

УДК 532.5:532.59:532.62

Численное моделирование процесса волнообразования в стекающих пленках жидкости*

А.Н. Чернявский^{1,2}, А.Н. Павленко^{1,2}

¹*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск*

²*Новосибирский государственный университет*

E-mail: cherny@ngs.ru

Выполнено численное моделирование процесса волнообразования в стекающих пленках жидкого азота в рамках гидродинамической модели Капицы–Шкадова. Проведен расчет среднестатистических волновых характеристик при различных входных числах Рейнольдса. Исследовано влияние параметров малых начальных возмущений на процесс волнообразования. Показано удовлетворительное согласование результатов численного моделирования с экспериментальными данными.

Ключевые слова: гидродинамика, волнообразование, пленки жидкости, численное моделирование.

ВВЕДЕНИЕ

Стекающие пленки жидкости позволяют отводить от нагревательной поверхности высокие плотности тепловых потоков при малых температурных напорах, в связи с чем широко применяются в различных технологических установках: криогенных аппаратах, устройствах термостабилизации, малоинерционных теплообменниках-дозаторах и для охлаждения высокотемпературных сверхпроводников.

Течение жидкости по вертикальной поверхности неизбежно сопровождается развитием волновых возмущений на свободной поверхности пленки, вносящих существенный вклад в процессы теплообмена и развития кризисных явлений [1–4]. Умение достоверно моделировать процессы волнообразования необходимо для проектирования стабильно работающих теплообменных устройств, использующих пленочное охлаждение.

На сегодняшний день существует большое количество работ, посвященных моделированию процесса волнообразования в условиях пленочного течения жидкости и исследованию влияния волнового движения на развитие процессов теплообмена и диффузии [5–12]. Однако зависимости скорости роста волновых возмущений и длины участка гидродинамической стабилизации от амплитуды и частот-

* Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства РФ (грант № 11.G34.31.0035, ведущий ученый — В.Е. Захаров, ГОУ ВПО НГУ), РФФИ (грант № 09-08-00118) и СО РАН совместно с УрО РАН (Интеграционный проект № 68).

ного спектра начальных возмущений рассматривались лишь в небольшом количестве работ и для узкого диапазона входных параметров.

Целью данной работы является изучение степени влияния параметров малых начальных возмущений на процесс волнообразования и результирующие волновые характеристики вертикально стекающих пленок жидкости на примере жидкого азота в умеренном диапазоне чисел Рейнольдса. Результаты данного исследования в дальнейшем будут использованы при моделировании теплообмена и развития кризисных явлений в стекающих пленках при нестационарном тепловыделении в рамках совместного решения тепловой и гидродинамической задач.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

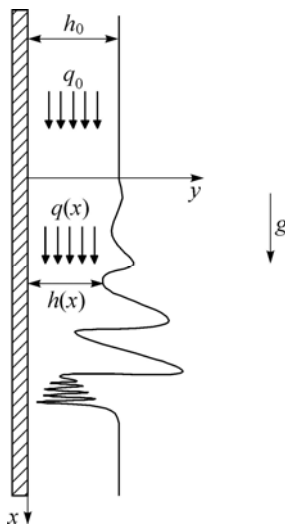
В рамках данной работы моделирование проводилось в двумерном пространстве (рис. 1). Ось абсцисс направлена вдоль вертикальной стенки, по которой происходит стекание, вниз по течению пленки. Ось ординат ортогональна оси абсцисс и направлена от поверхности стенки к свободной поверхности пленки. Естественными границами описываемой области по оси ординат являются вертикальная поверхность, по которой происходит стекание, и свободная поверхность пленки жидкости. В качестве границ описываемой области по оси абсцисс выбраны точка, на которой реализуется первое возмущение (выше данной точки пленка считается безволновой), и точка, отстоящая от первой границы на расстояние, достаточное для завершения процесса волнообразования и реализации течения с устоявшимися волновыми характеристиками.

