

ТЕРМОУПРУГИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В КУСОЧНО-ОДНОРОДНЫХ СТРУКТУРАХ

Т. Г. Белейчева

(Новосибирск)

Конструкции многих приборов микроэлектроники можно рассматривать как кусочно-однородные структуры, составленные из материалов с различными коэффициентами термического расширения и упругими константами. В результате отличия температуры эксплуатации от температур изготовления приборов в них может возникнуть высокий уровень термических напряжений, приводящих к растрескиванию и потере адгезии в системе пленка—подложка [1, 2], механическому разрушению силовых транзисторов [3, 4], отслаиванию кристаллов полупроводников и возникновению в них трещин при закреплении в корпусах полупроводниковых устройств [5—7]. Остаточные термические напряжения, кроме того, могут влиять на параметры работы устройств из-за зависимости от напряжений некоторых физических свойств [8—11].

В связи с этим возникает необходимость расчета и анализа напряжений в таких составных средах. Существующие расчетные модели в основном относятся к двухслойным системам [10—17]. Для систем больше двух слоев проведены расчеты напряжений в работах [3, 6, 18, 19], использующих гипотезы теории тонких балок. Однако в реальных конструкциях полупроводниковых устройств толщина структуры может быть соизмерима с длиной слоев; кроме того, обычно различается длина слоев, вблизи углов соединения которых наблюдаются экспериментально концентрации напряжений [20, 21] и зарождение трещин [3, 6, 7]. Все это в ряде случаев не дает возможности применить расчеты [3, 6, 18, 19].

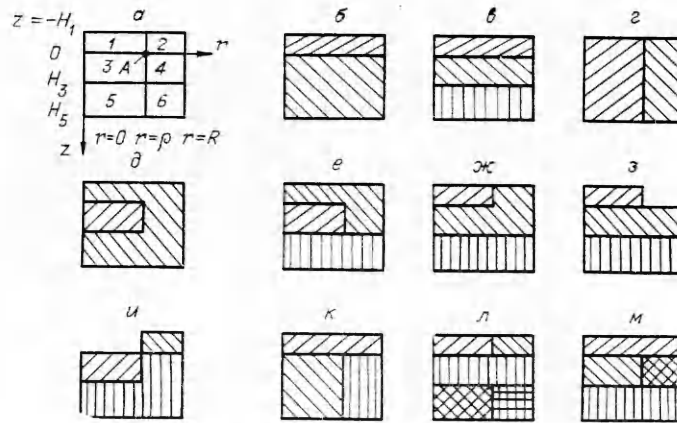
Цель данной работы — расчет напряжений в кусочно-однородных системах и последующий анализ, на основе которого возможны оценка надежности функционирования структур и выбор целесообразных конструкций, геометрических размеров систем, поскольку другие требования (растворимость, электрические свойства, экономия и т. д.) могут ограничить применение материалов, идеально подходящих с точки зрения коэффициентов термического расширения.

1. В качестве математической модели применяемых в микроэлектронике конструкций здесь выбран прямой круговой цилиндр D радиуса R и высоты H , кусочно-однородный как по осевой, так и по радиальной координате. На фиг. 1, *a* приведено сечение $\theta = \text{const}$ для $0 \leq r \leq R$ (область II) цилиндра D в цилиндрических координатах r, θ, z . Плоскости S_1 и S_2 , параллельные основанию D , и цилиндрическая поверхность S_3 , концентрическая с боковой поверхностью D , делят тело D на 6 областей D_k цилиндрической и кольцевой формы, каждая из которых заполнена однородной изотропной упругой средой, характеризующейся параметрами α_k , G_k , ν_k (соответственно коэффициент термического расширения, модуль сдвига и коэффициент Пуассона области D_k , k — номер области на фиг. 1, *a*, $k = 1, 2, \dots, 6$).

Внешняя граница S тела D свободна от напряжений, а на S_1 , S_2 и S_3 выполняются условия жесткого контакта.

В данной работе в линейно-упругой постановке рассмотрена осесимметричная задача об определении напряженного состояния такого составного цилиндрического тела при изменении его температуры на величину ΔT . Принято, что ΔT однородно в D .

Приведенная на фиг. 1, *a* модель позволяет рассмотреть множество конечных структур различной геометрии, часть которых схематически представлена на фиг. 1, *б—м*. Системы, изображенные на фиг. 1, *б, в, и* (сплошные и островковые пленки на подложке) и на фиг. 1, *д—з* (закрепление кристаллов в корпусах устройств), имеют применение в микроэлект-



Ф и г. 1

ронике. Для моделей, изображенных на фиг. 1, б—м, выбрана такая же система координат, как и для модели фиг. 1, а.

