположен при $x = 0{,}35$. Расчетная сетка для моделирования вихрей Гёртлера создана с равномерным шагом вдоль поверхности $\Delta x \approx 7{,}5\cdot10^{-4}$. На вогнутой поверхности по y в области высотой $y \approx 8\cdot10^{-3}$ сетка имеет 50 ячеек с равномерным шагом, а вне этой области шаг монотонно увеличивался со скоростью примерно 1,07. Суммарно в двумерной плоскости (x, y) расчетная сетка имеет примерно 130 000 ячеек. Проведенное исследование сходимости расчетной сетки для двумерной задачи в плоскости (x, y) показало, что дальнейшее уменьшение размера ячеек в 2 раза не приводит к значительному изменению профилей пограничного слоя. По координате z область вмещает в себя две длины волны возмущения. На боковых границах установлено условие симметрии. На длину волны приходится 24 ячейки. Как показано в работе [10], такое количество ячеек является достаточным для разрешения стационарных вихрей Гёртлера на линейной и нелинейной стадиях развития.

Шаг по времени для нестационарного случая выбран из расчета 100 шагов на период вводимого возмущения ($1/f$). Продольная длина волны возмущения для частоты возмущения $f = 0{,}5$ по расчетам в рамках линейной теории устойчивости составляет $\lambda_x \approx 1{,}7$.

Результаты

На первом шаге численного моделирования проведен расчет стационарного поля течения около модели без возмущений. Расчеты выполнены для числа Маха $M \approx 4$ и отношения температуры поверхности к температуре торможения потока $T_w/T_0 \approx 1$. На рис. 2 показаны числа Рейнольдса (Re) и Гёртлера (G), определенные по формулам:

$$\mathrm{Re} = \frac{U_e \rho_e \delta^{**}}{\mu_e},$$

$$\mathrm{G} = \mathrm{Re}\sqrt{\delta^{**}/R},$$

где U_e, ρ_e, μ_e — скорость, плотность, вязкость на границе пограничного слоя, δ^{**} — толщина потери импульса. Видно, что число Рейнольдса на прямой части модели растет, на переходной части резко уменьшается и на вогнутой части увеличивается до $x \approx 0{,}84$, после чего уменьшается к концу модели. Число Гёртлера, определенное по толщине потери импульса, немонотонно изменяется в пределах $\mathrm{G} \approx 3-10$. Для сравнения, в работе [8] $\mathrm{G} \approx 2-45$, в работе [7] исследования проведены для квадрата числа Гёртлера, определенного по длине волны, $\mathrm{G}_\lambda^2 \approx (0{,}2-1{,}2)\cdot10^3$ (в нашей работе $\mathrm{G}_\lambda^2 \approx (15\,000-20\,000)\cdot10^3$), в [9] число Гёртлера, определенное по размеру Блазиуса, $\mathrm{G_{Bl}} \approx 3-30$, в работе [10] $\mathrm{G_{Bl}} \approx 7-20$ (в нашей работе $\mathrm{G_{Bl}} \approx 15-30$). Часто используется безразмерный параметр

$$\Lambda = \frac{U_e \rho_e \lambda}{\mu_e}\sqrt{\frac{\lambda}{R}},$$

который в настоящей работе лежит в диапазоне $\Lambda = 4000-7000$. В исследовании [10] $\Lambda = 1200-3500$.

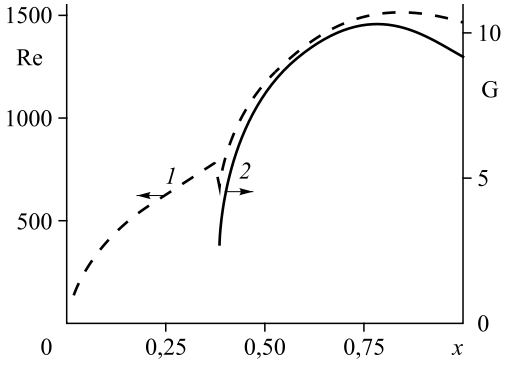

Рис. 2. Зависимость числа Рейнольдса (*1*) и числа Гёртлера (*2*) от продольной координаты модели.

