

УДК 353.8; 532.52; 534.2; 853.09

ГИЛЬБЕРТ-ДИАГНОСТИКА ФАЗОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ СВЕТОВОГО ПОЛЯ, ИНДУЦИРОВАННЫХ ВИХРЕВЫМ ТЕЧЕНИЕМ*

В. А. Арбузов^{1, 2}, Ю. Н. Дубнищев^{1, 2},
В. Г. Нечаев², О. Н. Новоселова²,
Д. С. Печкин², В. В. Сотников^{1, 2}, Е. О. Шлапакова²

¹Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН,
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Лаврентьева, 1

²Новосибирский государственный технический университет,
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: dubnistchev@itp.nsc.ru

Обсуждаются методы гильберт-фильтрации фазовых возмущений светового поля в спектральной полосе излучения источника. Выполнены экспериментальные исследования эволюции комплементарных вихревых колец, индуцированных в воздушной среде импульсом давления на отверстия в стенке камеры при различных граничных и начальных условиях.

Ключевые слова: оптическая диагностика потоков, гильберт-оптика, крупномасштабные вихревые структуры, вихревые кольца.

Введение. Оптическая диагностика потоков давно и успешно применяется в экспериментальной гидро- и газодинамике. Она отличается многообразием методов и средств, которые составляют современный арсенал исследователя: теневые и шпирен-методы [1–3]; лазерная доплеровская анемометрия [3, 4]; доплеровские технологии измерения полей скоростей [5, 6]; измерение полей скоростей по изображениям частиц [7]. Большой потенциал развития и применения имеет гильберт-диагностика потоков [8–10], основанная на визуализации пространственно-временных фазовых возмущений, индуцированных в световом поле при прохождении исследуемой среды. Визуализация таких возмущений осуществляется при гильберт-фильтрации оптического поля, которая трансформирует его в гильберт-сопряжённый сигнал. В случае выполнения преобразования Фуко — Гильберта результатом является аналитический сигнал как суперпозиция исходного и гильберт-сопряжённого полей [10]. Амплитуда этих сигналов содержит информацию о структуре фазового возмущения. В качестве примеров эффективного применения методов гильберт-оптики можно привести обнаружение существования биспиральных вихревых структур в течении Ранка [11] или возникновение комплементарных вихревых колец, индуцированных скачком давления на отверстия [12, 13]. Хотя теоретическая и экспериментальная база гильберт-оптики представлена во многих публикациях [8–10], потенциал её развития далеко не исчерпан. Это касается, в частности, анализа амплитудно-фазовых характеристик фильтров и динамического диапазона фазовых возмущений при гильберт-диагностике в спектральной полосе зондирующего поля, а также исследований тонкой структуры и эволюции вихревых течений, индуцированных импульсом давления при различных граничных и начальных условиях. Необходимость рассмотрения этих вопросов и мотивирована данная работа.

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 10-08-00813) и Министерства образования и науки РФ (проект № 2012-218-03-004).

Метод исследования. В методах гильберт-оптики, основанных на применении фильтров, имеющих квадрантную структуру, преобразование Гильберта не является изотропным. При изотропном преобразовании Гильберта используются фильтры с осевой или винтовой симметрией [9, 10, 14]. Для фильтра с квадрантной структурой когерентно-передаточная функция (КПФ) в общем случае имеет вид

$$\begin{aligned} H(K_x, K_y) &= [\tau_1 e^{i\varphi} \sigma(K_x) + \tau_2 e^{-i\varphi} \sigma(-K_x)] \sigma(K_y) + [\tau_2 e^{-i\varphi} \sigma(K_x) + \tau_1 e^{i\varphi} \sigma(-K_x)] \sigma(-K_y) = \\ &= \frac{1}{2} \{ (\tau_1 + \tau_2) \cos \varphi + i \tau_{12} \sin \varphi + [\tau_{12} \cos \varphi + i(\tau_1 + \tau_2) \sin \varphi] \operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y \} = \\ &= \frac{1}{2} \{ [\tau_1 + \tau_2 + \tau_{12} \operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y] \cos \varphi + i [\tau_{12} + (\tau_1 + \tau_2) \operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y] \sin \varphi \}, \end{aligned} \quad (1)$$

