

ЛИТЕРАТУРА

1. Calarese W., Hankey W. L. Modes of shock-wave oscillations on spiked-tipped-bodies // AIAA J.— 1985.— V. 23, N 2.
2. Shang J. S., Smith R. E., Hankey W. L. Flow oscillations on spiked-tipped bodies.— Pasadena, Calif., 1980.— (Pap./AIAA; N 80—0062).
3. Глотов Г. Ф. Особенности сверхзвукового обтекания затупленных тел с пглой // Двигатели летательных аппаратов: Тр. VIII науч. чтений по космонавтике.— М.: Наука, 1986.
4. Эрикссон Л. Пульсации потока на вогнутых конических головных частях // РТК.— 1978.— Т. 16, № 11.
5. Панарас А. Г. Пульсирующие течения около осесимметричных выпуклых тел // РТК.— 1981.— Т. 19, № 8.
6. Антонов А. Н., Грецов В. К. Исследование нестационарного отрывного обтекания тел сверхзвуковым потоком // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1974.— № 4.
7. Запругаев В. И., Миронов С. Г. Экспериментальное исследование пульсаций в передней отрывной зоне при сверхзвуковой скорости потока // ПМТФ.— 1989.— № 4.
8. Ланда П. С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы.— М.: Наука, 1980.
9. Волонихин И. И., Григорьев В. Д., Демьяненко В. С. и др. Сверхзвуковая аэродинамическая труба Т-313 // Аэрофизические исследования.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1972.
10. Запругаев В. И., Миронов С. Г. Методики привязки фотографий поля течения к измеренному локальному параметру // Методы аэрофизических исследований: Матер. IV Всесоюз. шк. по методам аэрофизических исследований.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1987.
11. Запругаев В. И. Исследование пульсаций в отрывной зоне свободной каверны при сверхзвуковой скорости потока // ПМТФ.— 1985.— № 6.
12. Желтоводов А. А., Шилейн Э. Х., Яковлев В. И. Развитие турбулентного пограничного слоя в условиях смешанного взаимодействия со скачками уплотнения и волнами разрежения.— Новосибирск, 1983.— (Препр./АН СССР, Сиб. отд-ние, ИТПМ; № 28—83).
13. Кибардин Ю. А., Кузнецов С. И., Любимов А. Н., Шумяцкий Б. Я. Атлас газодинамических функций при больших скоростях и высоких температурах воздушного потока.— М.; Л.: Госэнергоиздат, 1961.
14. Боровой В. Я. Течение газа и теплообмен в зонах взаимодействия ударных волн с пограничным слоем.— М.: Машиностроение, 1983.
15. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны.— М.: ИЛ, 1950.
16. Усков В. Н., Цымбалов В. В., Цымбалова Е. Н. Численное решение задачи о нестационарном взаимодействии сверхзвуковой струи с преградой // Моделирование в механике.— 1987.— Т. 1(18), № 6.
17. Серов Ю. В., Соболев А. В. Исследование пульсаций при взаимодействии перерасширенных струй с плоскими преградами // Докл. симпоз. по физике акустогидродинамических явлений, Сухумп, 1975.— М.: Наука, 1975.

г. Новосибирск

Поступила 9/II 1990 г.,
в окончательном варианте — 21/VI 1990 г.

УДК 532.546

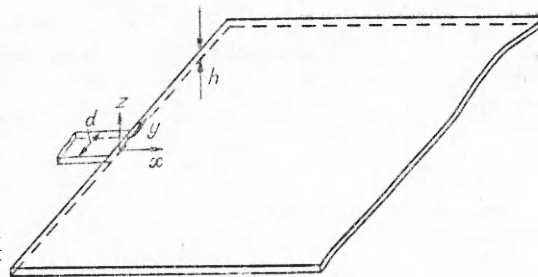
С. А. Сафонов

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУЙНОГО ТЕЧЕНИЯ В ЩЕЛЕВОМ КАНАЛЕ В ПЕРЕХОДНОМ РЕЖИМЕ

В работе изучается истечение вязкой несжимаемой жидкости из сопла прямоугольной формы в затопленное пространство ячейки Хил-Шоу (щелевого канала). Ширина сопла $d = 2r \gg h$ (h — толщина ячейки). Конфигурация области течения представлена на рис. 1. Характерный линейный размер в рассматриваемом поле течения много больше толщины щелевого канала, поэтому изменение гидродинамических характеристик потока в горизонтальных направлениях целесообразно определять, решая двумерные уравнения движения для осредненных в вертикальном направлении (перпендикулярном плоскостям, ограничивающим ячейку) величин и полагая, что вертикальная компонента вектора скорости равна нулю.