Для описания процессов течения жидкости и эволюции профиля волновой поверхности в рамках данной работы использовалась двумерная гидродинамическая модель Капицы–Шкадова [13, 14]:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{6}{5} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q^2}{h} \right) = -\frac{3\nu q}{h^2} + gh + \frac{\sigma}{\rho} h \frac{\partial^3 h}{\partial x^3}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

Метод описания течения жидкости посредством интегральной характеристики (расхода q) позволяет исключить зависимость от ординаты и свести задачу к решению системы одномерных уравнений. Дополненная начальными и граничными условиями система уравнений (1, 2) позволяет рассчитывать динамику течения и эволюцию профиля поверхности во времени в двумерном пространстве.



Возмущения на входе расчетного участка будем задавать путем введения добавки к расходу невозмущенной пленки при условии сохранения невозмущенной толщины:

$$h|_{x=0} = h_0 = \left(\frac{3}{4} \frac{\nu^2}{g} \text{Re}_{\text{вх}} \right)^{1/3}, \quad (3)$$

$$q_0 = \frac{gh_0^3}{3\nu} = \frac{\nu}{4} \text{Re}_{\text{вх}}, \quad (4)$$

Рис. 1. Схема расчетной области.

$$q|_{x=0} = q_0 + A_q \int_{-\omega_0}^{\omega_0} a \cdot \sin(\omega t) d\omega, a \in [0; 1]. \quad (5)$$

Величины h_0 и q_0 , заданные выражениями (3) и (4), также являются начальными условиями. Другими словами, в нулевой момент времени пленка полагается безволновой, а ее толщина и расход — постоянными, определяемыми условиями задачи. Интегральная добавка в выражении (5) задает малые возмущения, амплитуда которых характеризуется параметром A_q , а спектр — параметром ω_0 . Подынтегральный множитель a , являющийся случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке $[0; 1]$, моделирует случайный характер возмущений.

В качестве граничных условий на выходе расчетного участка положим равенство нулю первых пространственных производных расхода и толщины пленки.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Приведенная выше математическая постановка использовалась при выполнении моделирования процесса волнообразования в стекающих пленках жидкого азота. Решение системы уравнений (1, 2) производилось методом конечных разностей с использованием следующих аппроксимирующих конечно-разностных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{h_i^{k+1} - h_i^k}{dt} + D_4^1 q_i^k &= 0, \\ \frac{q_i^{k+1} - q_i^k}{dt} + \frac{12}{5} \frac{q_i^k}{h_i^{k+1}} \frac{q_i^{k+1} - q_{i-1}^{k+1}}{dx} - \frac{6}{5} \frac{q_i^k q_i^{k+1}}{(h_i^{k+1})^2} D_5^1 h_i^{k+1} &= \\ &= -\frac{3\nu}{(h_i^{k+1})^2} q_i^{k+1} + g h_i^{k+1} + \frac{\sigma}{\rho} h_i^{k+1} D_4^3 h_i^{k+1}, \\ D_4^1 u_i &= \begin{cases} \frac{-3u_i + 4u_{i+1} - u_{i+2}}{2dx}, i = 0, 1 \\ \frac{-u_{i+2} + 8u_{i+1} - 8u_{i-1} + u_{i-2}}{12dx}, 1 < i < M-1, \\ \frac{3u_i - 4u_{i-1} + u_{i-2}}{2dx}, i = M-1, M \end{cases} \\ D_5^1 u_i &= \frac{-u_{i+2} + 16u_{i+1} - 30u_i + 16u_{i-1} - u_{i-2}}{12dx}, 1 < i < M-1, \\ D_4^3 u_i &= \frac{u_{i+2} - 2u_{i+1} + 2u_{i-1} - u_{i-2}}{2dx^3}, 1 < i < M-1, \end{aligned}$$

где M — количество ячеек, на которые разбивается расчетная область, а dt и dx — шаги по времени и пространству.

