

ЛИТЕРАТУРА

1. Хьюнтт Дж., Холл-Тейлор П. Кольцевые двухфазные течения. М. «Энергия», 1974.
2. Inoue A., Aoki S. Fundamental studies on pressure drop in an air-water two-phase flow in a vertical pipe. — «Bulletin of the JSME», 1971, vol. 14, N 70.
3. Serisawa A., Kataoka I., Mishiyoishi I. Turbulent structure of air-water bubble flow. — «Internat. J. Multiphase Flow», 1975, vol. 2, N 3.
4. Davis M. R. The determination of wall friction for vertical and horizontal two-phase bubble flows. — «Trans. ASME. Ser. D. J. of Basic Engineering», 1974, vol. 96, N 2.
5. Kopalinsky E. M., Bryant R. A. A. Friction coefficients for bubble two-phase flow in horizontal pipes. — «A. I. Ch. E. J.», 1976, vol. 22, N 1.
6. Herringe R. A., Davis M. R. Structural development of gas-liquid mixture flows. — «J. Fluid Mech.», 1976, vol. 73, pt 1.
7. Ибрагимов М. Х., Бобков В. П., Тычинский Н. А. Исследование поведения газовой фазы в турбулентном потоке смеси воды и газа в каналах. — ТВТ, 1973, т. 11, № 5.
8. Исследование турбулентных течений двухфазных сред. Новосибирск, «Наука», 1973.
9. Бурдуков А. П., Валукина Н. В., Накоряков В. Е. Особенности течения газожидкостной пузырьковой смеси при малых числах Рейнольдса. — ИМТФ, 1975, № 4.
10. Segre G., Silberberg A. Behaviour of macroscopic rigid spheres in Poiseuille flow. — «J. Fluid Mech.», 1962, vol. 14, pt 1.
11. Vasseur P., Cox R. G. The lateral migration of a spherical particle in a two-dimensional shear flow. — «J. Fluid Mech.», 1976, vol. 78, pt 2.
12. Mitchell I. F., Hanratty T. J. A study of turbulence at a wall using an electrochemical wall shear stress meter. — «J. Fluid Mech.», 1966, vol. 26, pt 1.
13. Кутагеладзе С. С., Стырикович М. А. Гидродинамика газожидкостных потоков. М., «Энергия», 1976.

УДК 532.5 : 532.135

ДИССИПАТИВНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ПУЛЬСАЦИЯХ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ В ВЯЗКОУПРУГИХ ПОЛИМЕРНЫХ ЖИДКОСТЯХ

С. П. Левицкий

(Воронеж)

Исследуются свободные колебания газовых пузырьков в вязкоупругих полимерных жидкостях с учетом всех диссипативных механизмов (реологического, акустического и теплового). Наряду с эффектами сдвиговой вязкоупругости [1] учитываются релаксационные явления при объемном деформировании среды. Динамика газовых пузырьков в несжимаемых вязкоупругих средах без учета тепловой диссипации исследовалась в [2—4].

Изучение диссипативных эффектов при пульсациях газовых пузырьков в жидкостях представляет интерес для описания поведения пузырьковых смесей в динамических условиях [5]. Известно [6], что затухание колебаний газовых включений в вязкой жидкости обусловлено следующими основными причинами: тепловой диссипацией вследствие теплообмена между газом, содержащимся в пузырьке, и окружающей средой; акустической диссипацией, вызванной потерями на излучение звука осциллирующим пузырьком; вязкой диссипацией, связанной с необратимым характером процессов переноса импульса в среде и локализованной в случае несжимаемой жидкости вблизи границы раздела газ — жидкость. В рамках линейного приближения анализ перечисленных эффектов для случая ньютоновской жидкости проведен в [7], где показана аддитивность указанных механизмов диссипации при малых значениях полного декремента затухания колебаний пузырька. Решение аналогичной задачи в случае пульсаций пузырьков в полимерных жидкостях требует учета дополнительных факторов и прежде всего реологических особенностей среды, связанных с прояв-