В каждой из областей D_k заданы в цилиндрических координатах уравнения равновесия Дюгамеля — Неймана [22]

$$(1.1) \quad \nabla^2 u - \frac{z}{r^2} + \frac{1}{1-2\nu_k} \frac{\partial e}{\partial r} = 0, \quad \nabla^2 w + \frac{1}{1-2\nu_k} \frac{\partial e}{\partial z} = 0,$$

где

$$e = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Здесь $u = u(r, z)$ и $w = w(r, z)$ — проекции вектора смещения на оси r и z соответственно.

На границе S ввиду отсутствия внешних сил имеем

$$(1.2) \quad \begin{aligned} \sigma_{rr}(R, z) &= 0, & \tau_{rz}(R, z) &= 0, \\ \sigma_{zz}(r, -H_1) &= 0, & \tau_{rz}(r, -H_1) &= 0, \\ \sigma_{zz}(r, H_5) &= 0, & \tau_{rz}(r, H_5) &= 0. \end{aligned}$$

При переходе через поверхности раздела S_1, S_2 и S_3 непрерывны напряжения и смещения

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \sigma_{zz}(r, +0) &= \sigma_{zz}(r, -0), & \tau_{rz}(r, +0) &= \tau_{rz}(r, -0), \\ u(r, +0) &= u(r, -0), & w(r, +0) &= w(r, -0), \\ \sigma_{zz}(r, H_3 + 0) &= \sigma_{zz}(r, H_3 - 0), & \tau_{rz}(r, H_3 + 0) &= \tau_{rz}(r, H_3 - 0), \\ u(r, H_3 + 0) &= u(r, H_3 - 0), & w(r, H_3 + 0) &= w(r, H_3 - 0), \\ \sigma_{rr}(\rho + 0, z) &= \sigma_{rr}(\rho - 0, z), & \tau_{rz}(\rho + 0, z) &= \tau_{rz}(\rho - 0, z), \\ u(\rho + 0, z) &= u(\rho - 0, z), & w(\rho + 0, z) &= w(\rho - 0, z). \end{aligned}$$

При $r = 0$ выполняются условия осевой симметрии

$$(1.4) \quad u(0, z) = 0, \quad \sigma_{rr}(0, z) = \sigma_{\theta\theta}(0, z).$$

Здесь $\sigma_{rr}(r, z)$, $\sigma_{\theta\theta}(r, z)$, $\sigma_{zz}(r, z)$ — соответственно нормальные радиальные, тангенциальные и осевые напряжения; $\tau_{rz}(r, z)$ — касательные напряжения. Параметр ΔT содержится в дифференциальных выражениях

закона Гука для нормальных напряжений [22]. Параметры $\alpha_k, \nu_k, G_k, \Delta T, R, \rho, H_k$ заданы. Требуется найти функции $u(r, z)$ и $w(r, z)$ в области Π : $0 \leq r \leq R, -H_1 \leq z \leq H_5$.

2. Линейная краевая задача (1.1) — (1.4) сведена к вариационной на минимум потенциальной энергии W системы. Выражение для W в случае осесимметричной деформации приведено в [23]. Далее на область Π накладываются основная и двойная прямоугольные сетки, использованные в [23]. При этом W становится функцией дискретных значений $u_{i,j}$ и $w_{i,j}$, где i и j — соответственно номера горизонтальных и вертикальных линий основной сетки ($1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq q, p = 1 + \sum_{k=1,3} \frac{H_k}{h_z^k} + \frac{H_5 - H_3}{h_z^5}, q = 1 + \frac{R}{h_r}$). Здесь h_r и h_z^k — шаги основной сетки по r и z соответственно (шаг h_r постоянный; шаг h_z^k отвечает области D_k ; $h_z^1 = h_z^2, h_z^3 = h_z^4, h_z^5 = h_z^6$).

