ОПТИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 535.42

АНАЛИЗ ЭФФЕКТОВ НЕПАРАКСИАЛЬНОСТИ В ЛИНЗАКОННЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Н. Л. Казанский, С. Н. Хонина

Институт систем обработки изображений РАН филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, 443001, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 151 E-mail: kazansky@smr.ru

Выполнен краткий анализ работ, посвящённых исследованию непараксиальных эффектов, возникающих при использовании линзакона, предложенного В. П. Коронкевичем с соавторами в 1993 году, а также его аналогов в существенно непараксиальном режиме. В этом случае необходим учёт векторного характера электромагнитного излучения, позволяющий обнаружить новые эффекты, что, в свою очередь, даёт дополнительный импульс к расширению спектра приложений линзакона.

Ключевые слова: линзакон, непараксиальный режим, преодоление дифракционного предела, коническая фокальная область, дробный аксикон, модовые и поляризационные преобразования.

DOI: 10.15372/AUT20170508

Введение. В работе [1] рассмотрена круговая зонная пластинка, фазовая функция которой является суперпозицией сферической и конической поверхностей, названная линзаконом. Фактически линзакон представляет собой тандем из линзы и аксикона [2].

Если линза — самый известный оптический элемент, то аксикон стал хорошо известен в оптике только с середины прошлого века [3]. Под аксиконом понимался любой оптический элемент, обладающий осевой симметрией, который за счёт отражения и/или преломления преобразует свет точечного источника, расположенного на оптической оси, в осевой отрезок [3]. Позднее классическим аксиконом стал называться оптический элемент, фазовая функция которого имеет линейную зависимость от радиуса, — линейный или конический аксикон [4, 5]. В то же время предлагались различные варианты осесимметричных оптических элементов (логарифмический аксикон [6, 7], обобщённый аксикон [8] и аксилинза [9]), формирующих осевой световой отрезок с опредёленными свойствами.

Особые свойства линзакона, описанного в работе [1], заключались в вариациях формируемого распределения за счёт расходимости освещающего пучка. Если освещать линзакон расходящейся сферической волной, то происходит полная или частичная компенсация сферической составляющей. При полной компенсации будет формироваться бесселевый пучок, обычно производимый коническим аксиконом. При частичной компенсации сходящегося или расходящегося сферического фронта формируется либо слаборасходящийся, либо сходящийся бесселевый пучок. Степень расходимости освещающей сферической волны варьировалась в [1] за счёт смещения источника излучения из фокальной плоскости ближе или дальше от оптического элемента.

Важное приложение линзакона как дополнительного корректирующего элемента в оптической системе глаза человека было предложено группой исследователей под руководством В. П. Коронкевича [10, 11]. Искусственный хрусталик глаза в виде тонкой пластины, на одну из поверхностей которой нанесён микрорельеф в виде круговой дифракционной решётки, можно имплантировать через небольшой разрез, что существенно снижает операционные риски.

Также коническое распределение осевой интенсивности, формируемое линзаконом, может быть полезно для приложений многофотонной полимеризации [12]. Кроме того, тандем линзы и аксикона был применён для управления преобразованием вихревых пучков Бесселя в одноосных кристаллах за счёт изменения расходимости пучка [13].

Заметим, что использование тандема из оптических элементов с относительно низкой числовой апертурой приводит к увеличению общей числовой апертуры и возникновению непараксиальных явлений. В работе [14] в условиях непараксиальной модели был исследован эффект существенного уменьшения размера центрального светового пятна при совмещении собирающей линзы с аксиконом и освещении их ограниченной плоской волной. Исследование фокусирующих свойств тандема из линзы и аксикона в непараксиальном режиме привлекает в последнее время внимание различных авторов [15–18]. Причём в [15, 16] линзаконом является система из двух склеенных линз — рассеивающей и собирающей, а в работах [17, 18] рассматривается тонкий дифракционный аксикон как дополнение к объективу с высокой числовой апертурой.

Дополнительная аподизация объективов амплитудными и фазовыми оптическими элементами выполняется не только в целях уменьшения размера фокального пятна [19–22], формирования трёхмерных фокальных областей определённой формы [23–25], но и поляризационных преобразований [26, 27]. При этом дополнение объектива аксиконоподобными структурами [15–18, 22, 26, 27] позволяет решить одновременно несколько задач. Например, в работах [17, 18, 22, 27] было показано, что в этом случае происходит не только уменьшение размера центрального светового пятна, но и усиление продольной компоненты электрического поля. Причём дополнительный аксикон позволяет более эффективно, чем узкая кольцевая апертура, перераспределять энергию различных компонент электрического поля в фокальной области.