лениями вязкоупругости. Отметим, что эффекты вязкоупругости можно приближенно учесть через динамическое граничное условие на поверхности пузырька, пренебрегая совместным влиянием реологии и сжимаемости. Аналогичный метод использован, например, в работах [7—9], учитывающих сжимаемость ньютоновской жидкости в квазипластическом приближении [10]. Однако при таком подходе нельзя оценить поглощение звука, излучаемого осциллирующим пузырьком, что представляет самостоятельный интерес (при решении внешней гидродинамической задачи для пузырька в [7—9] жидкость считается идеальной). В связи с этим ниже исследуется динамика пузырька в сжимаемой вязкоупругой жидкости в рамках совместного анализа реологии и сжимаемости, при этом предварительно находится решение задачи об излучении звука осциллирующим пузырьком с учетом реологии среды.

Ограничиваясь в дальнейшем рамками линейного приближения, примем для дивергентной части тензора напряжений в жидкости трехконстантное уравнение Олдройда [1], используемое для описания механического поведения ряда разбавленных полимерных растворов,

$$(1) \quad \tau_{ij} + \lambda_1 \dot{\tau}_{ij} = 2\eta_0(s_{ij} + \lambda_2 \dot{s}_{ij}), \quad \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq 0, \quad \tau_{ij} = \sigma_{ij} + p\delta_{ij}, \\ s_{ij} = e_{ij} - (1/3)e_{\alpha\alpha}\delta_{ij}, \quad p = -(1/3)\sigma_{\alpha\alpha}, \\ e_{ij} = (1/2)(v_{i,j} + v_{j,i}),$$

где τ_{ij} и s_{ij} — дивергенты тензора напряжений и тензора скоростей деформаций соответственно; p — механическое давление; v_i — компоненты вектора скорости; λ_1 и λ_2 — время релаксации и ретардации соответственно; η_0 — вязкость. Для шаровой части тензора напряжений примем уравнение [11]

$$(2) \quad p + \tau_1 \dot{p} = -K_0(u + \tau_2 \dot{u}), \quad \tau_2 \geq \tau_1 \geq 0,$$

где u — относительная объемная деформация; K_0 — модуль объемной упругости; τ_1 и τ_2 — время релаксации давления и ретардации объемной деформации соответственно. Уравнение (2) описывает объемную деформацию при наличии в среде одного внутреннего релаксационного процесса произвольной природы [12].

Отметим величины, соответствующие газу и жидкости, индексами 1 и 2. Для плотности ρ_2 и давления p_2 в жидкости примем

$$(3) \quad \rho_2 = \rho_{20}(1 + s_2(r, t)), \quad p_2 = p_{20} + f_2(r, t),$$

где ρ_{20} и p_{20} — равновесные значения; s_2 и f_2 — малые возмущения; r — радиальная координата сферической системы координат r, θ, φ с началом в центре пузырька. Радиальную компоненту скорости в жидкости обозначим $q_2(r, t)$. С учетом сферической симметрии течения, индуцируемого радиальными колебаниями пузырька, имеем из (1) — (3)

$$(4) \quad \tau_{rr} + \lambda_1 \dot{\tau}_{rr} = 2\eta_0(s_{rr} + \lambda_2 \dot{s}_{rr}), \quad \tau_{\varphi\varphi} + \lambda_1 \dot{\tau}_{\varphi\varphi} = \\ = 2\eta_0(s_{\varphi\varphi} + \lambda_2 \dot{s}_{\varphi\varphi}), \quad s_{rr} = (2/3)(\partial q_2/\partial r - q_2/r), \\ s_{\varphi\varphi} = -(1/2)s_{rr}, \quad \tau_{\theta\theta} = \tau_{\varphi\varphi}, \quad f_2 + \tau_1 \dot{f}_2 = K_0(s_2 + \tau_2 \dot{s}_2).$$