Использованы следующие аппроксимации производных:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) &\approx \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{h_r} + \frac{u_{i,j}}{r_j}, \\ \frac{\partial u}{\partial r} &\approx \frac{u_{i,i+1} - u_{i,i}}{h_r}, \quad \frac{\partial u}{\partial z} \approx \frac{u_{i,j} - u_{i+1,j}}{h_z^k}, \\ \frac{\partial w}{\partial r} &\approx \frac{w_{i,j+1} - w_{i,j}}{h_r}, \quad \frac{\partial w}{\partial z} \approx \frac{w_{i,j} - w_{i+1,j}}{h_z^k}. \end{aligned}$$

Приближенное выражение $W_{i,j}^l$ для внутренней ячейки области Π (ячейка образована линиями основной и двойной сеток) имеет вид

$$(2.1) \quad W_{i,j}^l = \sum_{n=1}^5 a_{j,n,k} [L_n^l(u_{i,j}) + P_n^l(w_{i,j})]^2 + b_{j,k} [L_1^l(u_{i,j}) + P_1^l(w_{i,j})] + c_{j,k}, \quad k = 1, 2, \dots, 6,$$

где L_n, P_n — некоторые разностные линейные операторы; $a_{j,n,k}, b_{j,k}, c_{j,k}$ — постоянные внутри каждой ячейки. Индекс l относится к одной из четырех ячеек, включающих внутреннюю точку (i, j) .

Выражение для W получено путем суммирования выражений вида (2.1) по индексам i, j, l (для точек $(i, j) \in S$ индекс $l = 1, 2$).

Разностные уравнения, аппроксимирующие исходные дифференциальные (1.1) — (1.4) с точностью порядка $O(h^2)$, $h = \max(h_r, h_z)$, получены из условий стационарности

$$(2.2) \quad \partial W / \partial u_{i,j} = 0;$$

$$(2.3) \quad \partial W / \partial w_{i,j} = 0.$$

В частности, условие (2.2) для точки A (см. фиг. 1, а) имеет вид

$$(2.4) \quad \left\{ 2 \left[\frac{1}{(j-1)h_r} + \frac{2j}{h_r} \right] \sum_{k=1}^4 \Psi_k h_z^k + \frac{(j-1)h_r^2}{2} \sum_{k=1}^4 \frac{G_k}{h_z^k} - \frac{2}{h_r} \left[\sum_{k=2,4} \lambda_k (1 + \nu_k) h_z^k + \sum_{k=1,3} \lambda_k (3 - 5\nu_k) h_z^k \right] \right\} u_{i,j} - \frac{(j-1)h_r^2}{2} \sum_{k=1,2} \frac{G_k}{h_z^k} u_{i+1,j} - \frac{(j-1)h_r^2}{2} \sum_{k=3,4} \frac{G_k}{h_z^k} u_{i-1,j} -$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{2(2j-1)}{h_r} \sum_{k=2,4} \psi_k h_z^k u_{i,j+1} - \frac{2(2j-3)}{h_r} \sum_{k=1,3} \psi_k h_z^k u_{i,j-1} - \\
& - [(j-1) \left(\sum_{k=2,3} \lambda_k - \sum_{k=1,4} \lambda_k \right) + 2 \left(\sum_{k=3,4} \chi_k - \sum_{k=1,2} \chi_k \right)] w_{i,j} + \\
& + \{ \lambda_2 [(1-6v_2) - j(1-4v_2)] - \lambda_1 [(1-2v_1) - j(1-4v_1)] \} w_{i+1,j} - \\
& - \{ \lambda_4 [(1-6v_4) - j(1-4v_4)] - \lambda_3 [(1-2v_3) - j(1-4v_3)] \} w_{i-1,j} + \\
& + [(j-1)(G_2 - G_4) - 2j(\chi_2 - \chi_4)] w_{i,i+1} - [(j-1)(G_1 - G_3) - \\
& - 2(j-2)(\chi_1 - \chi_3)] w_{i,i-1} + [(j-1)\lambda_2 + 2\chi_2] w_{i+1,j+1} - [(j-1)\lambda_4 + 2\chi_4] \times \\
& \times w_{i-1,j+1} - [(j-1)\lambda_1 - 2\chi_1] w_{i+1,j-1} + [(j-1)\lambda_3 - 2\chi_3] w_{i-1,j-1} = \\
& = 4(j-1) \Delta T \left[\sum_{k=1,3} \lambda_k (1+v_k) \alpha_k h_z^k - \sum_{k=2,4} \lambda_k (1+v_k) \alpha_k h_z^k \right],
\end{aligned}$$

где $\lambda_k = \frac{G_k}{1-2v_k} \frac{h_r}{4}$; $\chi_k = \lambda_k v_k$; $\psi_k = \lambda_k (1-v_k)$.