где φ — фазовый сдвиг; $\sigma(\pm K_x)$ и $\sigma(\mp K_y)$ — функции включения (Хевисайда): $\sigma(\pm K_x) = 1/2(1 \pm \operatorname{sgn} K_x)$, $\sigma(\pm K_y) = 1/2(1 \pm \operatorname{sgn} K_y)$; K_x и K_y — пространственные частоты в декартовой системе отсчёта; τ_1 и τ_2 — амплитудные коэффициенты пропускания: τ_1 — в квадранте $\operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y > 0$, τ_2 — в квадранте $\operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y < 0$. Отсюда находим амплитудно-частотную $|H(K_x, K_y)|$ и фазочастотную $\psi(K_x, K_y)$ характеристики фильтра:

$$H(K_x, K_y) = |H(K_x, K_y)| e^{i\psi(K_x, K_y)}, \quad (2)$$

где с учётом (1) и $\tau_{12} = \tau_1 - \tau_2$

$$\begin{aligned} |H(K_x, K_y)| &= \frac{1}{2} [\tau_1 + \tau_2 + \tau_{12} \operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y]; \\ \psi(K_x, K_y) &= \operatorname{arctg} \left[\frac{\tau_{12} + (\tau_1 + \tau_2) \operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y}{\tau_1 + \tau_2 + \tau_{12} \operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y} \operatorname{tg} \varphi \right]. \end{aligned}$$

При $\varphi = 0$ получается амплитудный фильтр, реализующий двумерное преобразование Фуко — Гильберта:

$$H(K_x, K_y) = \frac{1}{2} [\tau_1 + \tau_2 + \tau_{12} \operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y].$$

Если при этом коэффициенты амплитудного пропускания фильтра зависят от длины волны ($\tau_1 = \tau(\lambda_1)$, $\tau_2 = \tau(\lambda_2)$), выполняется полихроматическое преобразование Фуко — Гильберта. Максимальный контраст преобразования Фуко — Гильберта с таким фильтром достигается при $\tau_2 = 0$, $\tau_1 = \tau = 1$:

$$H(K_x, K_y) = \frac{1}{2} [1 + \operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y]. \quad (3)$$

При $\varphi = \pi/2$ и $\tau_1 = \tau_2 = 1$ когерентно-передаточная функция (2) фильтра принимает вид

$$H(K_x, K_y) = i \operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y.$$

Структура такого фильтра чисто фазовая, и он реализует двумерную гильберт-фильтрацию $\operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y$ с точностью до множителя $i^{n(\pi/2)}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$). В случае произвольного φ и $\tau_1 = \tau_2 = 1$ для КПФ имеем

$$H(K_x, K_y) = |H(K_x)| e^{i\varphi \operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y} = \cos \varphi + i \sin \varphi [\operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y]. \quad (4)$$

Отсюда видно, что фильтр, имеющий фазовую структуру, выполняет двумерное преобразование Фуко — Гильберта.

Поскольку фазовый сдвиг φ зависит от длины волны ($\varphi = \varphi(\lambda)$), фазовый фильтр с КПФ (4) выполняет полихроматическую фильтрацию Фуко — Гильберта в спектральной полосе источника, освещающего исследуемую среду:

$$H(K_x, K_y) = \cos[\varphi(\lambda)] + i \sin[\varphi(\lambda)] \operatorname{sgn} K_x \cdot \operatorname{sgn} K_y.$$

Обратимся к гильберт-диагностике полей фазовой оптической плотности. Пусть фазовые возмущения светового поля, индуцированные исследуемой средой, гармонически изменяются по оси x и описываются выражением

$$s(x, y) = e^{i\eta \sin(K_{x_0} x)}, \quad (5)$$

где K_{x_0} — пространственная частота; $\eta = \eta_0 + \xi$, $\eta_0 = kh$, $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны зондирующего поля, h определяется из уравнения

$$h \sin(K_{x_0} x) = q\lambda, \quad q = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (6)$$

которое следует из условия

$$\eta_0 \sin(K_{x_0} x) = 2\pi q,$$

ξ — дробная амплитуда фазовых возмущений.