В качестве дифракционного и рефракционного аналогов тандема линзы и аксикона в работах [28, 29] был предложен отдельный оптический элемент, названный фраксиконом. Этот элемент, как и линзакон, позволяет формировать продольное распределение интенсивности, имеющее форму конуса.

Таким образом, данный обзор содержит краткий анализ работ, посвящённых исследованию непараксиальных эффектов, возникающих при использовании линзакона и его аналогов в существенно непараксиальном режиме, требующем учёта векторного характера электромагнитного излучения.

Линзакон — тандем из линзы и аксикона. При освещении сферической линзы с фокусным расстоянием f плоским пучком, ограниченным круглой диафрагмой радиуса R, в фокальной плоскости линзы формируется картина, поперечная амплитуда которой пропорциональна $J_1(k\rho R f^{-1})\rho^{-1}$, $k = 2\pi/\lambda$ [30]. При этом размер центрального пятна такого распределения задаётся первым корнем функции Бесселя первого порядка: $J_1(\gamma_{11}) = 0$, $\gamma_{11} = 3,83$.

Тогда минимально достижимый радиус центрального пятна, формируемого линзой от круглой диафрагмы, определяется выражением

$$\rho_{\text{lens}} = \frac{3,83\lambda f}{2\pi R} = 1,22\frac{\lambda f}{2R} = \frac{0,61}{NA} \lambda \ge 0,61\lambda,\tag{1}$$

где $NA=\sin\beta\approx R/f$ — числовая апертура оптического элемента,
 β — апертурный угол объектива.

Продольный размер фокального пятна связан с понятием глубины фокуса (DOF — Depth of Focus), который для дифракционно-ограниченных систем оценивается выражением

$$\text{DOF}_{\text{lens}} = \frac{\lambda}{2\sin^2\beta} \ge 0.5\lambda. \tag{2}$$

Из (2) очевидно, что при увеличении числовой апертуры глубина фокуса уменьшается и стремится в пределе к половине длины волны.

Также известно, что при использовании линзы с узкой кольцевой диафрагмой [31] в фокальной плоскости формируется картина, амплитуда которой пропорциональна функции Бесселя нулевого порядка $J_0(k\alpha_0\rho)$, где первый корень имеет меньшее значение: $J_0(\gamma_{01}) = 0$, $\gamma_{01} = 2,405$, следовательно, минимально достижимый размер будет меньше. Однако такая схема является низкоэффективной из-за потери большей части энергии, экранируемой диафрагмой.

Световое поле с интенсивностью, пропорциональной функции Бесселя нулевого порядка $|J_0(k\alpha_0\rho)|^2$, также можно сформировать с помощью более энергетически выгодного оптического элемента — рефракционного аксикона [3], а также дифракционного линейного аксикона или дифракционного киноформа [32, 33].

Для дифракционного аксикона функция комплексного пропускания описывается выражением

$$\tau_{\rm ax}(r) = \exp\left(-ik\alpha_0 r\right),\tag{3}$$

где параметр α_0 определяет угол сходимости лучей от аксикона к оптической оси и фактически равен числовой апертуре аксикона.

Радиус центрального пятна, формируемого аксиконом в свободном пространстве,

$$\rho_{\rm ax} = \frac{2,405}{k\alpha_0} = \frac{0,38}{\sin\nu} \,\lambda \geqslant 0,38\lambda. \tag{4}$$

Протяжённость фокальной области (максимальное расстояние сохранения бездифракционного распространения пучка)

$$z_{\max}^{\mathrm{ax}} = R/\alpha_0,\tag{5}$$

и в предельном случае при $\sin \theta \rightarrow 1$ DOF аксикона равна радиусу оптического элемента R.

Сравнение характеристик фокального пятна для линзы и аксикона показано на рис. 1.

Для достижения минимального дифракционного предела в свободном пространстве все перечисленные выше элементы должны обладать предельной числовой апертурой.

Однако если рассмотреть тандем из двух оптических элементов, в частности линзакон [1], то сформировать фокальное пятно, близкое к дифракционному пределу, можно с помощью более слабой оптики [17, 18, 28].