Линеаризованные уравнения движения и неразрывности имеют вид

$$(5) \quad \rho_{20} \frac{\partial q_2}{\partial t} = -\frac{\partial f_2}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{2(\tau_{rr} - \tau_{\varphi\varphi})}{r},$$

$$(6) \quad \frac{\partial s_2}{\partial t} + r^{-2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 q_2) = 0.$$

Предположим, что газовый пузырек имеет равновесный радиус R_0 и совершает малые свободные затухающие колебания с комплексной частотой h

$$(7) \quad R = R_0 + \Delta R, \quad \Delta R = \delta e^{ht}.$$

Пусть

$$\begin{aligned} \partial s_2 / \partial t &= h s_2, \quad \partial f_2 / \partial t = h f_2, \quad \partial q_2 / \partial t = h q_2, \quad \partial \tau_{rr} / \partial t = h \tau_{rr}, \\ \partial \tau_{\varphi\varphi} / \partial t &= h \tau_{\varphi\varphi}. \end{aligned}$$

Тогда из системы (4)–(6) имеем для q_2

$$\begin{aligned} q_2 &= m^{-2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 q_2) \right), \\ m^2 &= \rho_{20} h \left[\frac{K_0 (1 + \tau_2 h)}{h (1 + \tau_1 h)} + \frac{4\eta_0 (1 + \lambda_2 h)}{3 (1 + \lambda_1 h)} \right]^{-1}. \end{aligned}$$

Полагая $q_2 = \varphi_{,r}$, получаем для потенциала φ уравнение Гельмгольца с комплексным параметром

$$(8) \quad \nabla^2 \varphi - m^2 \varphi = 0.$$

Решение уравнения (8), соответствующее расходящимся волнам, имеет вид

$$r\varphi = A \exp(ht - mr).$$

Для комплексной скорости c распространения сферических звуковых волн, излучаемых пузырьком, осциллирующим в сжимаемой вязкоупругой жидкости, имеем дисперсионное уравнение

$$c^2 = \frac{K_0 (1 + \tau_2 h)}{\rho_{20} (1 + \tau_1 h)} + \frac{4\eta_0 h (1 + \lambda_2 h)}{3\rho_{20} (1 + \lambda_1 h)}.$$

Константу A определим из кинематического условия на поверхности пузырька с учетом (7). Получим

$$A = - \frac{c R_0^2 \eta_1 \delta}{c + h R_0} e^{h R_0 / c}.$$

Для возмущения давления в жидкости теперь имеем

$$(9) \quad f_2 = - \frac{K_0 (1 + \tau_2 h) A h^2}{c^2 h (1 + \tau_1 h) r} \exp \left(ht - \frac{h}{c} r \right).$$

Из (9) находим выражение для давления на поверхности пузырька

$$(10) \quad p_2(R, t) = p_{20} + \frac{K_0 h^2 R_0 (1 + \tau_2 h)}{c (1 + \tau_1 h) (c + h R_0)} \Delta R.$$

В случае ньютоновской жидкости ($\tau_1 = \tau_2 = \lambda_1 = \lambda_2 = 0$) динамическая добавка к давлению на поверхности пульсирующего пузырька принимает вид

$$(11) \quad \begin{aligned} f_2(R, t) &= \rho_{20} h^2 R_0 (c_0 / c)^2 (1 + h R_0 / c)^{-1} \Delta R, \\ c^2 &= c_0^2 \left(1 + \frac{4}{3} \eta_0 h \rho_{20}^{-1} c_0^{-2} \right), \quad c_0 = (K_0 / \rho_{20})^{1/2}. \end{aligned}$$

Отметим, что формула (11) отличается от соответствующего выражения для f_2 , найденного по минерализованной квазиакустической теории [7–9], добавочными членами, учитывающими совместное влияние вязкости и сжимаемости жидкости. Для не слишком мелких пузырьков в маловязкой и слабосжимаемой жидкости вклад этих членов мал.