Представим функцию $s(x, y)$ рядом Фурье:

$$\begin{aligned} s(x, y) &= e^{i\xi \sin(K_{x_0} x)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\xi) e^{inK_{x_0} x} = \\ &= J_0(\xi) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\xi) \cos(2nK_{x_0} x) + 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(\xi) \sin[(2n+1)K_{x_0} x]. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $J_n(\xi)$ — функция Бесселя. Отсюда для гильберт-сопряжённого по оси x сигнала получаем

$$\begin{aligned} \widehat{s}_x(x, y) &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\xi) \sin(2nK_{x_0} x) - \\ &- 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(\xi) \cos[(2n+1)K_{x_0} x] \approx -2J_1(\xi) \cos(K_{x_0} x). \end{aligned} \quad (8)$$

В (8) мы пренебрегли членами с гармониками высшего порядка. Из сравнения выражений (8) и (5) видно, что при гильберт-диагностике фазовые возмущения с произвольной амплитудой визуализируются в плоскости регистрации гильберт-сопряжённого сигнала. В структуре сигнала формируются так называемые гильберт-полосы (6), которые несут информацию о глубине фазового рельефа. Пространственный период гильберт-полос соответствует изменению глубины фазового рельефа на длину волны зондирующего светового поля, что даёт возможность по структуре гильберт-полос определять пространственный

профиль фазовых возмущений в исследуемой среде. Расположение этих полос соответствует уравнению (6) и следует из свойств гильберт-преобразования как операции пространственного квазидифференцирования.

Обратимся к случаю двумерных фазовых возмущений:

$$s(x, y) = e^{i\xi(\sin K_{x_0}x + \sin K_{y_0}y)} = \sum_{\substack{n, m \\ n = -\infty, m = -\infty}}^{\infty} J_n(\xi)J_m(\xi)e^{i(nK_{x_0}x + mK_{y_0}y)}. \quad (9)$$

В выражении (9) применялось разложение в ряд Фурье фазовых возмущений с учётом (7).

Гильберт-сопряжённый по оси y сигнал имеет вид, аналогичный (7), с переобозначениями $n \rightarrow m$, $x \rightarrow y$. Отсюда для гильберт-сопряжённого сигнала, отображающего визуализированное двумерное фазовое возмущение (9), получаем

$$\widehat{s}(x, y) = 4J_1^2(\xi) \cos(K_{x_0}x) \cdot \cos(K_{y_0}y).$$

Здесь, как и в случае одномерного гильберт-преобразования, мы пренебрегли гармониками высших порядков. Структура гильберт-полос определяется, как и в (6), уравнением

$$h[\sin(K_{x_0}x) + \sin(K_{y_0}y)] = q\lambda, \quad q = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Примеры профилей фазовых возмущений, восстановленных по структуре гильберт-полос, приведены в [15, 16]. Гильберт-фильтрация даёт возможность визуализировать двумерную структуру полей фазовой оптической плотности в исследуемой среде при произвольной амплитуде фазовых возмущений.