При использовании собирающего аксикона комплексная функция пропускания линза-кона имеет вид

$$\tau_{\rm lx}(r) = \exp\left[-ik(\alpha_0 r + r^2/2f)\right],\tag{6}$$

и формируется масштабно уменьшающийся бесселевый пучок [17, 18]

$$I_{\rm lx}(\rho, z) \simeq \frac{2\pi A^2}{z\alpha_0} \left(\frac{\alpha_0 f z}{f - z}\right)^3 J_0^2 \left(\frac{k\alpha_0 f}{f - z}\rho\right) = \eta(z) J_0^2[\beta(z)\rho] \tag{7}$$



Puc. 1. Размер фокального пятна по полуспаду интенсивности для линзы (штриховая кривая) и аксикона (сплошная кривая)

вплоть до расстояния

$$z_{\max}^{\text{lx}} = \frac{R}{\alpha_0 + R/f} \leqslant z_{\max}^{\text{ax}}.$$
(8)

Минимальный радиус центрального светового пятна достигается в конце отрезка масштабного самовоспроизведения:

$$\rho_{\min}^{lx} = \frac{2,405}{2\pi(\alpha_0 + R/f)} \,\lambda = \frac{0,38}{\alpha_0 + R/f} \,\lambda,\tag{9}$$

и в общем случае он будет меньшего размера, чем фокальное пятно, формируемое каждым из элементов тандема в отдельности.

В зависимости от соотношения α_0 и числовой апертуры линзы уменьшение центрального светового пятна при дополнении аксикона линзой (или, наоборот, линзы аксиконом) может быть очень значительным [14, 15], поэтому для анализа действия такой оптической системы необходимо использовать непараксиальную модель теории дифракции. В частности, для вычисления поля на очень близких расстояниях от плоскости элемента можно использовать разложение по плоским волнам [34]:

$$E(u, v, z) = -\frac{i}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int E_0(x, y) \int_{-\infty}^{\infty} \int \exp\left(ikz\sqrt{1 - \xi^2 - \eta^2}\right) \times \exp\left(ik[\xi(u - x) + \eta(v - y)]\right) d\xi \, d\eta \, dx \, dy.$$
(10)

В случае когда входное поле можно представить в виде радиально-вихревой функции $E_0(x, y) = E_0(r, \varphi) = P(r) \exp(im\varphi)$, выражение (10) упрощается [35]:

$$E(\rho,\theta,z) = ik^2 \exp\left(im\theta\right) \int_0^{\sigma_0} \left(\int_0^R P(r)J_m(k\sigma r)r\,dr\right) \exp\left(ikz\sqrt{1-\sigma^2}\right) J_m(k\sigma\rho)\sigma\,d\sigma,\qquad(11)$$

где R — радиус входного поля, а $\sigma_0 \leq 1$ для распространяющихся волн.

- -

В таблице показаны сравнительные результаты расчёта действия линзы, аксикона и линзакона в ближней зоне дифракции [14]. Видно, что совмещение линзы и аксикона приводит к увеличению числовой апертуры оптического элемента и уменьшению размера фокального пятна.



Применение аксикона в высокоапертурных фокусирующих системах. Рассмотрим высокоапертурную апланатическую фокусирующую оптическую систему, фокальная область которой расположена от апертуры на расстоянии, значительно большем длины волны. Тогда векторное электрическое поле в однородной диэлектрической среде вблизи фокуса можно описать в приближении Дебая [36]:

$$\mathbf{E}(\rho,\varphi,z) = -\frac{if}{\lambda} \int_{0}^{\beta} \int_{0}^{2\pi} B(\theta,\nu)T(\theta)\mathbf{P}(\theta,\nu) \exp[ik(\rho\sin\theta\cdot\cos(\nu-\varphi) + z\cos\theta)]\sin\theta d\theta d\nu, \quad (12)$$

где (θ, ν) — сферические угловые координаты выходного зрачка; $B(\theta, \nu)$ — функция пропускания; $T(\theta)$ — функция аподизации зрачка; $P(\theta, \nu)$ — матрица поляризации, которая определяется по коэффициентам поляризации падающего пучка; $n \sin \beta = NA$ (n — показатель преломления среды). В апланатической системе пересчёт для радиальной координаты выполняется по синусному правилу $r = f \sin \theta$ и функция аподизации зрачка полагается $T(\theta) = \sqrt{\cos \theta}$.