В [1] получены уравнения движения в двумерном приближении в области линейного закона трения о стенки ячейки, соответствующего ламинарному диапазону чисел Рейнольдса $Re = \bar{U}2h/\nu$ (\bar{U} — среднерасходная скорость в щелевом канале), и проведен их численный анализ. Там же приведены результаты лазерно-доплеровских измерений скорости в плоскости симметрии ячейки в диапазоне $Re 140 \div 7000$ и показано, что в течении формируются две области: высокоскоростного струйного течения с преобладающей ролью сил инерции и течения с малыми скоростями. В области

струйного течения линии тока практически параллельны друг другу, на ее границе происходит резкое раскрытие струи. При $Re > 3000$ струйное течение приобретает турбулентный характер, причем по мере удаления от среза сопла и от оси струи происходит его ламинаризация. В турбулентном режиме трение на стенках ячейки существенно увеличивается, и в уравнениях движения необходимо учитывать другой закон трения.



Р и с. 1

В данной работе предлагается система уравнений, описывающая в двумерном приближении струйное течение в щелевом канале в переходном режиме (с учетом ламинаризации течения), и приводятся результаты ее численного анализа, которые сопоставляются с экспериментальными данными [1].

Исходными являются уравнения Рейнольдса, в которых вертикальная компонента скорости полагается равной нулю (система координат введена таким образом, чтобы плоскость $z = 0$ была бы плоскостью симметрии ячейки), и уравнение неразрывности:

$$(1) \quad \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -(1/\rho) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \\ &+ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}, \quad u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -(1/\rho) \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \\ &+ \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \end{aligned}$$

Интегрируя систему (1) по z от 0 до $h/2$, получим

$$(2) \quad \begin{aligned} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\tau}_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\tau}_{xy}}{\partial y} + \frac{2}{h} \tau_{xz}|_{z=h/2} - D_x, \\ \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\tau}_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\tau}_{yy}}{\partial y} + \frac{2}{h} \tau_{yz}|_{z=h/2} - \\ &- D_y, \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0, \end{aligned}$$

где черта сверху означает осреднение по координате z ; D_x , D_y — дисперсионные члены, связанные с неоднородностью профиля скорости в направлении осреднения (в рамках анализа рассматриваемой задачи эти члены не моделировались).

При ламинарном режиме течения механизм вязкой диссипации не является определяющим и инерционные члены в уравнениях движения уравниваются в основном градиентом давления и членами, обусловленными трением на стенках ячейки (за исключением узкой области, примыкающей к стенкам, перпендикулярным плоскостям ячейки). Вместе с тем, как показывает эксперимент [1], при турбулентном режиме течения у профилей скорости поперек основного направления течения отсутствует плоский участок у вершины (в отличие от соответствующих профилей при ламинарном режиме). Это свидетельствует о важной роли механизма турбулентного переноса и обуславливает необходимость моделирования членов турбулентного переноса в уравнениях (2) для адекватного прогнозирования гидродинамических характеристик течения.

Поскольку поперечные размеры струйного течения много меньше продольных, пренебрегаем, как принято, производными от касательных напряжений по x по сравнению с производными по y . Положим $\tau_{xy} = \nu_t \bar{u} / \partial y$, $\tau_{yx} = \nu_t \bar{v} / \partial x$ (ν_t — турбулентная вязкость).

Рассматривались следующие представления для турбулентной вязкости: $\nu_t = \delta \bar{u}(x, 0)$ ($\delta = c_t x$ — ширина зоны смешения, c_t — эмпирическая константа) — вязкость Прандтля — Гёртлера [2] для задач свободной турбулентности — и $\nu_t = \delta \bar{u}(x, y)$. Во втором случае учитывалось, что $\nu_t \rightarrow 0$ при приближении к границе струи.