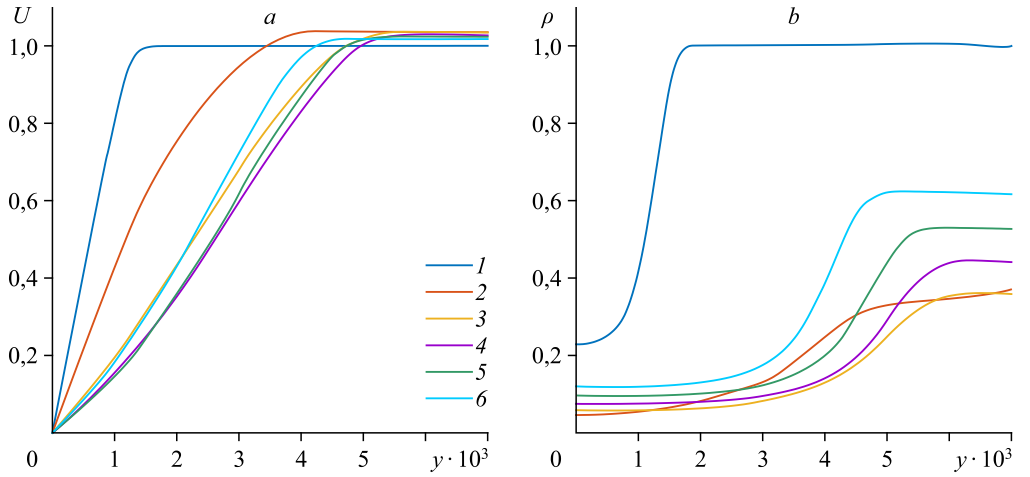

Рис. 3. Профили скорости (*a*) и плотности (*b*) в пограничном слое в различных сечениях вдоль модели.

x = 0,35 (*1*), 0,41 (*2*), 0,53 (*3*), 0,65 (*4*), 0,77 (*5*), 0,89 (*6*).

На рис. 3 приведены профили продольной скорости U и плотности ρ в пограничном слое в различных сечениях продольной координаты x (x и y нормированы на протяженность поверхности, скорость и плотность нормированы на значения U_∞ и ρ_∞ в набегающем потоке соответственно). Первое сечение (x = 0,35) соответствует прямой поверхности, второе (x = 0,41) — сразу после выпуклой поверхности, а остальные (x = 0,53 – 0,89) — вогнутой поверхности. Видно, что на выпуклой поверхности происходит ускорение и разрежение потока, а на вогнутой — торможение и сжатие.

Источник возмущения расположен на прямой поверхности при x = 0,35. На рис. 4 показана эволюция амплитуды A пульсаций температуры стационарных вихрей Гёртлера, полученной в результате прямого численного моделирования (ПЧМ) и расчетов в рамках линейной теории устойчивости (ЛТУ). В ПЧМ амплитуда определена путем поиска максимума модуля пульсаций температуры в плоскости (y, z) для каждого сечения по x. При этом максимум не изменяет своего положения относительно координаты z. В случае ЛТУ амплитуда получена путем интегрирования локальных степеней роста вдоль поверхности модели, как и в [11]. Для согласования полученных в ЛТУ и ПЧМ результатов выполнена нормировка амплитуды таким образом, чтобы при x = 0,5 ее значение равнялось единице. Стоит отметить, что амплитуда возмущения в ПЧМ не превышает 2 % от значения в набегающем потоке. На рис. 4 видно, что амплитуда генерируемого периодического в трансверсальном направлении стационарного возмущения в прямом численном моделировании на прямой и выпуклой поверхности затухает до $x \approx 0{,}4$. На вогнутой поверхности возмущение начинает нарастать, причем до $x \approx 0{,}5$ рост неэкспоненциальный, что может указывать на восприимчивость пограничного слоя к генерируемому возмущению в области $x \approx$ ≈ 0,4 – 0,5. Протяженность этой области

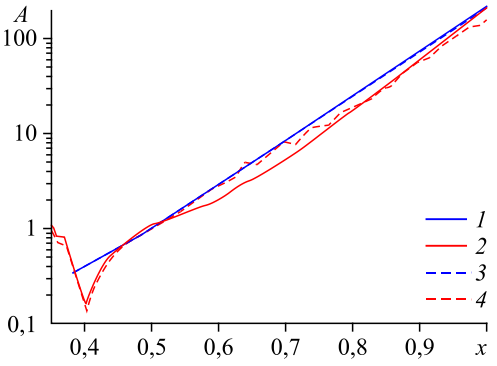

Рис. 4. Эволюция амплитуды стационарного (*1*, *2*) и нестационарного (*3*, *4*) возмущения вдоль модели.

1, *3* — линейная теория устойчивости, *2*, *4* — прямое численное моделирование.