Для функции пропускания с вихревой зависимостью от полярного угла ν : $B(\theta, \nu) = B(\theta) \exp(im\nu)$, выражение (12) упрощается с учётом соотношения

$$\int_{0}^{2\pi} \exp\left(i\tau\cos\left(\nu-\varphi\right)\right) \cdot \exp\left(im\nu\right) d\nu = 2\pi i^{m} J_{m}(\tau) \exp\left(im\varphi\right)$$
(13)



Рис. 2. Ход лучей: *а* — для полноапертурной линзы, *b* — для линзы с блокированной центральной частью, *c* — для линзы с нанесённой кольцевой решёткой, соответствующей дополнительному аксикону

до одного интеграла по азимутальному углу:

$$\mathbf{E}(\rho,\varphi,z) = -i^{m+1}kf\exp\left(im\varphi\right)\int_{0}^{\beta}B(\theta)T(\theta)\mathbf{Q}(\rho,\varphi,\theta)\exp\left(ikz\cos\theta\right)\cdot\sin\theta\,d\theta,\tag{14}$$

где вектор $\mathbf{Q}(\rho, \varphi, \theta)$ зависит от поляризации входного поля [22].

Множество работ посвящено исследованию возможности уменьшения поперечного размера фокального пятна высокоапертурной фокусирующей системы, причём наилучшие результаты достигнуты для радиальной поляризации падающего света. Данный эффект связан с тем, что при радиальной поляризации в фокусе обеспечивается наилучшее перераспределение энергии в продольную компоненту электрического поля. Однако даже в этом случае не достигается предсказываемый теорией предел, связанный с размером бесселевого пучка нулевого порядка (FWHM = $0,36\lambda$). Это объясняется тем, что, несмотря на мощную продольную компоненту, в фокальную интенсивность также вносят достаточный вклад поперечные компоненты, уширяя общий размер центрального пятна.

Для минимизации вклада поперечных компонент в фокальную область необходимо прилагать дополнительные усилия. Хорошо известен способ наложения узкой кольцевой диафрагмы [33], позволяющей проходить в фокус только периферийным лучам с наибольшим углом наклона к оптической оси. Но этот простой в реализации способ приводит к значительной потере эффективности, поэтому желательно выполнять не амплитудную, а фазовую аподизацию кольцевыми элементами, как было предложено в работах [26, 27].

В качестве аналогичного полноапертурного оптического элемента, удаляющего поперечные компоненты из фокальной области при острой фокусировке радиальнополяризованного пучка, можно использовать фазовые аксиконы (рис. 2, 3).



Рис. 3. Продольное распределение интенсивности (негатив): *а* — для высокоапертурной линзы; *b, с* — для линз, дополненных «слабым» и «сильным» аксиконами соответственно; *d* — для линзы с блокированной центральной частью

Как видно на рис. 3, фокальная область при дополнении высокоапертурной линзы даже слабым собирающим аксиконом выглядит, как конус, остриё которого имеет меньший поперечный размер, чем фокальное пятно отдельной линзы. В зависимости от параметров аксикона можно варьировать протяжённость и остроту формируемого конуса.

Фраксикон: рефракционный и дифракционный аналоги линзакона. В работе [28] был предложен новый дифракционный оптический элемент, фазовая функция которого представима в виде степенной функции от радиуса:

$$\tau_{\rm frex}(r) = \exp\left[-i(k\alpha_0 r)^{\gamma}\right].$$
(15)

Так как показатель степени γ предполагался любым положительным действительным числом, включая дробные, то элемент назван фраксиконом. Конический аксикон и параболическая линза являются частными случаями фраксикона. В зависимости от параметров фраксикон может действовать аналогично линзакону [1], т. е. формировать продольный световой отрезок конической формы (с масштабно изменяющимся размером) [37], либо логарифмическому аксикону [6, 7]. Однако в отличие от логарифмической функции степенна́я функция не имеет особенностей в центральной области, следовательно, не потребуется дополнительного экранирования этой части при физической реализации. В общем случае фраксикон является новым оптическим элементом и расширяет возможности известных элементов.

На рис. 4, *а* приведён ход лучей для рефракционного аксикона с различными значениями дробной степени.