Зависимость трения на стенках ячейки от скорости задается в виде суммы квадратичного и линейного законов, отвечающих турбулентной

и ламинарной областям течения соответственно:

$$(3) \quad -\frac{2}{h} \tau_{xz}|_{z=h/2} = \frac{c_f}{h} \bar{u} \bar{v} + 10 \frac{v}{h^2} \bar{u}, \quad -\frac{2}{h} \tau_{yz}|_{z=h/2} = \\ = \frac{c_f}{h} \bar{v} V + 10 \frac{v}{h^2} \bar{v} \quad (V = \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}).$$

В безразмерных переменных функция тока $\bar{\psi}$ — завихренность $\bar{\omega}$ система (2) имеет вид

$$(4) \quad \frac{\partial \langle \bar{u} \bar{\omega} \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle \bar{v} \bar{\omega} \rangle}{\partial y} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\left(10 \frac{Da}{Re^*} + v_t \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) + \\ + \frac{\partial \Phi}{\partial y} + c_f \frac{r}{h} V^{-1} \left[(\bar{v}^2 - \bar{u}^2) \left(s \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + (1-s) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) + 2\bar{u}\bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right] - \\ - \bar{\omega} \left[c_f \frac{r}{h} \left(V + \frac{s\bar{u}^2 + (1-s)\bar{v}^2}{V} \right) + \frac{10}{Re^*} \right],$$

$$\bar{\omega} = \Delta \bar{\psi}, \quad \Phi = \frac{\partial v_t}{\partial y} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \frac{\partial v_t}{\partial x}, \quad \bar{u} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y}, \quad \bar{v} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x}, \quad s = \frac{1 + \text{sgn}(\bar{u}^2 - \bar{v}^2)}{2}.$$

В (4) функция тока и завихренность обезразмерены по $\bar{U}r$ и \bar{U}/r соответственно, v_t — по $\bar{U}r$, x и y — по r ; приведенное число Рейнольдса $Re^* = \bar{U}h^2/(rv)$; число Дарси для ячейки Хил-Шоу $Da = h^2/(12r^2)$. Введение вспомогательной функции s в (4) позволяет избежать неустойчивости итерационного процесса при численном решении данной системы уравнений. При $c_f = 0$ система (4) отвечает (5) из [1].

Система (4) решалась конечно-разностным методом. Использовалась консервативная разностная схема «crwind» [3], имеющая первый порядок точности аппроксимации конвективных членов. Полученная система нелинейных алгебраических уравнений решалась итерационным методом Гаусса — Зейделя. В расчетах применялась неравномерная сетка 76×41 со сгущением узлов около угловой точки среза сопла. Размеры расчетной области в безразмерных переменных составляли: ширина $l_y = 33$, длина $l_x = 150$ (l_y соответствовала ширине щелевого канала в экспериментах [1], l_x подбиралась таким образом, чтобы граничные условия на правой границе не оказывали влияния на решение).

Граничные условия: на твердых стенках, ограничивающих поле течения, $\bar{\psi} = 1$, $\bar{\omega}$ определялась из условия прилипания, записанного в форме Вудса [3], имеющего второй порядок точности; на оси симметрии течения при $y = 0$ $\bar{\psi} = 0$, $\bar{\omega} = 0$; на правой границе расчетной области при $x = l_x$ $\bar{\psi} = y/l_y$, $\bar{\omega} = 0$ (т. е. поток жидкости при $x = l_x$ считался одномерным: $\bar{u} = 1/l_y$, $\bar{v} = 0$).

На срезе сопла при $x = 0$ и $0 \leq y \leq 1$ поток предполагался полностью установившимся, т. е. $\partial \bar{u}/\partial x = 0$, $\bar{v} = 0$. Профиль продольной компоненты скорости на срезе сопла отвечает профилю скорости для ламинарного течения, который находится из решения уравнения

$$(5) \quad Da(d^2 \bar{u}/dy^2) - \bar{u} = \text{const},$$

удовлетворяющего условиям постоянства расхода и граничным условиям

$$\int_0^1 \bar{u} dy = 1, \quad \frac{d\bar{u}}{dy}(0) = 0, \quad \bar{u}(1) = 0.$$

Профили скорости на срезе сопла, соответствующие турбулентному и ламинарному течениям, по-видимому, незначительно отличаются друг от друга при $d \gg h$, поскольку в центральной части сопла они близки к постоянному по координате y профилю, а около стенки основное влияние на профиль скорости оказывает диссипативный член в уравнении (5).