При решении представленной системы конечно-разностных уравнений использовался метод итераций по временным подслоям (введение дополнительного итератора k). Переход на следующий $n + 1$ временной слой осуществлялся при выполнении следующего условия для временных подслоев: $\forall i: |u_i^{k+1} - u_i^k| \leq \varepsilon |u_i^k|$,

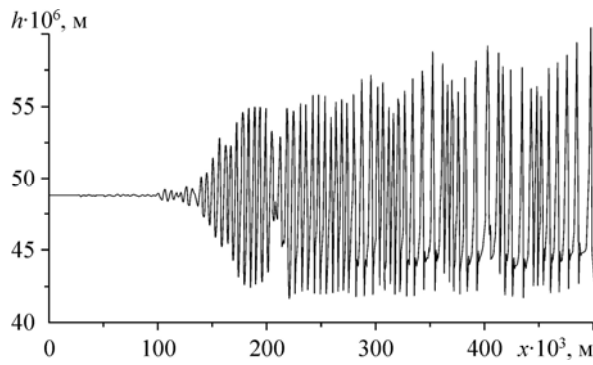


Рис. 2. Профиль пленки. $Re = 38$, $\tau = 10$ с, $R = 25$ %, $\omega_0 = 100$ Гц.

где $\varepsilon = 10^{-6}$. Отсутствие самовозбуждения в приведенной выше схеме было проверено на ряде тестовых задач.

Характерный вид расчетного мгновенного профиля толщины пленки представлен на рис. 2.

Поскольку объект исследования обладает сложной геометрией, формируемой под влиянием случайного входного шума, а локальная толщина пленки является нестационарной величиной, имеет смысл ввести характеристические параметры, обладающие большей стационарностью и меньшей пространственной изменчивостью. В качестве таких параметров могут служить локальные максимум и минимум расчетной толщины пленки: $h_{\max}(x) = \max_t h(x, t)$, $h_{\min}(x) = \min_t h(x, t)$.

Проанализируем зависимость расчетного профиля пленки от амплитуды входных возмущений. Для облегчения количественного восприятия будем задавать параметр A_q следующим образом: $A_q = q_0 R / N$, где N — нормировочный параметр, задаваемый таким образом, чтобы результат деления результата интегрирования в (5) на N лежал в пределе $[-1; 1]$, а R — относительная амплитуда возмущений. Характеристические параметры h_{\max} и h_{\min} , рассчитанные за время $\tau = 10$ с при различных значениях относительной амплитуды входного шума, представлены на рис. 3.

Анализируя зависимости, представленные на рис. 3, процесс эволюции волновой поверхности можно разбить на пять условных этапов (рис. 4): первоначаль-

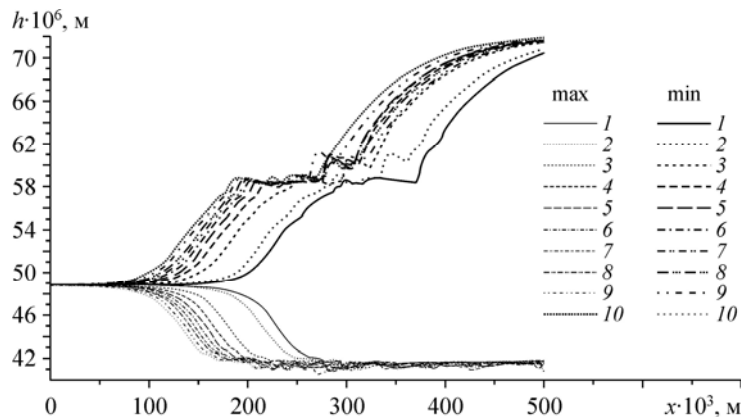
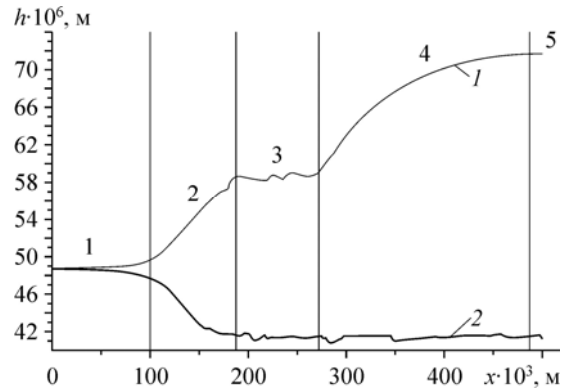