Экспериментальные результаты. Исследовались комплементарные вихревые кольца, индуцированные импульсом давления на отверстия [12, 13]. Модифицированная система гильберт-диагностики позволила выявить тонкую структуру и эволюцию таких вихрей внутри и вне полости камеры. Конструкция камеры аналогична описанной в [13]. Её внутренние размеры $0,19 \times 0,19 \times 0,38$ м. Задняя стенка камеры образована диффузором электродинамического громкоговорителя, управляемого электрическими импульсами, поступающими через усилитель с выхода звуковой платы компьютера. Оптический измерительный комплекс [13] создан на основе серийного теневого прибора ИАБ-463М, в котором использовались специально разработанный для эксперимента модуль оптической гильберт-фильтрации и источник освещения. Компьютерная система управления экспериментом обеспечивала контроль формы и скважности импульсов, поступающих на электродинамический генератор, измерение импульса давления в камере, а также синхронизацию работы электродинамического генератора и системы регистрации изображений вихревых структур. Изображения регистрировались с применением скоростной камеры. Представленные в данной работе результаты получены с помощью щелевого источника с ртутной лампой ДРШ-250 и квадрантного фильтра Гильберта с $\tau_1 = \tau_2 = 1$, реализующего преобразование Фуко — Гильберта в спектральной полосе источника освещения.

В качестве примера на рис. 1 и 2 показана эволюция вихревых структур, индуцированных соответственно положительным и отрицательным импульсами давления в полости камеры с отверстием диаметром 20 мм. Каждый кадр отображает прямоугольную область шириной 52 мм и высотой 364 мм.

Формы этих импульсов давления показаны на рис. 3 и 4.

В последовательности хронофотографий отличие номера кадра на единицу соответствует межкадровому интервалу 1,3 мс. Вихревое кольцо внутри камеры при положительном импульсе давления возникало с запаздыванием относительно наружного кольца на