Динамическое граничное условие на поверхности пузырька имеет вид

$$(12) \quad p_2(R, t) = p_1(R, t) - 2\sigma R^{-1} + \tau_{rr}(R, t),$$

где $p_1(R, t)$ — давление в газе у поверхности пузырька; σ — коэффициент поверхностного натяжения. Определяя $\tau_{rr}(R, t)$ и подставляя в (12) соотношение (10), находим с точностью до линейных величин

$$(13) \quad p_1(R, t) = p_{20} + \frac{2\sigma}{R_0} + \left\{ \frac{K_0 h^2 R_0 (1 + \tau_2 h)}{c(1 + \tau_1 h)(c + hR_0)} - \frac{2\sigma}{R_0^2} + \frac{4\eta_0(1 + \lambda_2 h) R_0^2 h}{3(1 + \lambda_1 h)(1 + hR_0/c)} \left(\frac{3}{R_0^3} + \frac{3h}{cR_0^2} + \frac{h^2}{c^2 R_0} \right) \right\} \Delta R.$$

Предположим, что внутри пузырька содержится идеальный газ с уравнением состояния

$$p_1 = \rho_1 T_1 c_V (\gamma - 1), \quad \gamma = c_p / c_V,$$

где T_1 — температура; c_p и c_V — удельная теплоемкость при постоянном давлении и объеме.

Положим

$$T_1 = T_0(1 + \theta(r, t)), \quad p_1 = p_{10}(1 + s_1(r, t) + \theta(r, t)), \\ \rho_1 = \rho_{10}(1 + s_1(r, t)), \quad p_{10} = \rho_{10} T_0 c_V (\gamma - 1),$$

где θ и s_1 — малые возмущения температуры и плотности.

Линеаризованная система уравнений сохранения массы, импульса и энергии для газа в пузырьке запишется в виде

$$(14) \quad \frac{\partial s_1}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 q_1) = 0, \\ \rho_{10} \frac{\partial q_1}{\partial t} = -p_{10} \left(\frac{\partial s_1}{\partial r} + \frac{\partial \theta}{\partial r} \right),$$

$$\partial \theta / \partial t = D_1 \nabla^2 \theta + (\gamma - 1) \partial s_1 / \partial t, \quad D_1 = \chi / \rho_{10} c_V,$$

где q_1 — радиальная компонента скорости в газе; χ — коэффициент теплопроводности.

Положим

$$\partial q_1 / \partial t = h q_1, \quad \partial s_1 / \partial t = h s_1, \quad \partial \theta / \partial t = h \theta.$$

Разрешая [7] систему уравнений (14), определяя $p_1(R, t)$ и учитывая, что давление p_{10} в пузырьке удовлетворяет уравнению равновесия, получаем из (13) трансцендентное уравнение для h

$$(15) \quad h^2 = F(h), \quad F(h) = - \frac{c^2(1 + \tau_1 h)(1 + hR_0 c^{-1})}{K_0 R_0^2 (1 + \tau_2 h)} \times \\ \times \left[G - \frac{2\sigma}{R_0} + \frac{4\eta_0(1 + \lambda_2 h) R_0^2 h}{3(1 + \lambda_1 h)(1 + hR_0 c^{-1})} \left(\frac{3}{R_0^3} + \frac{3h}{cR_0^2} + \frac{h^2}{c^2 R_0} \right) \right], \\ G = p_{10} R_0^2 D_1 (l_2 - l_1) \{ (h l_1^{-1} - D_1) [(R_0 l_1^{1/2}) \operatorname{cth} R_0 l_1^{1/2} - 1] - \\ - (h l_2^{-1} - D_1) [(R_0 l_2^{1/2}) \operatorname{cth} R_0 l_2^{1/2} - 1] \}^{-1}, \\ p_{10} \rho_{10}^{-1} D_1 h^{-1} l^2 - (\gamma p_{10} \rho_{10}^{-1} + h D_1) l + h^2 = 0.$$

При определении решения системы (14) для температуры T_1 использовалось граничное условие $T_1(R) = T_0 = \text{const}$, принятое в [6—9, 13]. Необходимость рассмотрения внешней задачи теплопроводности может

возникать лишь при наличии фазовых переходов на границе раздела или при сильном пересжатии газа в пузырьке, что исключается рамками рассматриваемой постановки задачи.