Рис. 3. Кривые h_{\max} и h_{\min} . $Re_{\text{вх}} = 38$, $\tau = 10$ с, $\omega_0 = 100$ Гц.
 $R = 0,5$ (1), 1 (2), 5 (3), 10 (4), 15 (5), 20 (6), 25 (7), 30 (8), 40 (9), 50 (10) %.

Рис. 4. Кривые h_{\max} — 1 и h_{\min} — 2.
 $Re_{\text{вх}} = 38$, $\tau = 10$ с, $\omega_0 = 100$ Гц,
 $R = 50\%$.

ной гидродинамической стабилизации (этап 1), интенсивного роста амплитуды волн (этап 2), вторичной гидродинамической стабилизации (этап 3), вторичного роста амплитуды волн (этап 4) и установившегося течения (этап 5).



Под этапом первоначальной гидродинамической стабилизации понимается развитие волновой поверхности от начала расчетного участка до начала участка интенсивного роста амплитуды волн. Протяженность данных участков зависит от амплитуды входного шума. На этапе интенсивного роста амплитуда волн возрастает практически линейно. При этом по линейному закону изменяются как h_{\max} , так и h_{\min} . К концу данного участка происходит установление окончательного значения h_{\min} , которое с точностью до флуктуаций сохраняется до конца расчетной области. Примечательно, что скорости роста h_{\max} и уменьшения h_{\min} идентичны для всех представленных характеристических кривых и не зависят от амплитуды входного шума.

Следующим этапом становления волнового течения является этап вторичной гидродинамической стабилизации, на протяжении которого значение h_{\max} с точностью до флуктуаций сохраняется неизменным. Далее следует этап вторичного роста амплитуды волн, на протяжении которого происходит установление окончательного значения h_{\max} , а значение h_{\min} , как и отмечалось ранее, остается неизменным, это свидетельствует о том, что дальнейший рост амплитуды волн будет происходить не за счет истощения остаточного слоя, а за счет увеличения расстояния между волнами. Данный сценарий развития волнового течения наглядно представлен на рис. 2. Аналогичным образом эволюционирует расчетный профиль волновой поверхности в работе [12]. Последний, пятый, этап — это этап установившегося волнового течения.

Следует отметить высокую степень подобия кривых h_{\max} и h_{\min} , рассчитанных при различных значениях амплитуды входного шума. Очевидно, что подобные участки кривых, рассчитанных при меньшей амплитуде входного шума, сдвинуты относительно аналогичных участков кривых, рассчитанных при большей амплитуде входного шума, в сторону увеличения координаты.

Проанализируем аналогичным образом зависимость расчетного профиля пленки от ширины спектра входных возмущений, определяющей пределами интегрирования в (4).

Характеристические кривые h_{\max} и h_{\min} , представленные на рис. 5, также обладают высокой степенью подобия, с точностью до сдвига координаты x . Примечательно, что подобные участки характеристических кривых, рассчитанных при большей ширине спектра входных возмущений, сдвинуты относительно аналогичных участков в сторону увеличения координаты. Подобное поведение может быть объяснено уменьшением веса резонансных для данной системы гармоник с увеличением ширины спектра входных возмущений. Следует отметить, что спектр входных возмущений определяется пределами интегрирования не однозначно,