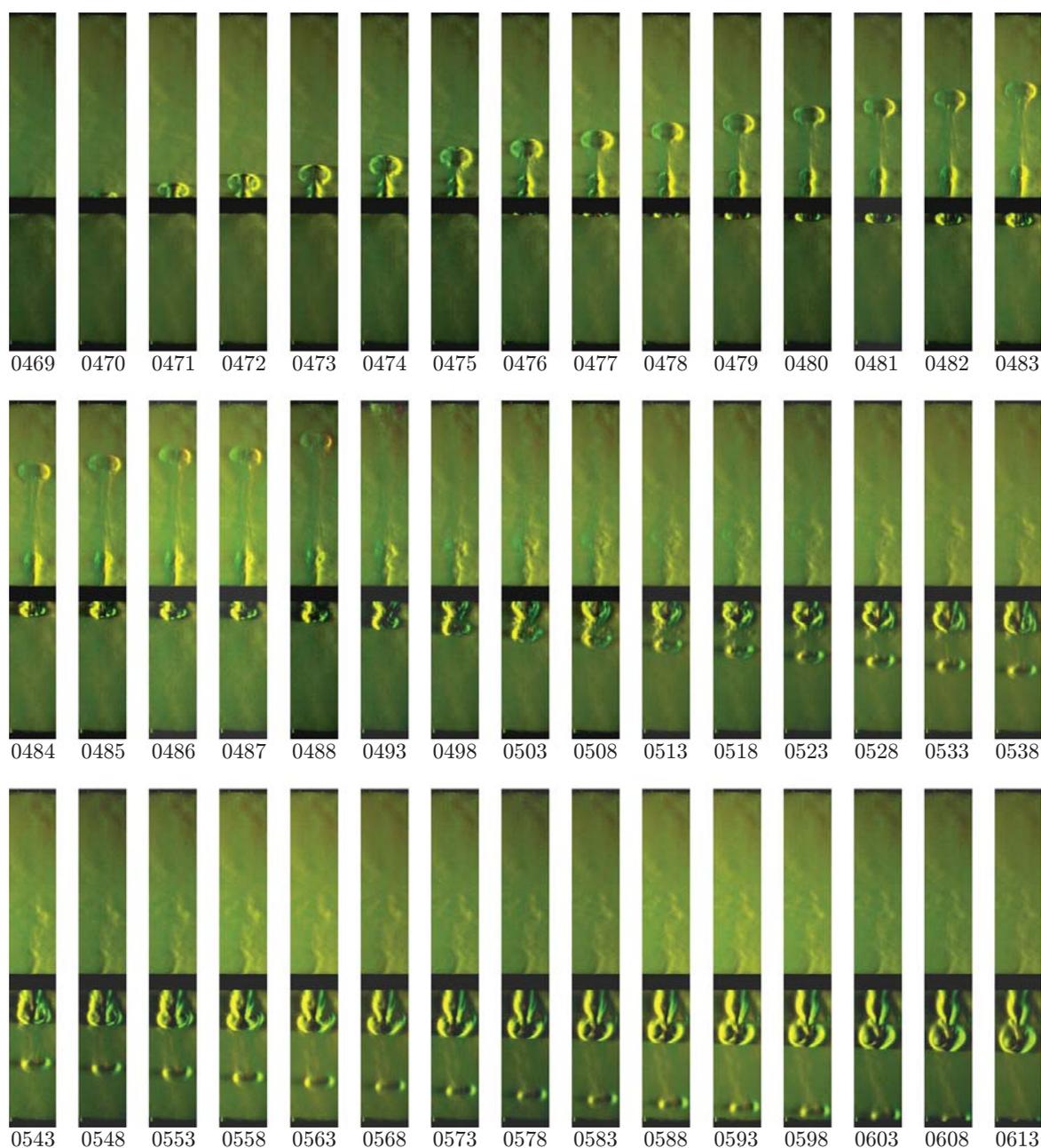


Рис. 1. Вихревые структуры, индуцированные положительным импульсом давления на круглом отверстии

временной интервал, приблизительно равный длительности импульса давления. При отрицательном импульсе давления с запаздыванием относительно внутреннего индуцировалось внешнее вихревое кольцо. Это указывает на струйный механизм генерации вихревых колец. Эволюция вихревых колец, индуцированных импульсом давления и распространяющихся снаружи и внутри камеры, зарегистрирована впервые.

Разработанные методы оптической гильберт-фильтрации позволили впервые обнаружить существование структур в виде вихревых колец, индуцированных импульсом давления в камере с соплом. В качестве примера на рис. 5 даны хронофотограммы гильберт-изображений, иллюстрирующих эволюцию вихревых колец, индуцированных импульсом давления в камере с цилиндрическим соплом, внутренний диаметр которого 20 мм, а длина