Из выражения (2.4) соответствующей заменой констант получены уравнения $\partial W / \partial u_{i,j} = 0$ для границ S_1, S_2, S_3 и для внутренних точек областей D_k (например, для области D_1 следует положить в (2.4) $\alpha_k = \alpha_1$, $G_k = G_1$, $v_k = v_1$, $h_z^k = h_z^1$, $k = 1, 2, 3, 4$).

Полученная разностная схема девятиточечная. Все неизвестные далее группируются по вертикальным линиям в вектор-столбцы вида

$$\eta_j = \begin{pmatrix} u_{1,j} \\ w_{1,j} \\ u_{2,j} \\ w_{2,j} \\ \vdots \\ u_{p,j} \\ w_{p,j} \end{pmatrix}.$$

Система из $(2 \times p \times q)$ линейных неоднородных алгебраических уравнений с таким же числом неизвестных $u_{i,j}$ и $w_{i,j}$ строится путем чередования выражений (2.2), (2.3), начиная с $j = 1$ для значений $i = 1, 2, \dots, p$ и далее в порядке возрастания j при тех же значениях i , так что каждому $u_{i,j}$ соответствует в системе уравнений номер $[2p(j-1) + 2i - 1]$ уравнения, а каждому $w_{i,j}$ — номер $[2p(j-1) + 2i]$.

Такой порядок расположения неизвестных и уравнений обуславливает блочно-тридиагональную форму матрицы A из коэффициентов при неизвестных $u_{i,j}$ и $w_{i,j}$, что дает возможность применить для нахождения решения системы уравнений численный метод последовательной верхней линейной блочной релаксации [24]. Решения для диагональных блоков матрицы A находились по схеме единственного деления Гаусса [25]. Условие окончания итерационного процесса имело вид

$$\delta = \max_{i,j} | \eta_j^{(m+1)}(i) - \eta_j^{(m)}(i) | < \varepsilon_x \quad m = 1, 2, \dots$$

где ε — точность итераций.

Для оценки погрешности решения вычислялась величина

$$\Phi = \max_{i,j} (\varphi_{i,j} \| \mathbf{i}, \mathbf{j}), \quad \varphi_{i,j} = \left| \frac{u_{i,j}^h - u_{i,j}^{2h}}{u_{i,j}^h} \right| \left| \frac{w_{i,j}^h}{u_{i,j}^h} \right|$$

$$\psi_{i,j} = \left| \frac{w_{i,j}^h - w_{i,j}^{2h}}{w_{i,j}^h} \right| \left| \frac{w_{i,j}^h}{u_{i,j}^h} \right|,$$

где $u_{i,j}^h$, $w_{i,j}^h$ и $u_{i,j}^{2h}$, $w_{i,j}^{2h}$ — решения, полученные для сеток с шагами h_r , h_z и $2h_r$, $2h_z$ соответственно.

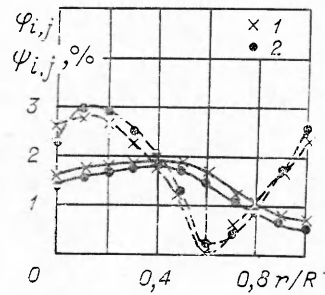
3. Описанный выше алгоритм запрограммирован для модели, изображенной на фиг. 1, а. Это дало возможность, исходя из одной программы, рассчитать множество конечных систем различной геометрии (в частности, системы, изображенные на фиг. 1, б—з, л, м). Алгоритм реализован на ЭВМ БЭСМ-6, с помощью численных экспериментов выбран оптимальный параметр релаксаций [24] $\omega_{opt} = 1,9$. Начальный вектор итераций $\eta_j^{(0)}$ выбирался с нулевыми компонентами для всех j .

Предварительно программа была проверена на ряде моделей цилиндров: «ненагретый», однородный, симметричные относительно центра масс. При $\Delta T = 0$ («ненагретый» цилиндр) расчет дает нулевые решения для всех $u_{i,j}$, $w_{i,j}$, σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, σ_{zz} , τ_{rz} . По расчету однородных D ($\alpha_k = \alpha$, $\nu_k = \nu$, $G_k = G$, $k = 1, 2, \dots, 6$) получены смещения, соответствующие свободному сжатию, и нулевые напряжения с максимальной погрешностью $\approx 0,02$ кг/мм². В цилиндрах, выбранных симметричными относительно центра масс (фиг. 1, в—д, л, м), наблюдается совпадение в значениях напряжений по линиям i , равноудаленным от центра масс D , до восьми значащих цифр.