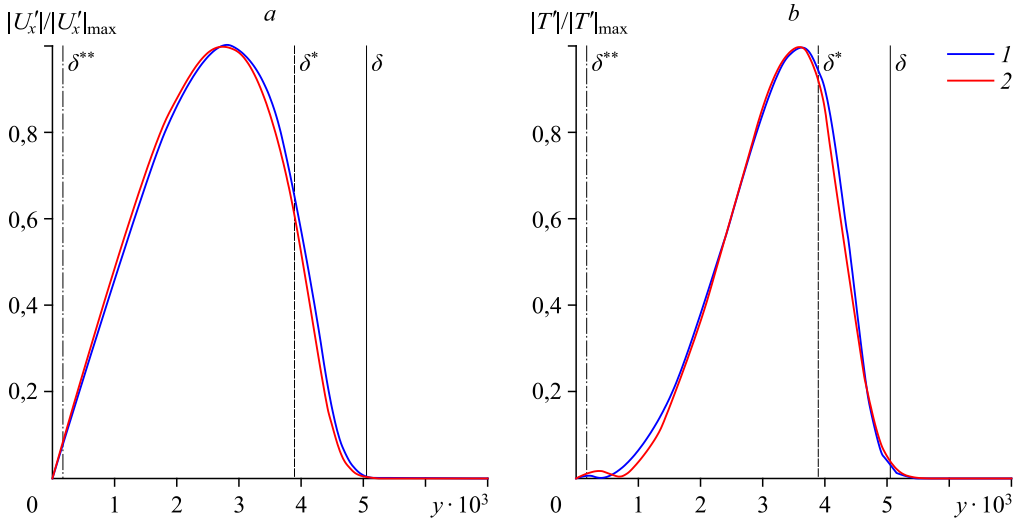

Рис. 5. Профили модуля амплитуды возмущения продольной к поверхности скорости U' (*a*) и температуры T' (*b*) стационарных вихрей Гёртлера при $x = 0{,}875$.
1 — ЛТУ, *2* — ПЧМ; вертикальные линии обозначают толщины пограничного слоя (δ, δ^*, δ^{**}).

соответствует $17\delta_m$ (где δ_m — средняя толщина пограничного слоя в области $x = 0{,}4-0{,}5$) или примерно равна $9\lambda_z$. После $x \approx 0{,}5$ зависимость амплитуды близка к экспоненциальной с малыми отклонениями. Амплитуда возмущения, полученная в рамках ЛТУ, качественно совпадает с амплитудой, полученной в результате ПЧМ. Зависимость амплитуды нестационарного возмущения практически совпадает со стационарным случаем.

На рис. 5 приведены профили модуля амплитуды возмущения скорости и температуры, полученные в ЛТУ- и ПЧМ-подходах. Вертикальными линиями обозначены толщины пограничного слоя: δ — толщина пограничного слоя, δ^* — толщина вытеснения, δ^{**} — толщина потери импульса. Отмечено хорошее согласование результатов расчетов в двух подходах. Максимум возмущения скорости наблюдается при $y \approx 0{,}5\delta$. Профиль модуля возмущения температуры имеет два локальных экстремума: первый расположен около поверхности, а второй при $y \approx 0{,}7\delta$ и имеет большую амплитуду, чем первый. Видно, что основное различие в профилях, полученных в ЛТУ и ПЧМ, имеется у первого экстремума, в случае ПЧМ амплитуда первого экстремума в 2 раза больше, чем в ЛТУ, и его положение смещено дальше от поверхности. Полученные профили амплитуды возмущений скорости и температуры в пограничном слое характерны для сжимаемых пограничных слоев [7].

На рис. 6*a* представлены профили амплитуды возмущений температуры нестационарных вихрей Гёртлера в различные моменты времени, полученные методом ПЧМ. Полученные вихри Гёртлера имеют практически такой же период, как и вводимое возмущение. Сравнение с ЛТУ показало хорошее совпадение результатов (см. рис. 6*b*).

Выводы

Проведено численное моделирование возбуждения стационарных и нестационарных вихрей Гёртлера в сжимаемом пограничном слое. Полученные результаты прямого численного моделирования показали хорошее согласование с результатами расчетов в рамках линейной теории устойчивости. Показано, что вводимое возмущение затухает на прямой и выпуклой поверхностях и нарастает на вогнутой. В начале вогнутой поверхности возмущение нарастает по неэкспоненциальному закону, что соответствует