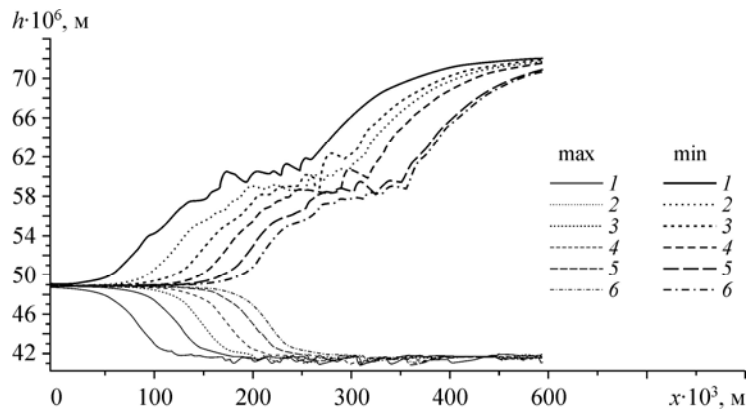


Рис. 5. Кривые h_{\max} и h_{\min} . $Re_{\text{вх}} = 38$, $\tau = 10$ с, $R = 5\%$.
 $\omega = 1$ (1) Гц, $\omega_0 = 1$ (2), 10 (3), 100 (4), 1000 (5), 10000 (6) Гц.

поскольку случайный характер подынтегрального множителя a вносит вклад в частотный состав входных возмущений даже при замене интеграла выражением вида $a \sin(\omega t)$, где ω — фиксированная частота.

Обобщая полученные данные, следует отметить, что ни амплитуда, ни спектральный состав входного шума (при наличии случайного подынтегрального множителя) не влияют на устанавливающиеся значения h_{\max} и h_{\min} , а лишь определяют скорость их достижения. Таким образом, выбор параметров начальных возмущений должен осуществляться с учетом размеров расчетной области, а регистрацию таких параметров, как среднестатистические волновые характеристики необходимо производить с участков, координаты которых превышают координаты областей установления значений характеристических кривых.

СРАВНЕНИЕ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ЭКСПЕРИМЕНТА

Как было отмечено ранее, анализ профиля волновой поверхности пленки имеет смысл проводить посредством выявления характеристик, обладающих достаточной степенью стационарности. В рамках настоящей работы, сравнение с результатами экспериментальных исследований производилось путем сопоставления усредненных по времени толщины пленки и толщины остаточного слоя, снятых в различных областях экспериментального участка и соответствующих

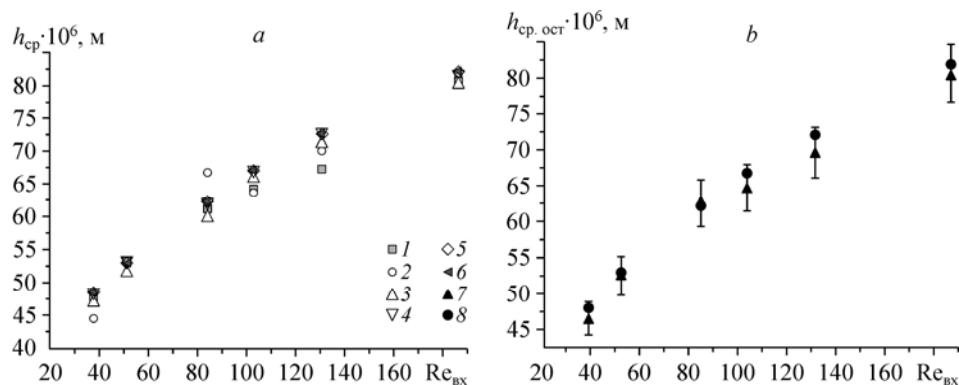


Рис. 6. Зависимость средней толщины пленки от $Re_{\text{вх}}$: a — в различных областях пространства, b — усредненная по различным областям пространства. $R = 5\%$, $\omega_0 = 100$ Гц.

Эксперимент: 1 — 15, 2 — 19, 3 — 22 мм (a), 7 (b); расчет: 4 — 15, 5 — 19, 6 — 22 мм (a), 8 (b).