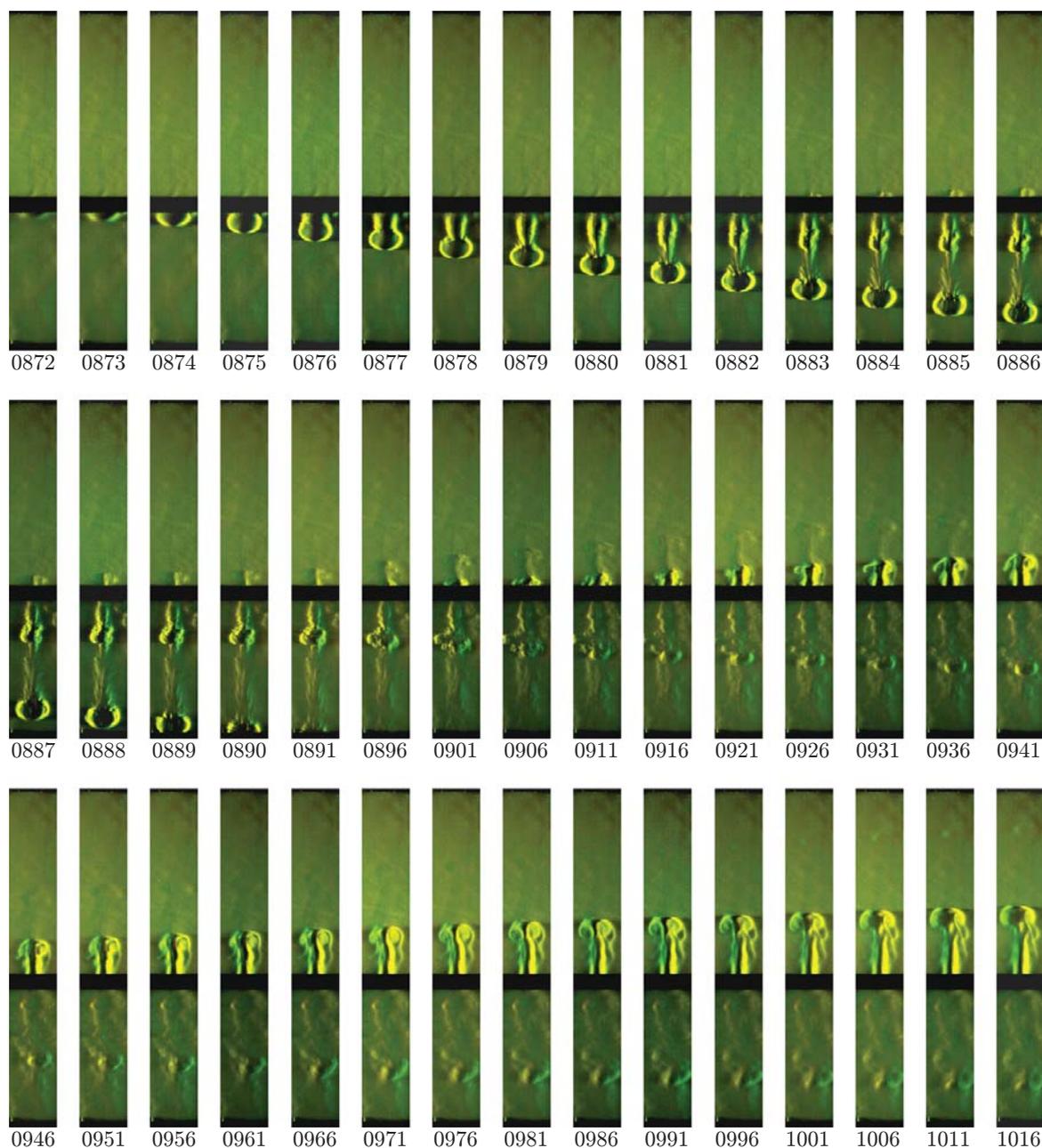


Рис. 2. Вихревые структуры, индуцированные отрицательным импульсом давления на круглом отверстии

70 мм. Форма импульса давления идентична показанной на рис. 4. Хорошо видна структура вихревых колец, индуцированных импульсом давления, как изображение полей фазовой оптической плотности, визуализированных методами гильберт-оптики.

На рис. 6 показана скорость распространения вихревого кольца вдоль оси камеры как функция расстояния h от входного отверстия. Пульсации скорости вызваны, по-видимому, акустическими колебаниями. Обнаружение вихревых колец, индуцированных скачком давления внутри камеры с соплом, является иллюстрацией эффективного применения разработанных методов оптической гильберт-диагностики полей фазовой оптической плотности в задачах экспериментальной гидро- и газодинамики.