Уравнение (15) позволяет рассчитать частоту и затухание колебаний пузырька с учетом совместного влияния тепловой, акустической и реологической диссипации. Приведем также уравнения для h , учитывающие лишь один определенный вид диссипации. Тепловое демпфирование характеризуется уравнением

$$(16) \quad h_1^2 = -(\rho_{20} R_0^2)^{-1} (G(h_1) - 2\sigma R_0^{-1}).$$

Учет акустической диссипации приводит к уравнению

$$(17) \quad h_2^2 = -(1 + h_2 R_0 c^{-1}) (\rho_{20} R_0^2)^{-1} (3k p_{10} - 2\sigma R_0^{-1}),$$

$$c^2 = \rho_{20}^{-1} K_0 (1 + \tau_2 h_2) (1 + \tau_1 h_2)^{-1},$$

где k — показатель политропы в уравнении для газа в пузырьке

$$p_1(R, t) = p_{10} (1 - 3k R_0^{-1} \Delta R).$$

Наконец, учет одной реологической диссипации приводит к следующему точному решению для h [2]:

$$(18) \quad \operatorname{Re}\{h_3\} = -(A + B)/2 - a/3, \quad \operatorname{Im}\{h_3\} = \sqrt{3}(A - B)/2,$$

$$A = (-U/2 + \sqrt{Q})^{1/3}, \quad B = (-U/2 - \sqrt{Q})^{1/3},$$

$$Q = (V/3)^3 + (U/2)^2, \quad U = 2(a/3)^3 - ab/3 + g,$$

$$V = -a^2/3 + b, \quad a = \lambda_1^{-1} + 2\alpha\lambda_2\lambda_1^{-1},$$

$$b = \beta + 2\alpha\lambda_1^{-1}, \quad g = \beta\lambda_1^{-1}, \quad \alpha = 2\eta_0 (\rho_{20} R_0^2)^{-1},$$

$$\beta = 3k [p_{20} + 2\sigma R_0^{-1} (1 - (3k)^{-1})] (\rho_{20} R_0^2)^{-1}.$$

Определим полный логарифмический декремент затухания Λ и частоту ω колебаний пузырька по формулам

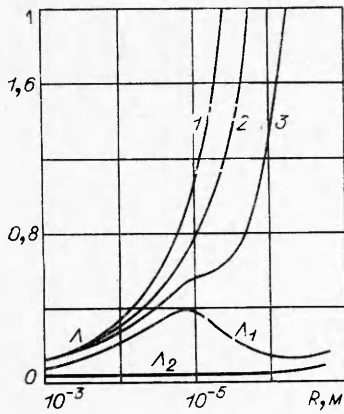
$$\Lambda = -2\pi \operatorname{Re}\{h\} \operatorname{Im}^{-1}\{h\}, \quad \omega = (2\pi)^{-1} \operatorname{Im}\{h\}$$

и обозначим через Λ_1 , Λ_2 и Λ_3 тепловой, акустический и реологический декременты затухания соответственно. Поглощение на длине волны κ звука, излучаемого осциллирующим пузырьком, определяется соотношением

$$\kappa = 2\pi (\operatorname{Im}\{c\} \operatorname{Re}^{-1}\{c\}) / (1 - \operatorname{Im}\{c\} \operatorname{Re}\{h\} \times \\ \times \operatorname{Re}^{-1}\{c\} \operatorname{Im}^{-1}\{h\}).$$