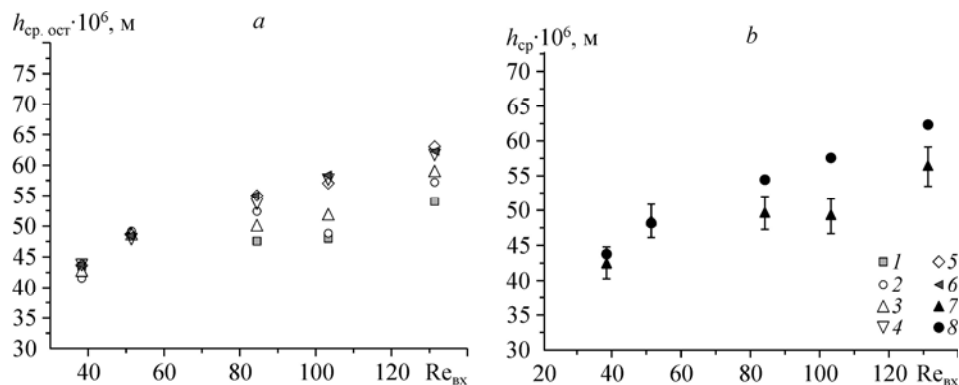


Рис. 7. Зависимость средней толщины остаточного слоя от $Re_{вх}$: *a* — в различных областях пространства, *b* — усредненная по различным областям пространства. $R = 5 \%$, $\omega_0 = 100$ Гц. Эксперимент: 1 — 15, 2 — 19, 3 — 22 мм (*a*), 7 (*b*); расчет: 4 — 15, 5 — 19, 6 — 22 мм (*a*), 8 (*b*).

участках расчетной области. На рис. 6, *a* представлены расчетные данные, полученные для точек, отстоящих от области установления h_{max} протяженностью 470 мм на 15, 19 и 22 мм, в сравнение с результатами эксперимента [15]. На рис. 6, *b* представлены данные, усредненные по перечисленным областям пространства. Результаты численного моделирования соответствуют опытным данным с точностью до погрешности эксперимента (см. рис. 6, *b*).

На рис. 7 представлены расчетные и экспериментальные данные по средним толщинам остаточного слоя для аналогичных областей пленки. Результаты численного моделирования удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Наилучшее согласование реализуется в области малых чисел Рейнольдса.

ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использованные в данной работе критерии позволяют проводить количественный анализ процесса волнообразования, определять границы участка гидродинамической стабилизации и выявлять преобладающие механизмы роста амплитуды крупных волн.

Среднестатистические волновые характеристики, рассчитанные в рамках данной модели в зоне установившегося течения, границы которой были определены посредством описанных выше критериев, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Согласованность результатов экспериментального и численного исследований свидетельствует о применимости данной расчетной методики для моделирования процессов волнообразования в стекающих пленках жидкостей.

Результаты данной работы будут полезны при решении тепловой задачи и теоретическом описании накопленных экспериментальных данных [3, 16].

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

h — локальная толщина пленки, м,	ν — кинематическая вязкость, m^2/s ,
h_0 — толщина пленки на входе, м,	$Re_{вх} = 4q_0/\nu$ — число Рейнольдса на входе,
$h_{max}(x) = \max h(x, t)$ — локальный максимум толщины пленки, м,	σ — коэффициент поверхностного натяжения, Н/м,
$h_{min}(x) = \min h(x, t)$ — локальный минимум толщины пленки, м,	ρ — плотность жидкости, kg/m^3 ,
h_{cp} — среднее значение локальной толщины пленки, м,	M — количество ячеек, на которые разбивается расчетная область,
$h_{cp.ост}$ — среднее значение толщины остаточного слоя пленки, м,	dt — шаг по времени, с,
	dx — шаг по пространству, м,
	ε — параметр сходимости,
	R — относительная амплитуда возмущений,

q — локальный расход жидкости на единицу ширины пленки, $\text{м}^2/\text{с}$,
 q_0 — расход жидкости на единицу ширины пленки на входе, $\text{м}^2/\text{с}$,