На фиг. 2 приведены кривые распределения погрешностей $\phi_{i,j}$ (сплошные линии), $\psi_{i,j}$ (штриховые линии) по радиусу для системы, изображенной на фиг. 1, ж (области D_1 — кремний, D_2, D_3, D_4 — борносвинцовое стекло, D_5, D_6 — поликор). Точки 1 и 2 относятся соответственно к сечениям $z = 0$ и $z = 0,004$. Система охлаждена на $\Delta T = 470^\circ\text{C}$ и имеет следующие размеры (здесь и далее в см): $R = 0,3$; $H_1 = 0,024$; $H_3 = 0,006$; $H_5 = H_2 = 0,175$. Сравнение решений проводилось на двух сетках с общим числом точек 110 и 399. Несмотря на то, что одна из сеток довольно грубая, величина ϕ не превосходит 3%.

Проведено сравнение результатов данной работы с имеющимися в литературе решениями. При отсутствии границы раздела по радиусу и условию $2R/H \gg 1$ имеем структуру [18] (фиг. 1, в). В табл. 1 приведено сопоставление результатов, полученных здесь, с результатами работы [18] для системы Si — Au — ковар, охлажденной на $\Delta T = 400^\circ\text{C}$, следующих геометрических размеров: $R = 0,1$; $H_1 = 0,03$; $H_3 = 0,001$; $H_5 = H_2 = 0,012$. При расчете по модели [18] вместо E_k использовалось $E_k/(1 - \nu_k)$, где E_k — модуль Юнга. При отсутствии границ раздела по высоте и условию $2R/H \gg 1$ получаем составной по радиусу диск (фиг. 1, з), решение для которого приведено в [26]. В табл. 2 приведено сравнение значений напряжений σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, кг/мм², в точках центрального z -сечения по радиусу, полученных здесь, с σ_{rr}^* , $\sigma_{\theta\theta}^*$, вычисленных по формулам [26] для системы Si — пластмасса марки К-81-39 (Si — внутренний сплошной цилиндр). Система, охлажденная на $\Delta T = 130^\circ\text{C}$, имела следующие геометрические размеры: $R = 0,2$, $\rho = 0,1$; $H = 0,03$. Из табл. 1, 2 видно хорошее совпадение результатов, полученных в данной работе, с расчетами [18, 26].

Следует отметить, что данная работа в отличие от [18, 26] дает возможность рассматривать системы с $2R/H \approx 1$, а также получать распределения по координатам как касательных, так и всех компонент нормальных напряжений (методика [18] позволяет вычислять только распределение σ_{rr} по z , а [26] — σ_{rr} и $\sigma_{\theta\theta}$ по r).