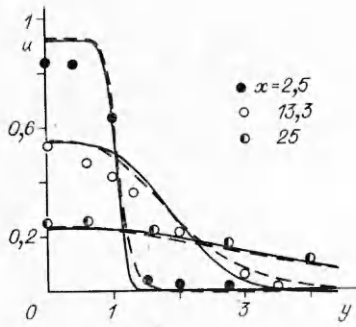


Рис. 2

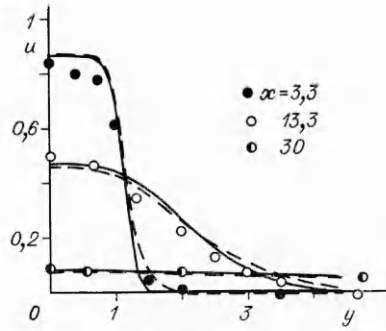


Рис. 3

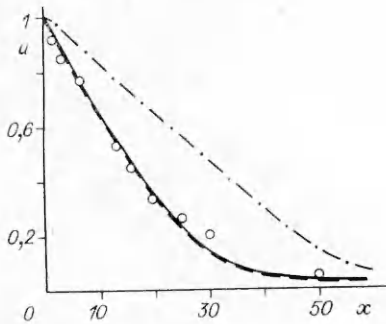


Рис. 4

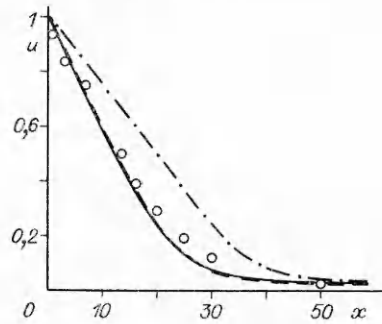


Рис. 5

Численное решение считалось установившимся, если выполнялось условие

$$\max_{i,j} |1 - \bar{\psi}_{ij}^{(n+1)} / \bar{\psi}_{ij}^{(n)}| < 10^{-4}$$

(n — номер итерации, $\bar{\psi}_{ij}$ — значение $\bar{\psi}$ в узле с координатами i, j).

Отметим, что расчетные значения скорости определялись как средние по координате z скорости в целевом канале, в то время как экспериментальные значения скорости u_0 измерялись в плоскости симметрии канала. При обезразмеривании u_0 по максимальной скорости на срезе сопла $u_0(0,0)$ $u_0 = cu_0(0,0)$, где $c = 1$ в турбулентной области и $c = 21/16$ в ламинарной, если считать, что в турбулентной области по координате z реализуется степенной профиль скорости с показателем степени $1/7$, а в ламинарной — параболический профиль скорости. Вследствие этого, измеренные значения скорости, обезразмеренные по $u_0(0,0)$, должны превышать расчетные примерно на 30% в ламинарной области течения, т. е. на периферии струи и на достаточном удалении от среза сопла вниз по потоку.

Расчетные значения $Re^* = 370; 525$, $Da = 0,0036$ соответствовали значениям в эксперименте [1] ($r/h = 4,8$).

В квадратичной составляющей закона трения (3) выбрано $c_f = 0,0045$, что отвечает среднему коэффициенту c_f , рассчитанному по формуле Блазиуса [4] для переходной области ($3000 < Re < 10000$); $c_t = 0,001$, что соответствует c_t для вязкости Прандтля — Гёртлера в случае осесимметричной струи [4].

На рис. 2 и 3 приведены расчетные профили продольной компоненты скорости $\bar{u}/\bar{u}(0,0)$ поперек струи для $Re^* = 525$ при $x = 2,5; 13,3; 25$ и $Re^* = 370$ при $x = 3,3; 13,3; 30$ соответственно. Штриховые кривые отвечают вязкости $\nu_{t1} = 0,001 \chi \bar{u}(x,0)$, сплошные — $\nu_{t2} = 0,001 \chi \bar{u}(x,y)$. Точками нанесены измеренные значения осевой скорости [1], обезразмеренные по ее максимальному значению на срезе сопла. Расчетные кривые, соответствующие указанным вязкостям, в целом удовлетворительно со-

ласуются с экспериментальными результатами. При этом расчет с вязкостью ν_{t1} лучше обобщает опытные данные около оси струи, а расчет с ν_{t2} — на ее периферии.