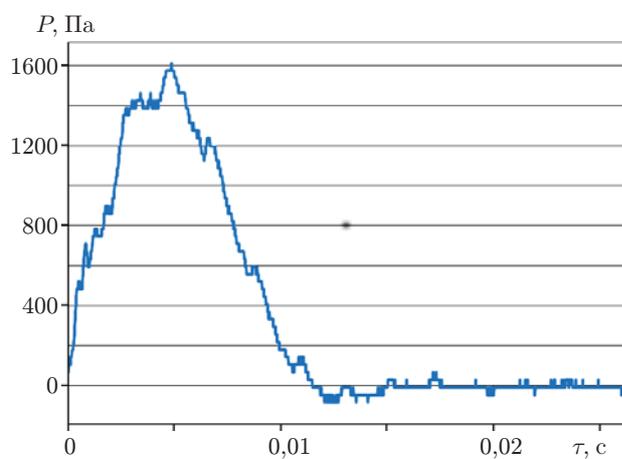


Рис. 3. Положительный импульс давления на отверстии

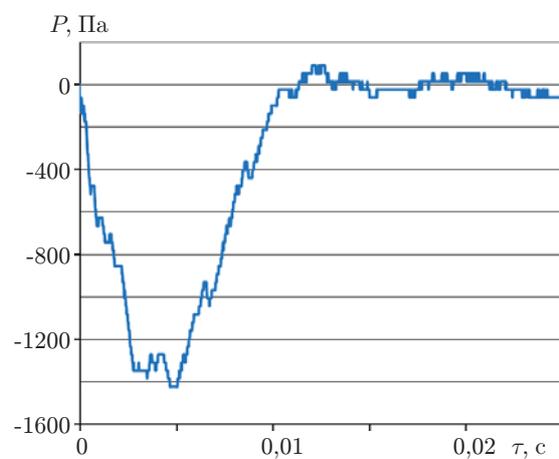


Рис. 4. Отрицательный импульс давления на отверстии

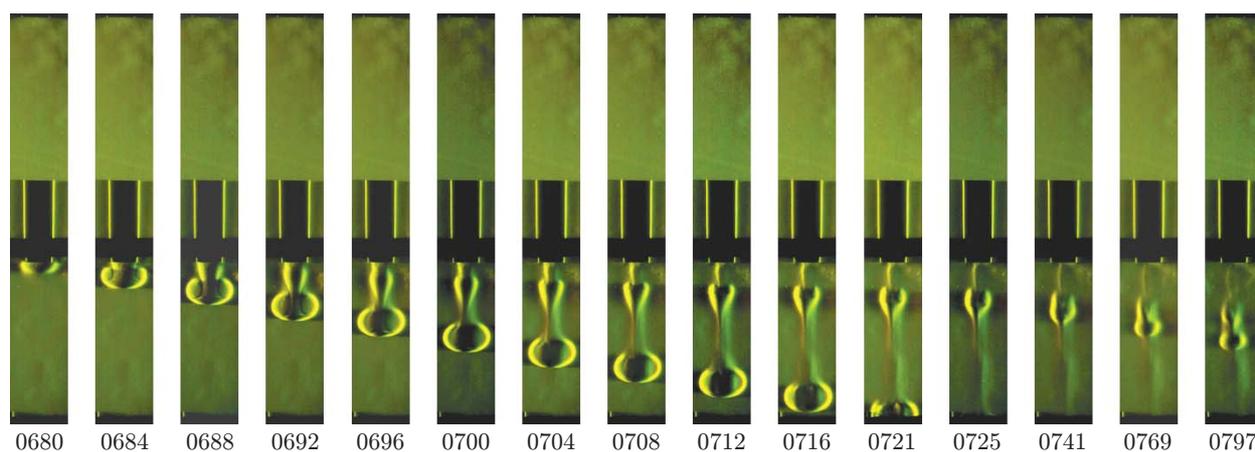


Рис. 5. Вихри, индуцированные отрицательным импульсом давления на входном отверстии цилиндрического сопла диаметром 20 мм и длиной 70 мм

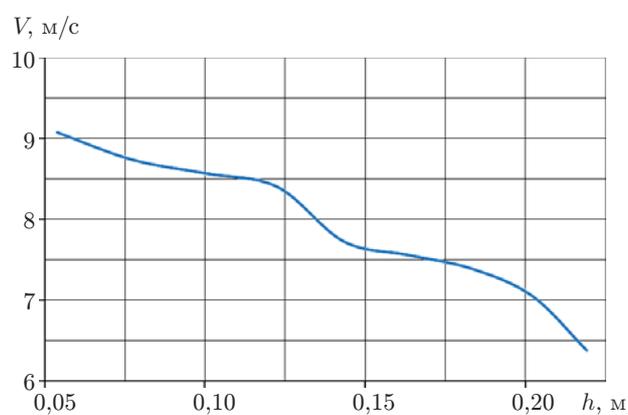


Рис. 6. Скорость распространения вихревых колец, индуцированных положительным импульсом давления в 2000 Па на круглом отверстии диаметром 20 мм