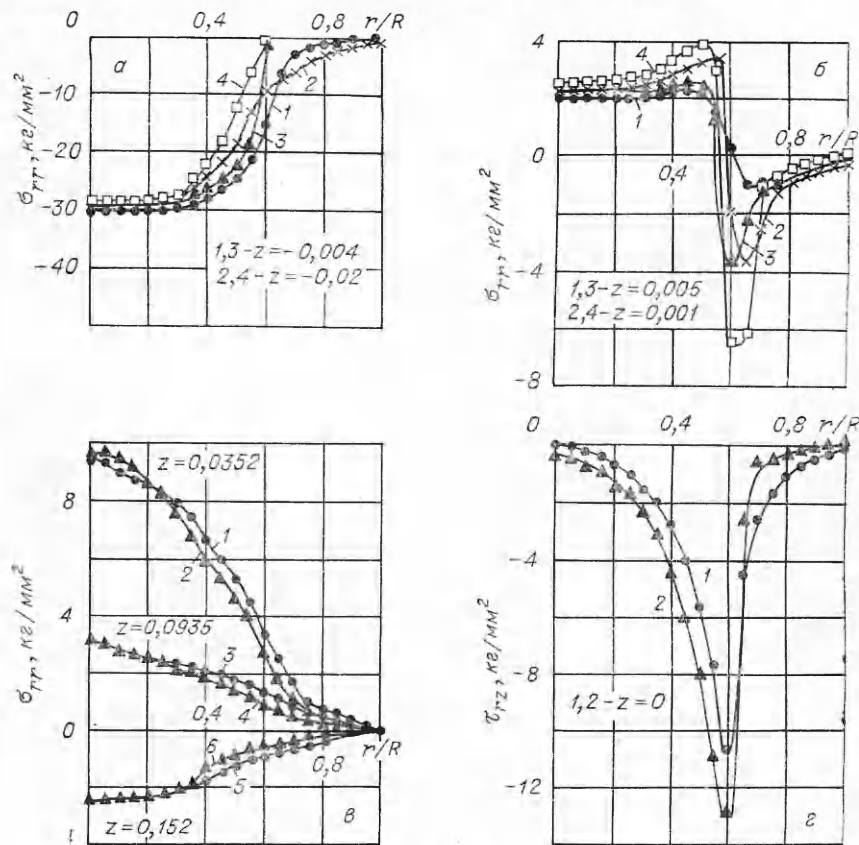


Фиг. 2

r/R	0	0,1	0,2	0,3
$z=0,0006$	54,59	54,56	54,64	54,66
$z=-0,006$	-4,43	-4,42	-4,38	-4,36
$z=-0,024$	1,002	1,00	0,99	0,94
$z=0,0096$	-1,31	-1,31	-1,14	-1,08

r	0,0125	0,025	0,0375	0,05	0,0625	0,075	0,0875
σ_{rr}	-1,735	-1,738	-1,732	-1,757	-1,839	-1,984	-1,875
σ_{rr}^*	-1,764	-1,764	-1,764	-1,764	-1,764	-1,764	-1,764
$\sigma_{\theta\theta}$	-1,735	-1,738	-1,731	-1,735	-1,748	-1,797	-1,929
$\sigma_{\theta\theta}^*$	-1,764	-1,764	-1,764	-1,764	-1,764	-1,764	-1,764

В качестве примера на фиг. 3 приведены результаты расчета напряжений для неоднородных структур, изображенных на фиг. 1, $ж$ (система A) и на фиг. 1, $з$ (система B). Системы A и B соответствуют двум предельным случаям закрепления кристалла Si (область (D_1)) на поликоровом кор-



Фиг. 3

Т а б л и ц а 1

0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	[18]
54,69	54,67	54,67	54,64	54,53	53,89	54,13
-4,35	-4,31	-4,25	-4,12	-3,83	-3,04	-4,01
0,89	0,85	0,79	0,70	0,53	0,25	1,08
-1,05	-1,05	-1,09	-1,18	-1,25	-1,00	-1,02

Т а б л и ц а 2

0,1125	0,1250	0,1375	0,150	0,1625	0,175	0,1875
-1,415	-0,8235	-0,6015	-0,443	-0,3012	-0,1800	-0,0816
-1,270	-0,917	-0,656	-0,457	-0,3028	-0,1799	-0,0811
2,496	2,087	1,800	1,605	1,453	1,333	1,236
2,406	2,093	1,832	1,633	1,478	1,356	1,257

пусе (области D_5, D_6) интегральной схемы: A — кристалл полностью погружен в борносвинцовое стекло (области D_2, D_3, D_4) до уровня верхней поверхности; B — кристалл соприкасается со стеклом (области D_3, D_4) только одной поверхностью. В табл. 3 перечислены константы использованных материалов, ΔT и размеры систем.

На фиг. 3, $a-e$ приведены соответственно распределения нормальных напряжений σ_{rr} по радиусу для $-H_1 < z < 0$, $0 < z < H_3$, $H_3 < z < H_5$. На фиг. 3, z показана зависимость касательных напряжений τ_{rz} от r/R . В слое $z < 0$ материалы Si и стекла работают на сжатие (фиг. 3, a). Напряженное состояние в Si до $r/R \sim 0,3$ является плоским и практически совпадает у систем A (кривые 1, 2) и B (кривые 3, 4). Растягивающие нормальные напряжения в слое стекла ($0 \leq z \leq 60$ мк) переходят в сжимающие в области $r/R \sim \rho$ (фиг. 3, b). Уровень опасных напряжений растяжения в слое стекла у системы B (кривые 3, 4) несколько выше, чем у A (кривые 1, 2). В материале поликора (фиг. 3, e) существенных различий между системой A (кривые 1, 3, 5) и B (кривые 2, 4, 6) нет. Слои поликора, прилегающие к стеклу (кривые 1, 2), испытывают растяжение, вблизи свободной границы (кривые 5, 6) — сжатие. Сдвиговые напряжения (фиг. 3, z) в системах A (кривая 1) и B (кривая 2) соизмеримы по величине с нормальными и концентрируются около точки $r = \rho$, $z = 0$. Наиболее опасной по напряжениям является область в стекле, прилегающая к точке $r = \rho$, $z = 0$. Большая величина τ_{rz} указывает на возможность отслаивания кристалла Si от стекла. Из фиг. 3 видно, что погружение кристалла в стекло (система A) предпочтительней, чем приклеивание его к поверхности (система B). Уровень напряжений в Si, вызванный посадкой кристаллов в корпус, на два порядка выше напряжений, возникающих в Si при полу-