В работе [38] на основе геометрооптического анализа было показано, что фраксикон с показателем степени $1 < \gamma < 2$ формально позволяет получить бесконечно большое значение интенсивности на оптической оси. В рамках волновой параксиальной модели такого эффекта каустики [39] обнаружено не было [40]. Применение непараксиальной волновой модели [29] при рассмотрении действия фраксикона как переходного элемента между параболической линзой ($\gamma = 2$) и аксиконом ($\gamma = 1$) показало, что при высоких числовых



Рис. 4. Ход лучей для рефракционного фраксикона: a — с различными значениями степени γ ; b, c — распределения интенсивности вдоль оптической оси и поперечные сечения в плоскости максимального значения при $\gamma = 1$, $\alpha_0 = 0.95$ (сплошные кривые), $\gamma = 1.5$, $\alpha_0 = 0.185$ (штрихпунктирные кривые) и $\gamma = 2$, $\alpha_0 = 0.087$ (точечные кривые) соответственно

апертурах фраксикон с показателем степени $\gamma = 1,5$ фактически является аналогом непараксиальной линзы $\tau_{\text{lens}}(r) = \exp\left(-ik\sqrt{r^2 + f^2}\right)$, оптимально фокусирующей падающее излучение (рис. 4, b, c).

Формирование и применение конического фокуса. Для управления трёхмерным распределением в фокальной области линзы часто используют дополнительные дифракционные оптические элементы (ДОЭ). Для расчёта комплексной функции пропускания таких ДОЭ используются различные оптимизационные алгоритмы [23–26, 41]. Хотя оптимизационные процедуры позволяют найти наилучшее по некоторому критерию решение, реализация рассчитанной комплексной функции пропускания на физическом носителе сопряжена с определёнными проблемами. В частности, хорошо разработаны технологии изготовления либо амплитудных, либо фазовых ДОЭ, поэтому для реализации амплитудно-фазовой комплексной функции пропускания требуется дополнительное кодирование [42]. Кроме того, оптимально рассчитанные решения могут быть очень чувствительными к погрешностям изготовления ДОЭ [43, 44]. Небольшое искажение или неточность в поперечном распределении или в высоте рельефа оптического элемента приведут к потере оптимальности.

Таким образом, с практической точки зрения удобнее получить менее оптимальное, но более простое в реализации и устойчивое к погрешностям решение [21, 22]. Одним из таких решений является дифракционный аксикон, параметры которого можно динамически менять, например, с использованием жидкокристаллического модулятора света.

Формирование 3D-структуры фокального пятна для приложений многофотонной полимеризации. Как было показано выше, сочетание линзы и аксикона позволяет формировать продольное распределение интенсивности, имеющее форму конуса. Коническое распределение может быть полезно для приложений многофотонной полимеризации [12].

Технология литографии, основанная на эффекте многофотонной полимеризации, в последнее время зарекомендовала себя в качестве экономичной и гибкой технологии формирования трёхмерных микро- и наноструктур. Фокусировка излучения фемтосекундного лазера в объём фотополимера приводит в результате многофотонного поглощения к полимеризации в области, ограниченной определённым значением квадрата интенсивности излучения. Трёхмерная конфигурация такого распределения имеет большое значение для улучшения и расширения возможностей применения многофотонной полимеризации. В частности, вытянутый и имеющий острые концы «воксель» (объёмный световой элемент, формирующийся в фокальной области) позволяет повысить разрешение за счёт использования в качестве рабочей части именно заострённого конца при углублении остальной части в подложке [12].

Применение фокусирующих систем с высокой числовой апертурой позволяет достичь высокой концентрации энергии в фокальном пятне, однако при этом фокальный воксель становится менее вытянутым вдоль оптической оси и приобретает более закруглённую форму [45]. Чтобы решить эту проблему, предлагается дополнить фокусирующую систему аксиконом или фраксиконом (рис. 5). Как видно на рисунке, при фазовой аподизации линзы фраксиконом в фокальной области формируется конус с более вытянутым и тонким остриём, чем при использовании аксикона, что позволяет ослабить требования к устройствам позиционирования.