N — нормировочный параметр,
 $A_q = (q_0 R)/N$ — амплитудный параметр, $\text{м}^2/\text{с}$,
 ω — частота возмущений, Гц,
 ω_0 — предел интегрирования по частотам, Гц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Воронцов Е.Г.** Температуропроводность стекающих пленок // Теоретические основы химической технологии. 1999. Т. 33, № 2. С. 117–127.
2. **Павленко А.М., Мацех А.М., Печёркин Н.И., Кнеер Р., Лель В.В., Суртаев А.С.** Теплообмен и кризисные явления при интенсивном испарении в стекающих волновых пленках жидкости // Теплофизика и аэромеханика. 2006. Т. 13, № 1. С. 93–105.
3. **Павленко А.Н., Суртаев А.С., Мацех А.М.** Переходные процессы в стекающих пленках жидкости // Теплофизика высоких температур. 2007. Т. 45, № 6. С. 905–916.
4. **Pavlenko A.N., Surtaev A.S., Chernyavskii A.N.** Breakdown of a falling wave liquid film during nonstationary heat release // J. Heat Transfer Research. 2008. Vol. 39, № 6. P. 509–517.
5. **Гешев П.И., Ездин Б.С.** Расчет профиля скорости и формы волны на стекающей пленке жидкости // Гидродинамика и тепломассообмен течений жидкости со свободной поверхностью. Новосибирск. 1985. С. 49–58.
6. **Miyara A.** Numerical analysis on heat transfer of falling liquid films with interfacial waves // Proc. 11th IHTC (Heat Transfer Conf.). Kyondju, Korea, August 23–28. 1998. Vol. 2. P. 57–62.
7. **Miyara A.** Numerical analysis on heat transfer enhancement by waves on falling liquid film // J. Thermal Science. 2000. Vol. 9, No. 3. P. 236–242.
8. **Демехин Е.А., Калайдин Е.Н., Растатурин А.А.** Влияние волновых режимов на массообмен в стекающих пленках жидкости // Теплофизика и аэромеханика. 2005. Т. 12, № 2. С. 259–269.
9. **Roberts R.M., Chang H.-C.** Wave-enhanced interfacial transfer // Chem. Engng. Sci. 2000. Vol. 55, No. 6. P. 1127–1141.
10. **Демехин Е.А., Шкадов В.Я.** О нестационарных волнах в слое вязкой жидкости // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1981. № 3. С. 151–154.
11. **Демехин Е.А., Токарев Г.Ю., Шкадов В.Я.** Двумерные нестационарные волны на вертикальной пленке жидкости // Теоретические основы химической технологии. 1987. Т. 21, № 2. С. 177–183.
12. **Ruyer-Quil C., Manneville P.** Improved modeling of flows down inclined planes // The European Physical J. B. 2000. Vol. 15. P. 357–369.
13. **Шкадов В.Я.** Волновые режимы течения тонкого слоя вязкой жидкости под действием силы тяжести // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1967. № 1. С. 43–51.
14. **Алексеев С.В., Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г.** Волновое течение пленок жидкости. Новосибирск: Наука, 1992. 256 с.
15. **Pavlenko A.N., Lel V.V., Serov A.F., Nazarov A.D., Matsekh A.M.** The growth of wave amplitude and heat transfer in falling intensively evaporating liquid films // J. Engng. Thermophys. 2002. Vol. 11, No. 1. P. 7–43.
16. **Суртаев А.С., Павленко А.Н.** Кризисные явления в стекающих пленках жидкости при периодически изменяющейся тепловой нагрузке // Теплофизика и аэромеханика. 2009. Т. 16, № 3. С. 485–496.

*Статья поступила в редакцию 12 апреля 2010 г.,
после переработки 22 ноября 2010 г.*