Величины h , h_1 — h_3 находились из соотношений (15)—(18) численно на ЭВМ БЭСМ-4. Теплофизические параметры воздуха в пузырьке, давление, плотность и коэффициент поверхностного натяжения в жидкости принимались следующие: $T_0 = 293$ К, $\gamma = 1,4$, $\chi = 0,0257$ Дж/м·с·град, $c_p = 10^3$ Дж/кг·град, $p_{20} = 10^5$ Н/м², $\rho_{20} = 10^3$ кг/м³, $\sigma = 0,05$ Н/м. Значения реологических и акустических параметров жидкости выбирались в соответствии с экспериментальными данными [14—16] из диапазона, характерного для ряда полимерных растворов.

Решения трансцендентных уравнений (15)—(17) определялись итерационным методом. Величина показателя политропы k ($1 \leq k \leq 1,4$) при нахождении h_2 и h_3 определялась линейной интерполяцией из условия согласования собственных частот колебаний, рассчитанных по уравнениям (17), (18) и (15) соответственно. Для проверки правильности счета вначале были рассчитаны декременты затухания колебаний воздушных пузырьков



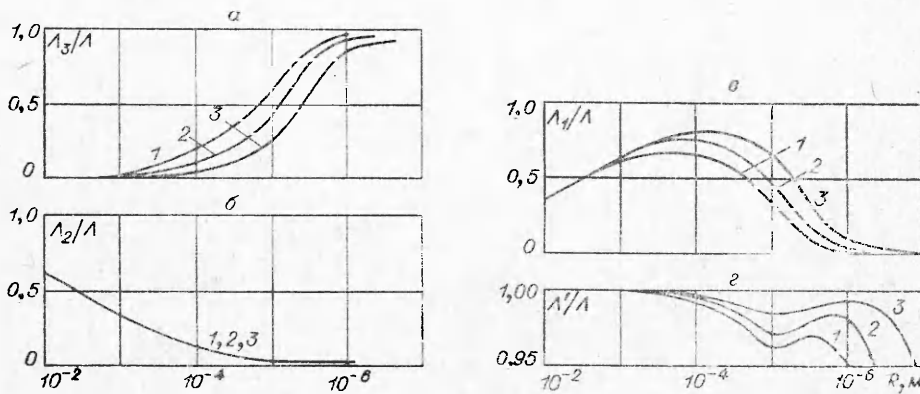
Ф и г. 1

в воде при температуре 20°C. Полученные результаты совпали с данными работы [7].
 Некоторые характерные графики для вязкоупругих жидкостей представлены на фиг. 1—4. Кривая 1 соответствует ньютоновской жидкости ($\lambda_1 = \lambda_2 = \tau_1 = \tau_2 = 0$); кривые 2, 3 — жидкости со сдвиговой вязкоупругостью ($\tau_1 = \tau_2 = 0$) при $\lambda_1 = 10^{-2}$ с и $\lambda_2 = 5 \cdot 10^{-3}$, $2 \cdot 10^{-3}$ с соответственно; кривые 4, 5 — жидкости со сдвиговой и объемной вязкоупругостью при $\lambda_1 = 10^{-2}$ с, $\lambda_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ с, $\tau_1 = 10^{-10}$ с и $\tau_2 = 1,5 \cdot 10^{-10}$, $2 \cdot 10^{-10}$ с соответственно. Для всех кривых $\eta_0 = 10^{-2}$ кг/м·с, $K_0 = 2 \cdot 10^9$ Н/м².