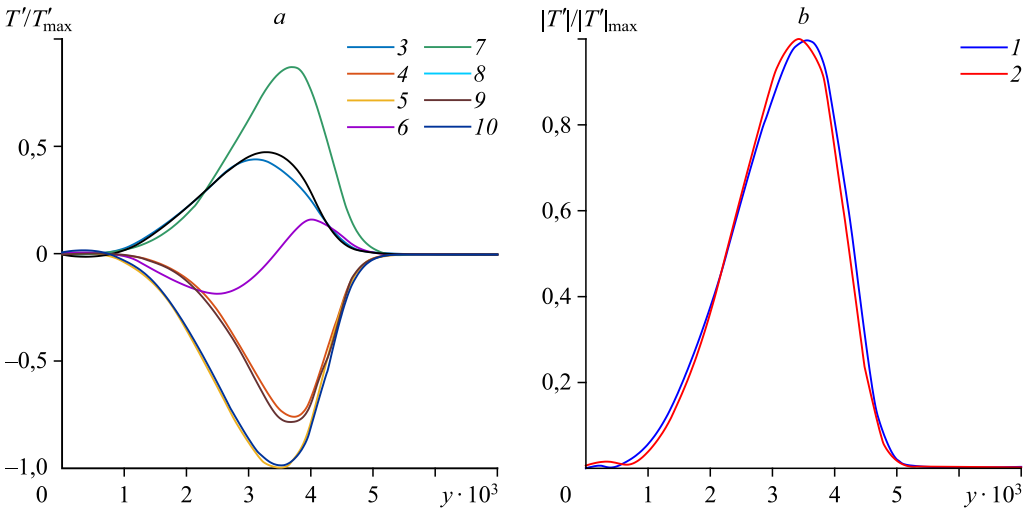

Рис. 6. Профили амплитуды возмущений температуры в различные моменты времени (*a*) и абсолютная амплитуда (*b*) нестационарных вихрей Гёртлера при $x = 0{,}875$.
1 — ЛТУ, *2* — ПЧМ; $t = 0$ (*3*), 0,2 (*4*), 0,4 (*5*), 0,6 (*6*), 0,8 (*7*), 1,0 (*8*), 1,2 (*9*), 1,4 (*10*).

зоне восприимчивости пограничного слоя. Протяженность этой области для стационарного и нестационарного случаев составляет 17 толщин пограничного слоя. Ниже по потоку от зоны стационарное и нестационарное возмущения нарастают в соответствии с линейной теорией устойчивости с небольшими отклонениями. Показано, что развитие нестационарного возмущения вдоль поверхности модели при рассматриваемых параметрах слабо отличается от характеристик стационарного возмущения.

Список литературы

1. **Görtler H.** On the three-dimensional instability of laminar boundary layers on concave walls // NACA Technical Paper. 1954. No. 1375. (Translation of the original paper of 1940).
2. **Boiko A.V., Ivanov A.V., Kachanov Y.S., Mischenko D.A.** Steady and unsteady Görtler boundary-layer instability on concave wall // Eur. J. Mech. B/Fluids. 2010. Vol. 29. P. 61–83.
3. **El-Hady N.M., Verma A.K.** Görtler instability of compressible boundary layers // AIAA J. 1984. Vol. 22, No. 10. P. 1354–1355.
4. **Borodulin V.I., Ivanov A.V., Kachanov Y.S., Mischenko D.A.** Systematic study of distributed excitation of unsteady Görtler modes by freestream vortices // Eur. J. Mech. B/Fluids. 2018. Vol. 68. P. 167–183.
5. **Boiko A.V., Ivanov A.V., Kachanov Yu.S., Mischenko D.A., Nechepurenko Yu.M.** Excitation of unsteady Görtler vortices by localized surface nonuniformities // Theoretic. Computation. Fluid Dynamics. 2017. Vol. 31. P. 67–88.
6. **Иванов А.В., Качанов Ю.С., Мищенко Д.А.** Механизмы распределенного и локализованного порождения нестационарных гёртлеровских мод вихрями набегающего потока // Теплофизика и аэромеханика. 2014. Т. 21, № 6. С. 695–710.
7. **Spall R.E., Malik M.R.** Göertler vortices in supersonic and hypersonic boundary layers // Phys. Fluids A. 1989. Vol. 1, No. 11. P. 1822−1835.
8. **Chen X., Huang G.L., Lee C.B.** Hypersonic boundary layer transition on a concave wall: stationary Görtler vortices // J. Fluid Mech. 2019. Vol. 865. P. 1–40.
9. **Cao S., Klioutchnikov I., Olivier H.** Görtler vortices in hypersonic flow on compression ramps // AIAA J. 2019. Vol. 57, No. 9. P. 3874–3884.
10. **Viaro S., Ricco P.** Neutral stability curves of compressible Görtler flow generated by low-frequency free-stream vortical disturbances // J. Fluid Mech. 2019. Vol. 876. P. 1146–1157.
11. **Морозов С.О., Шиплюк А.Н.** Расчет устойчивости ламинарного пограничного слоя на поверхности профилированного гиперзвукового сопла для числа Маха M = 6 // Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27, № 1. С. 37–46.

Статья поступила в редакцию 10 октября 2022 г.,
после доработки — 8 ноября 2022 г.,
принята к публикации 8 декабря 2022 г.