На рис. 4 и 5 представлены расчетные кривые осевой скорости $\bar{u}/\bar{u}(0, 0)$ для $Re^* = 525$ и 370 соответственно (сплошные линии) и точками отмечены измеренные значения $u_0/u_0(0, 0)$. Штрихпунктирные линии отвечают решению системы уравнений (5) из [1] для линейного закона трения и расположены существенно выше измеренных значений скорости. Расчетные кривые для ν_{t1} и ν_{t2} практически совпадают и обобщают экспериментальные данные при $x < 15$, $Re^* = 370$ и $x < 25$, $Re^* = 525$. Расхождение измеренных и расчетных значений осевой скорости в плоскости симметрии канала и средней по его толщине при больших x объясняется ламинаризацией струи; в этом случае, как отмечалось выше, измеренные $u_0/u_0(0, 0)$ должны превышать расчетные $\bar{u}/\bar{u}(0, 0)$ примерно на 30 %.

Сравнение расчетных зависимостей и опытных данных показывает, что модельная система уравнений (4) в целом позволяет прогнозировать развитие струйного течения в щелевом канале в переходном режиме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жак В. Д., Мухин В. А., Накоряков В. Е., Сафонов С. А. Распространение затопленной струи в узкой щели // ПМТФ.— 1985.— № 3.
2. Görtler H. Berechnung von Aufgaben der freien Turbulenz auf Grund eines neuen Näherungsansatzes // ZAMM.— 1942.— N 22.
3. Численные методы исследования течений вязкой жидкости/Госмен А. Д., Пан В. М., Ранчел А. К. и др.— М.: Мир, 1972.
4. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.— М.: Наука, 1974.

г. Новосибирск

Поступила 18/VI 1990 г.

УДК 532.542:660.095.026

Ю. В. Кожотов, М. О. Стояновский

МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ЗАРАСТАНИЯ КАНАЛОВ ПРИ ТЕЧЕНИИ ПО НИМ ПОЛИМЕРИЗУЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ

Проведено аналитическое исследование течения вязкой полимеризующейся жидкости. Дано теоретическое обоснование возможности полного зарастания за конечное время участков трубопроводов при условии постоянства расхода реакционной среды. Рассматривается влияние поперечной диффузии на процесс зарастания каналов. Показано, что, несмотря на малую величину коэффициента молекулярной диффузии, поперечная диффузия может заметно изменить характер процесса зарастания. Влиянием поперечной диффузии объяснено прекращение зарастания каналов при определенных соотношениях диаметра, длины, скорости течения и скорости полимеризации. Предложена математическая модель процесса и получены соотношения для оценки длины входного участка и скорости образования пристеночного неподвижного слоя.

Явление зарастания труб при течении по ним полимеризующихся жидкостей встречается во многих технологических процессах: в трубчатых полимеризаторах при получении полиэтилена высокого давления, циркуляционных контурах полимеризаторов, теплообменных трубках и трубопроводах при получении полистирольных пластиков. Без учета этого явления, оценки влияния на скорость зарастания основных кинетических и гидродинамических характеристик, создание подобных процессов затруднено, что обуславливает интерес к этой задаче [1, 2]. С качественной точки зрения объяснить явление зарастания несложно. Степень превращения мономера зависит от времени пребывания в потоке, которое стремится к бесконечности по мере приближения к стенке. Вязкость, в свою очередь, сильно зависит от конверсии, следовательно, у стенки образуется слой повышенной (в пределе бесконечной) вязкости, постепенно распространяющийся к центру потока.

В [1, 2] в приближении малой толщины неподвижного слоя продуктов реакции по сравнению с шириной канала найдено аналитически соотношение для скорости роста этого слоя при постоянных напоре и расходе среды. Показано, что в первом случае канал зарастает за конечное время, а во втором его радиус убывает, как $1/t$, что, однако, не согласуется с опытом. Так, при получении полистирольных пластиков наблюдается полное зарастание некоторых циркуляционных и транспортных трубопроводов за конечное время при подаче среды шестеренными насосами, создающими расход, слабо зависящий от сопротивления трубопровода.