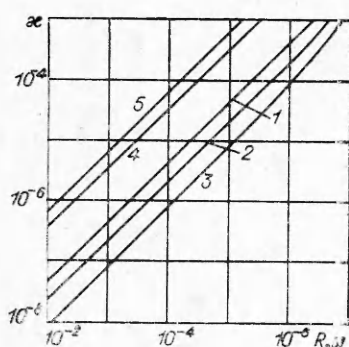
Из графиков следует, что учет сдвиговой вязкоупругости приводит к уменьшению полного декремента затухания Δ (фиг. 1). Этот эффект проявляется для средних и мелких газовых включений и усиливается с уменьшением радиуса пузырька. Расчеты показали, что с ростом вязкости жидкости влияние сдвиговой вязкоупругости возрастает, при этом увеличивается характерный размер пузырьков, на затухание колебаний которых оказывают влияние вязкоупругие эффекты.

Зависимость эффективного показателя политропы k от радиуса пузырька представлена на фиг. 2. Видно, что для крупных пузырьков значение k близко к γ , а для мелких ($R_0 < 10^{-5}$ м) совпадает с изотермическим значением $k = 1$. Отметим, что вид кривой $k = k(R_0)$ не изменяется при варьировании реологических параметров среды и определяется лишь тепловыми эффектами [7].

Как показывают вычисления, собственная частота колебаний пузырьков при учете сдвиговой вязкоупругости незначительно растет, однако это наблюдается лишь для очень малых $R_0 \sim 10^{-6}$ м, для которых $k = 1$.



Ф и г. 3



Фиг. 4

Отметим, что относительный вклад акустической диссипации незначительно изменяется при учете вязкоупругости (кривые 1—3 в масштабе фиг. 3, б сливаются в одну). Это обстоятельство связано с тем, что реологическая диссипация является существенной в случае средних и мелких пузырьков, для которых относительная роль акустической диссипации невелика. Вследствие этого при исследовании влияния вязкоупругих эффектов на затухание малых колебаний таких пузырьков допустимо с определенным приближением считать жидкость несжимаемой. Расчеты показывают, что возникающая при таком предположении погрешность в определении величины Λ для пузырьков с $R_0 < 10^{-4}$ м не превышает 10% и снижается при увеличении вязкости жидкости и уменьшении радиуса пузырька.

Как следует из фиг. 3, г, реологический, акустический и тепловой механизмы диссипации в вязкоупругой жидкости так же, как и в ньютоновской, в широком диапазоне размеров пузырьков являются аддитивными. Незначительные отклонения от аддитивности наблюдаются лишь для мелких пузырьков. Для таких включений проявляются перекрестные эффекты, обусловленные совместными вкладами различных диссипативных механизмов, которые не учитываются в Λ' . Вследствие этого величина Λ' оказывается несколько меньше полного декремента затухания Λ . Отметим, что в вязкоупругой жидкости отклонение величины Λ' от Λ меньше, чем в ньютоновской. В связи с этим при исследовании затухания колебаний пузырьков в вязкоупругой жидкости можно проводить отдельный анализ различных механизмов диссипации (в том числе реологического [3]) с меньшей погрешностью, чем в ньютоновской жидкости.

Фиг. 4 характеризует поглощение звука, излучаемого осциллирующим пузырьком. Видно, что объемная и сдвиговая вязкоупругости оказывают противоположное влияние на затухание звуковых волн и приводят соответственно к росту и уменьшению величины κ . При этом поглощение звука в жидкости с объемной и сдвиговой вязкоупругостью оказывается выше, чем в ньютоновской с той же вязкостью. Этот результат согласуется с экспериментальными данными [17], указывающими на уменьшение кавитационного шума в жидкости с полимерными добавками.

Поступила 6 XII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Виноградов Г. В., Малкин А. Я. Реология полимеров. М., «Химия», 1977.
2. Левицкий С. П., Листров А. Т. Малые колебания газонаполненной сферической полости в вязкоупругих полимерных средах.— ПМТФ, 1974, № 1.