Линзаконная система для управления формированием вихревых пучков в одноосных кристаллах. Формирование бесселевых пучков высших порядков, а именно вихревых бесселевых пучков, является актуальной задачей для ряда приложений, в том числе для задач оптической манипуляции [46]. Формирование таких пучков с помощью ДОЭ наталкивается на определённые трудности из-за необходимости изготовления ДОЭ с многоуровневым микрорельефом, что технологически довольно сложно реализовать с высокой точностью [47–49]. Одним из путей создания приборов и методов формирования вихревых пучков Бесселя является использование анизотропных кристаллов. Теоретические и эксперимен-



Puc. 5. Срез по полуспаду квадрата интенсивности в области фокусировки: *a* — для острофокусирующей линзы; *b*, *c* — для линз, дополненных аксиконом и фраксиконом соответственно

тальные исследования [50–52] показали, что в одноосных кристаллах происходит периодическое преобразование распространяющегося вдоль оси кристалла пучка Бесселя нулевого порядка в вихревой пучок Бесселя второго порядка. Для получения полного преобразования необходимо, чтобы толщина кристалла была кратна периоду преобразования, который зависит от показателей преломления кристалла и числовой апертуры аксикона. Причём для аксиконов с NA = 0,15-0,5 период составляет десятки микрон, т. е. для формирования заданного пучка толщина кристалла должна выдерживаться с микронными допусками, что осложняется высокой трудоёмкостью изготовления и вариацией свойств кристаллов.

В работе [13] предлагается осуществлять согласование периода преобразования пучка с длиной кристалла путём изменения кривизны волнового фронта, освещающего аксикон пучка, за счёт дополнительной линзы, т. е. линзаконной системы [1].

Использование дополнительной линзы приводит к квазипериодической зависимости преобразования пучка Бесселя в кристалле вдоль оси распространения. Особенно хорошо



Рис. 6. Расчётное распределение интенсивности: *а* — вдоль оси распространения; *b* — на выходе кристалла при освещении аксикона сходящимся пучком; *с*—*e* — измеренные распределения интенсивности на выходе кристалла CaCO₃ при изменении кривизны волнового фронта, освещающего аксикон пучка, за счёт дополнительной линзы

это заметно для сходящегося пучка, причём уменьшение периода преобразования вдоль оси распространения сопровождается изменением поперечного масштаба пучка (рис. 6).

Для сходящегося пучка период преобразования уменьшается при удалении от входной поверхности кристалла, а для расходящегося — увеличивается. Следовательно, использование подвижной линзы расширяет возможности преобразования пучков, поскольку изменяет как масштаб пучка, так и поперечное распределение интенсивности. Данный подход хорош также своей универсальностью, поскольку изменение характеристик кристалла, аксикона и/или освещающего пучка можно компенсировать подходящим положением линзы.

Заключение. Таким образом, линзакон, предложенный В. П. Коронкевичем с соавторами, успешно применяется в различных приложениях. При этом учёт непараксиальных эффектов, возникающих при использовании линзаконных систем с высокой числовой апертурой, даёт дополнительный импульс к расширению спектра приложений, среди которых выделим острую фокусировку, управление трёхмерной структурой в фокальной области, модовые и поляризационные преобразования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Koronkevich V. P., Mikhaltsova I. A., Churin E. G., Yurlov Yu. I. Lensacon // Appl. Opt. 1993. 34, N 25. P. 5761–5772.
- Parigger C., Tang Y., Plemmons D. H., Lewis J. W. L. Spherical aberration effects in lens-axicon doublets: Theoretical study // Appl. Opt. 1997. 36, N 31. P. 8214–8221.
- 3. McLeod J. H. The axicon: A new type of optical element // JOSA. 1954. 44, Is. 8. P. 592–597.
- Fujiwara J. Optical properties of conic surfaces. I. Reflecting cone // JOSA. 1962. 52, Is. 3. P. 287–292.
- Soroko L. M. Axicons and meso-optical imaging devices // Progress in Optics /Ed. E. Wolf. N. Y.: Elsevier, 1989. Vol. 27. P. 109–160.
- Jaroszewicz Z., Sochacki J., Kolodziejczyk A., Staronski L. R. Apodized annular-aperture logarithmic axicon: Smoothness and uniformity of intensity distribution // Opt. Lett. 1993. 18, Is. 22. P. 1893–1895.
- Golub I., Chebbi B., Shaw D., Nowacki D. Characterization of a refractive logarithmic axicon // Opt. Lett. 2010. 35, Is. 16. P. 2828–2830.
- Sochacki J., Kolodziejczyk A., Jaroszewicz Z., Bará S. Nonparaxial design of generalized axicon // Appl. Opt. 1992. 31, Is. 25. P. 5326–5330.
- Davidson N., Friesem A. A., Hasman E. Holographic axilens: High resolution and long focal depth // Opt. Lett. 1991. 16, Is. 7. P. 523–525.
- 10. Ленкова Г. А., Корольков В. П., Коронкевич В. П. и др. Дифракционно-рефракционные интраокулярные линзы // Автометрия. 2008. 44, № 4. С. 75–88.
- 11. **Ленкова Г. А.** Исследование пространственно-энергетических характеристик фокальных областей бифокальных дифракционно-рефракционных хрусталиков глаза // Автометрия. 2017. **53**, № 1. С. 83–93.
- Хонина С. Н., Павельев В. С., Чичков Б. Н. Формирование 3D фокальной области с заострением для приложений многофотонной полимеризации // Вестн. СамГАУ. 2011. 26, № 2. С. 206-214.
- 13. Паранин В. Д., Карпеев С. В., Хонина С. Н. Управление формированием вихревых пучков Бесселя в с-срезах одноосных кристаллов за счёт изменения расходимости пучка // Квантовая электроника. 2016. 46, № 2. С. 163–168.
- 14. Хонина С. Н., Казанский Н. Л., Устинов А. В., Волотовский С. Г. Линзакон: непараксиальные эффекты // Оптический журнал. 2011. **78**, № 11. С. 44–51.