Т а б л и ц а 3

	$\alpha \cdot 10^5$, 1/град	$G \cdot 10^{-6}$, кг/см ²	ν	R	ρ	H_1	H_3	$\frac{H_5}{-H_3}$	ΔT
Si	0,42	0,664	0,28	0,3	0,18	0,024	0,006	0,175	470°C
Борносвинцовое стекло	0,75	0,27	0,2						
Поликор	0,75	1,2	0,45						

чении сплошного слоя SiO_2 [15, 17]. Следует отметить, что нельзя с полной достоверностью определить напряженно-деформированное состояние в окрестности угловых точек, если затухание краевого эффекта (фиг. 3, б) происходит в пределах одного шага сетки.

Автор выражает благодарность К. К. Зилингу за полезные замечания при обсуждении работы.

Поступила 28 IX 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Zeyfang R. Stresses in epitaxially grown single-crystal films: YIG on YAG. — «J. Appl. Phys.», 1970, vol. 41, N 9.
2. Campbell D. S. Handbook of thin film technology. Ed. by L. I. Maissel and R. Gland. N. Y. McGraw-Hill, 1970. Рус. пер. Кемпбелл Д. С. Механические свойства тонких пленок. — В кн.: Технология тонких пленок. Т. 2. М., «Сов. радио», 1977.
3. Taylor T. C. Thermally-induced cracking in the fabrication of semiconductor devices. — «I. R. E. Transactions on Electron Devices», 1959, vol. 6, N 3.
4. Jenny D. A. A germanium n-p-n alloy junction transistor. — «Proceedings of the I. R. E.», 1953, vol. 41, N 12.
5. Zeyfang R. Residual stresses in thin single crystals bonded to an amorphous substrate: silicon-integrated circuits. — «J. Appl. Phys.», 1974, vol. 42, N 3.
6. Taylor T. C., Yuan F. L. Thermal stress and fracture in shear-constrained semiconductor device structures. — «I. R. E. Transactions on Electron Devices», 1962, vol. ED-9, N 3.
7. Riney T. D. Residual thermoelastic stresses in bonded silicon wafers. — «J. Appl. Phys.», 1961, vol. 32, N 3.
8. Matare H. F. Defect electronics in semiconductors. N. Y., 1974. Рус. пер. Матаре Г. Электроника дефектов в полупроводниках. М., «Мир», 1974.
9. Abowitz G., Arnold E., Ladell J. Symmetry of interface charge distribution in thermally oxidized silicon. — «Phys. Rev. Lett.», 1967, vol. 18, N 14.
10. Serebrinsky J. H. Stress concentration in silicon-insulator interfaces. — «Solid-State Electronics», 1970, vol. 13, N 11.
11. Sugano T., Kakemoto K. Mechanical stresses and strains in Si — SiO_2 interface and its influence on transistors characteristics. — In: Mikroelektronik 2, Vorträge der 2, Mikroelektronik-Tagung des «Internationalen Elektronik-Arbeitskreises eV» (INEA) in München, October 1966, vol. 24, bis. 26, R. Oldenbourg München und Wien.
12. Тимошенко С. П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. М., «Наука», 1971.
13. Aleck B. J. Thermal stresses in a rectangular plate fastened along its edge. — «J. Appl. Mech.», 1949, vol. 16, N 2.
14. Zeyfang R. Stresses and strains into the plate fastened on a substrate: semiconductor devices — «Solid-State Electronics», 1971, vol. 14, N 10.
15. Brotherton S. D., Read T. G., Lamb D. R., Willoughby A. F. Surface charge and stress in the Si — SiO_2 system. — «Solid-State Electronics», 1973, vol. 16, N 12.
16. Пищик Г. Ф., Прокофьев Е. Н., Ольховик О. Е., Сергеев Л. В. Температурные напряжения в двухслойных изотропных оптических пластинах. — «Оптико-механ. промышленность», 1964, № 10.
17. Белейчева Т. Г., Зилинг К. К. Термоупругая осесимметричная задача для двухслойного цилиндра. — ПМТФ, 1978, № 1.
18. Григолюк Э. И., Толкачев В. М. Теория многослойного термостата. — «Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук», 1963, т. 10, вып. 3.
19. Oel H. J., Frechette V. D. Stress distribution in multiphase systems: 1. composites with planar interfaces. — «J. Amer. Ceram. Soc.», 1967, vol. 50, N 10.
20. Blech I. A., Meieran E. S. Enhanced X-ray diffraction from substrate crystals containing discontinuous surface films. — «J. Appl. Phys.», 1967, vol. 38, N 7.
21. Wonsiewics B. C., McCaughan D. V. Electrical properties of metal — SiO_2 — silicon structures under mechanical stress. — «J. Appl. Phys.», 1973, vol. 44, N 12, вып. 2.
22. Boley В. А., Weiner J. H. Theory of thermal stresses. N. Y.—L., Wiley, 1960. Рус. пер. Боли В., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. М., «Мир», 1964.
23. Griffin D. S., Kellog R. B. A numerical solution for axially symmetrical and plane elasticity problems. — «Intern. J. Solids struct.», 1967, vol. 3, N 5. Рус. пер. Сб. Механика, 1968, № 2.
24. Forsythe G. E., Wasow W. R. Finite-difference methods for partial differential equations. N. Y.—L., Wiley. Рус. пер. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. М., ИЛ, 1963.

25. Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М., Физматгиз, 1960.
26. Гурин С. С., Ламбина Е. Н. Приближенный расчет термоупругих напряжений в биметаллических отливках.— В кн.: Теор. и приклад. механика. Вып. 2. Минск, «Вышэйш. школа», 1975.

УДК 539.4

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТИ И РАЗМЕРОВ ИНДЕНТОРА НА КРИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ

И. М. Каганова

(Москва)

1. В настоящее время экспериментально и теоретически исследован вопрос о контакте параболоидов [1] (задача Герца). Детально определенное распределение напряжений вблизи площадки соприкосновения позволяет в этой задаче оценить разрушающую нагрузку как по критериям начала пластического течения [2], так и при хрупком разрушении [3].

Влияние формы сжимаемых тел на величину максимального давления, достижимого в плоскости контакта до начала пластического течения, рассматривалось в [4] на примере осесимметрических тел, ограниченных поверхностью

$$(1.1) \quad z = Ar^{2\lambda},$$

ось z перпендикулярна плоскости контакта; r — радиус-вектор в плоскости контакта. При $\lambda = 1$ такая контактная задача переходит в задачу Герца. Результаты данной работы показывают, что давление в плоскости контакта можно повысить до предельного значения p_* , допустимого критерием Мизеса [5], если максимум интенсивности сдвиговых напряжений достигается на поверхности соприкосновения и совпадает с местом действия наибольшего нормального контактного давления. Возможность реализации такого напряженного состояния не зависит от значения размерного коэффициента A , определяющего масштаб поверхности (1.1). Необходимым условием достижения давления p_* является выбор показателя степени λ в (1.1) из интервала $1/2 < \lambda \leq \lambda^*$ ($\lambda^* < 1$ и определяется прочностными и упругими характеристиками материала).

В данной работе развито представление о характере распространения микротрещин при хрупком разрушении под сферическим индентором [3] обобщается на случай индентора, поверхность которого описывается степенной функцией (1.1). Полученные результаты применяются для оценки давления в миниатюрной камере [6], где высокое давление создается при вдавливании в плиту сглаженного конического индентора. Такая модификация широко применяемых аппаратов типа «наковальни Бриджмена» представляется перспективной при решении задачи о расширении диапазона доступных для исследования давлений. В [7] сообщается о наблюдавшихся на этой аппаратуре переходах в металлическое состояние диэлектриков BN, C, SiO₂, MgO.

2. Критерий хрупкого разрушения может быть получен из уравнения энергетического баланса [5]. В этом случае исследуется изменение свободной энергии F , связанное с наличием трещины длины c . Трещина становится неустойчивой, если ее размер $c = c_k$ соответствует одному из экстремумов функции $F(c)$. С ростом растягивающего усилия трещина растет квазистатически, если c_k определяет минимум $F(c)$; критическая трещина спонтанно удлиняется при неизменных внешних условиях, если c_k соответствует максимуму $F(c)$.

При таком подходе в задачу изначально вводятся два параметра размерности длины: средний размер имеющихся в материале трещин c и отношение γ/E , значение которого определяется силой межатомных связей.