3. Левицкий С. П., Листров А. Т. О влиянии вязкоупругих свойств жидкости на динамику малых колебаний газового пузырька.— ПМТФ, 1976, № 3.
4. Гасенко В. Г., Соболев В. В. Пульсация газового пузырька в неньютоновской жидкости под действием звукового поля.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1974, № 2.
5. Накоряков В. Е., Соболев В. В., Шрейбер И. Р. Волны конечной амплитуды в двухфазных системах.— В кн.: Волновые процессы в двухфазных системах. Новосибирск, изд. Ин-та теплофизики СО АН СССР, 1975.
6. Devin C. Survey of thermal, radiation and viscous damping of pulsating air bubbles in water.— «J. Acoust. Soc. Amer.», 1959, vol. 31, N 12.
7. Chapman R. B., Plesset M. S. Thermal effects in the free oscillations of gas bubbles.— «Trans. ASME, ser. D. J. Basic Engng», 1971, vol. 93, N 3.
Рус. пер. Тепловые эффекты при свободном колебании газовых пузырьков.— «Теорет. основы инж. расчетов», 1971, т. 93, № 3.
8. Macedo I. C., Yang Wen-Jei. Acoustically forced oscillations of gas bubbles in liquids.— «Japan. J. Appl. Phys.», 1972, vol. 11, N 8.
9. Shima A. The natural frequency of a bubble oscillating in a viscous compressible liquid.— «Trans. ASME, ser. D. J. Basic Engng», 1970, vol. 92, N 3. Рус. пер. Собственная частота колебаний газового пузырька в вязкой сжимаемой жидкости.— «Теорет. основы инж. расчетов», 1970, т. 92, № 3.
10. Миниович И. Я., Перник А. Д., Петровский В. С. Гидродинамические источники звука. Л., «Судостроение», 1972.
11. Френкель Я. И. Кипетическая теория жидкостей. Л., «Наука», 1975.
12. Михайлов И. Г., Соловьев В. А., Сырников Ю. П. Основы молекулярной акустики. М., «Наука», 1964.
13. Нигматулин Р. И., Хабеев И. С. Теплообмен газового пузырька с жидкостью.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1974, № 5.
14. Amato W. S., Tien Chi. Natural convection heat transfer from a vertical plate to an Oldroyd fluid.— «Chem. Eng. Progr. Symp. Ser.», 1970, vol. 66, N 102.
15. Реология (полимеры и нефть). Новосибирск, изд. Ин-та теплофизики СО АН СССР, 1977.
16. Литовиц Т., Дэвис К. Структурная и сдвиговая релаксация в жидкостях.— В кн.: Физическая акустика. Т. 2, Ч. А. М., «Мир», 1968.
17. Вязьменский Б. Э. Влияние полимерных добавок на кавитацию.— ИФЖ, 1973, т. 25, № 6.

УДК 533 : 538; 536.46 : 533.6

О НЕЛИНЕЙНЫХ И ЛИНЕЙНЫХ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССАХ В ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИКЕ С УЧЕТОМ ДИФфуЗИИ ЗАРЯДОВ

Н. И. Кидин, Г. Г. Цыпкин

(Москва)

Проведенное ниже исследование применимо к нестационарным электрогидродинамическим течениям, в которых существенную роль играют процессы диффузии заряженных частиц. Примерами таких течений являются нестационарные течения с движущимися фронтами электрического заряда [1, 2], течения с разрывами газодинамических параметров, пограничные слои вблизи сеток электродов, течения с электризацией тел при движении в потоках, явления образования электрического заряда и методы борьбы с ним в различных технологических процессах [2] и др. Своеобразная электрогидродинамическая ситуация возникает также при горении в электрическом поле [3], например, когда лампнарный фронт пламени помещен между плоскими электродами [4, 5]. В этом случае с каждой стороны от фронта горения (между электродом и пламенем) образуются разноименно заряженные области. Массовые электрические силы, воздействуя на гидродинамику течения при горении, приводят к различным электрогидродинамическим эффектам, при описании которых, особенно вблизи фронта