- Rajesh K. B., Anbarasan P. M. Generation of sub-wavelength and super-resolution longitudinally polarized non-diffraction beam using lens axicon // Chin. Opt. Lett. 2008. 6, Is. 10. P. 785–787.
- Rajesh K. B., Jaroszewicz Z., Anbarasan P. M. Improvement of lens axicon's performance for longitudinally polarized beam generation by adding a dedicated phase transmittance // Opt. Exp. 2010. 18, N 26. P. 26799–26805.
- 17. Хонина С. Н., Волотовский С. Г. Исследование применения аксиконов в высокоапертурной фокусирующей системе // Компьютерная оптика. 2010. **34**, № 1. С. 35–51.
- Khonina S. N., Volotovsky S. G. Application axicons in a large-aperture focusing system // Opt. Mem. Neural Networks (Inform. Opt.). 2014. 23, N 4. P. 201–217.
- 19. Sun C.-C., Liu C.-K. Ultrasmall focusing spot with a long depth of focus based on polarization and phase modulation // Opt. Lett. 2003. 28, N 2. P. 99–101.
- Pereira S. F., van de Nes A. S. Superresolution by means of polarisation, phase and amplitude pupil masks // Opt. Commun. 2004. 234, Is. 1–6. P. 119–124.
- Khonina S. N., Kazanskiy N. L., Volotovsky S. G. Vortex phase transmission function as a factor to reduce the focal spot of high-aperture focusing system // Journ. Mod. Opt. 2011. 58, N 9. P. 748–760.
- 22. Khonina S. N. Simple phase optical elements for narrowing of a focal spot in high-numericalaperture conditions // Opt. Eng. 2013. 52, N 9. 091711-7.
- Bokor N., Davidson N. A three dimensional dark focal spot uniformly surrounded by light // Opt. Commun. 2007. 279. P. 229–234.
- Jabbour T. G., Kuebler S. M. Vectorial beam shaping // Opt. Express. 2008. 16, Is. 10. P. 7203–7213.
- Khonina S. N., Golub I. Engineering the smallest 3D symmetrical bright and dark focal spots // JOSA A. 2013. 30, Is. 10. P. 2029–2033.
- Wang H., Shi L., Lukyanchuk B. et al. Creation of a needle of longitudinally polarized light in vacuum using binary optics // Nature Photon. 2008. 2. P. 501–505.
- Khonina S. N., Volotovsky S. G. Controlling the contribution of the electric field components to the focus of a high-aperture lens using binary phase structures // JOSA A. 2010. 27, Is. 10. P. 2188–2197.
- 28. Хонина С. Н., Волотовский С. Г. Фраксикон дифракционный оптический элемент с конической фокальной областью // Компьютерная оптика. 2009. **33**, № 4. С. 401–411.
- 29. Устинов А. В., Хонина С. Н. Фраксикон как гибридный элемент между параболической линзой и линейным аксиконом // Компьютерная оптика. 2014. **38**, № 3. С. 402–411.
- Goodman J. W. Introduction to Fourier Optics. N. Y.: McGraw-Hill Book Company Inc., 1968. 441 p.
- Dorn R., Quabis S., Leuchs G. Sharper focus for a radially polarized light beam // Phys. Rev. Lett. 2003. 91. 233901.
- Kyrianov V. P., Koronkevish V. P., Kokoulin F. I. et al. Fabrication of kinoform optical elements // Optik. 1984. 67, N 3. P. 257–267.
- 33. Корольков В. П., Коронкевич В. П., Михальцова И. А. и др. Киноформные оптические элементы: методы расчёта, технология изготовления и практическое применение // Автометрия. 1985. № 1. С. 4–25.
- 34. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М.: Наука, 1979. 384 с.
- 35. Хонина С. Н., Устинов А. В., Ковалев А. А. и др. Распространение радиальноограниченных вихревых пучков в ближней зоне. Ч. І. Алгоритмы расчёта // Компьютерная оптика. 2010. **34**, № 3. С. 315–329.