Заключение. В данной работе исследована амплитудно-фазовая структура оптических фильтров в системах гильберт-диагностики полей фазовой оптической плотности в газовых и конденсированных средах. Показана возможность визуализации возмущений в полях фазовой оптической плотности с произвольной амплитудой. Эффективность методов оптической гильберт-диагностики иллюстрируется на примере впервые зарегистрированной эволюции комплементарных вихревых колец, индуцированных импульсом давления внутри камеры с отверстием и с цилиндрическим соплом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Settles G. S.** Schlieren and Shadowgraph Techniques: Visualizing Phenomena in Transparent Media. Springer, 2001. 376 p.
2. **Белозеров А. Ф.** Оптические методы визуализации газовых потоков. Казань: Изд-во Казанского гос. техн. ун-та, 2007. 747 с.
3. **Дубнищев Ю. Н., Арбузов В. А., Белоусов П. П., Белоусов П. Я.** Оптические методы исследования потоков. Новосибирск: Сиб. универ. изд-во, 2003. 418 с.
4. **Дубнищев Ю. Н., Ринкевичюс Б. С.** Методы лазерной доплеровской анемометрии. М.: Наука, 1982. 304 с.
5. **Дубнищев Ю. Н., Чугуй Ю. В., Компенханс Ю.** Лазерная доплеровская визуализация поля скоростей с исключением влияния многочастичного рассеяния // Квантовая электроника. 2009. **39**, № 10. С. 962–966.
6. **Дубнищев Ю. Н.** Лазерная доплеровская визуализация полей трехмерных векторов скоростей с использованием минимального числа ССD-камер // Квантовая электроника. 2010. **40**, № 6. С. 551–555.
7. **Raffel M., Willert C. T., Wereley S. T., Kompenhans Yu.** Particle Image Velocimetry. A Practical Guide. Berlin: Springer, 2007. 448 p.
8. **Сороко Л. М.** Гильберт-оптика. М.: Наука, 1981. 160 с.
9. **Арбузов В. А., Дубнищев Ю. Н.** Методы гильберт-оптики в измерительных технологиях Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. 316 с.
10. **Дубнищев Ю. Н.** Теория и преобразование сигналов в оптических системах. С.-Пб.: Изд-во Лань, 2011. 384 с.
11. **Арбузов В. А., Дубнищев Ю. Н., Лебедев А. В. и др.** Наблюдение крупномасштабных гидродинамических структур в вихревой трубке и эффект Ранка // Письма в ЖТФ. 1997. **23**, № 23. С. 84–90.
12. **Arbuzov V. A., Dvornicov N. A., Dubnishchev Yu. N.** Detecting opposite vortex rings formed during pressure front diffraction on a hole // Techn. Phys. Lett. 2008. **34**, N 5. P. 394–396.
13. **Дубнищев Ю. Н., Дворников Н. А., Нечаев В. Г., Новоселова О. Н.** Полихроматическая гильберт-диагностика эволюции вихревых колец, индуцированных скачком давления на отверстии // Автометрия. 2012. **48**, № 3. С. 13–21.
14. **Eu J. K. T., Lohmann A. V.** Isotropic Hilbert spatial filtering // Opt. Commun. 1973. **9**, N 3. P. 257–262.
15. **Арбузов В. А., Арбузов Э. В., Буфетов Н. С., Шлапакова Е. О.** Гильберт-диагностика рэлей-бенаровской конвекции в жидкости // Автометрия. 2012. **48**, № 3. С. 61–67.
16. **Антонов П. В., Арбузов В. А., Бердников В. С. и др.** Экспериментальные и численные исследования нестационарных плавающих струй // Автометрия. 2012. **48**, № 3. С. 90–100.

Поступила в редакцию 13 февраля 2013 г.