- Richards B., Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system // Proc. of the Royal Society of London A. 1959. 253. P. 358–379.
- Khonina S. N., Ustinov A. V., Volotovsky S. G. Fractional axicon as a new type of diffractive optical element with conical focal region // Precision Instrument and Mechanology. 2013. 2, N 4. P. 132–143.
- 38. Устинов А. В., Хонина С. Н. Геометрооптический анализ обобщённой рефракционной линзы // Изв. Самар. науч. центра РАН. 2012. 14, № 4. С. 28–37.
- Пальчикова И. Г. «Бездифракционные пучки» и их каустики // Компьютерная оптика. 1996. 16. С. 35–39.
- 40. Устинов А. В., Хонина С. Н. Обобщённая линза: анализ осевого и поперечного распределения // Компьютерная оптика. 2013. **37**, № 3. С. 307–315.
- 41. Хонина С. Н., Волотовский С. Г. Минимизация светового и теневого фокального пятна с контролируемым ростом боковых лепестков в фокусирующих системах с высокой числовой апертурой // Компьютерная оптика. 2011. **35**, № 4. С. 438–451.
- 42. Дифракционная компьютерная оптика /Под ред. В. А. Сойфера. М.: Физматлит, 2007. 736 с.
- 43. Коронкевич В. П., Корольков В. П., Полещук А. Г. и др. Синтез дифракционных оптических элементов в полярной системе координат — анализ погрешностей изготовления и их измерение // Автометрия. 1997. № 6. С. 42–56.
- 44. Полещук А. Г., Корольков В. П., Насыров Р. К. и др. Методы оперативного контроля характеристик дифракционных оптических элементов в процессе изготовления // Компьютерная оптика. 2016. 40, № 6. С. 818–829.
- Sun H.-B., Kawata S. Two-photon photopolymerization and 3D lithographic microfabrication // Adv. in Polymer Sci. 2004. 170. P. 169–273.
- 46. Сойфер В. А., Котляр В. В., Хонина С. Н. Оптическое манипулирование микрообъектами: достижения и новые возможности, порожденные дифракционной оптикой // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2004. **35**, № 6. С. 1368–1432.
- Korolkov V. P., Malyshev A. I., Poleshchuk A. G. et al. Fabrication of gray-scale masks and diffractive optical elements with LDW-glass // Proc. SPIE. 2001. 4440. P. 73–84.
- 48. Волков А. В., Моисеев О. Ю., Полетаев С. Д. Применение тонких плёнок молибдена для контактных масок при изготовлении микрорельефов элементов дифракционной оптики // Компьютерная оптика. 2014. **38**, № 4. С. 757–761.
- Полещук А. Г., Корольков В. П., Седухин А. Г. и др. Прямая лазерная запись в плёнках хрома полутоновых микроизображений с большим динамическим диапазоном // Автометрия. 2015. 51, № 3. С. 87–93.
- 50. Хонина С. Н., Карпеев С. В., Алферов С. В. Теоретическое и экспериментальное исследование поляризационных преобразований в одноосных кристаллах для получения цилиндрических векторных пучков высоких порядков // Компьютерная оптика. 2014. **38**, № 2. С. 171–180.
- 51. Хонина С. Н., Паранин В. Д. Электрооптическая корректировка преобразования пучков Бесселя вдоль оси кристалла ниобата бария-стронция // Компьютерная оптика. 2016. 40, № 4. С. 475–481.
- 52. Паранин В. Д., Хонина С. Н., Карпеев С. В. Управление оптическими свойствами кристалла CaCO₃ в задачах формирования вихревых пучков Бесселя путём нагрева // Автометрия. 2016. **52**, № 2. С. 81–87.