

## ПАРАМЕТРЫ УСКОРЯЮЩЕЙСЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ДЕФЛАГРАЦИИ

УДК 536.463

В. Н. Охитин

МГТУ им. Н. Э. Баумана, 107005 Москва

*Проведен численный анализ ускоряющейся сферической дефлаграции. Показано, что отклонения параметров от стационарных значений определяются не величиной ускорения, а степенью возрастания скорости в законе движения фронта пламени. Максимальные отклонения наблюдаются при значении скорости фронта  $\approx 0,1$  скорости звука в исходной смеси. Получены аналитические соотношения для оценки основных параметров возникающего течения в диапазоне скоростей вплоть до скорости фронта, в полтора раза превышающей скорость звука в исходной смеси.*

Случайные взрывы, часто сопровождающие аварии при транспортировке и хранении сжиженных горючих материалов, как правило, протекают в режиме ускоряющейся дефлаграции [1]. В отличие от стационарной, одномерная задача о нестационарной дефлаграции не автомодельна и описывается системой дифференциальных уравнений газовой динамики в частных производных. Задача о сферической дефлаграции с изменяющейся скоростью распространения фронта пламени решалась неоднократно (см., например, [2–4]). Однако в известных работах отсутствуют детальный анализ и сравнение параметров со стационарной дефлаграцией.

Существует два мнения о влиянии ускорения на избыточное давление на фронте пламени: влияние существенно [5]; влияние [2] сказывается лишь при видимой скорости распространения фронта  $U < 100$  м/с, а при больших значениях  $U$  избыточное давление определяется только мгновенной скоростью, т. е. совпадает со стационарным значением для соответствующей скорости распространения фронта. Настоящая работа посвящена количественному анализу параметров ускоряющихся пламен и сравнению их со стационарными режимами.

Одномерная (для сферической симметрии) система уравнений газовой динамики в переменных Эйлера имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \varepsilon, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2\rho u}{r} = 0, \\ \frac{\partial e}{\partial t} + u \frac{\partial e}{\partial r} + \frac{p}{\rho} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2pu}{\rho r} = 0, \quad p = (\gamma - 1)\rho e, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $r, t$  — независимые переменные (радиус и время);  $p, \rho, u, e$  — давление, плотность, массовая скорость и удельная внутренняя энергия газа.

Последнее соотношение системы (1) представляет собой уравнение состояния совершенного газа с показателем адиабаты  $\gamma$ , который имеет разное значение для исходной смеси и продуктов сгорания (ПС).

Система уравнений (1) может быть проинтегрирована только численно.

Граничными условиями в задаче являются:

- равная нулю скорость газа в центре симметрии:  $u = 0$  при  $r = 0$ ;
- соотношения динамической совместности на фронте ударной волны (УВ):

$$D = v_1 \sqrt{(p_2 - p_1)/(v_1 - v_2)}, \quad u_2 = \sqrt{(p_2 - p_1)(v_1 - v_2)},$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \left( p_2 + p_1 \frac{\gamma_1 + 1}{\gamma_1 - 1} \right) / \left( p_1 + p_2 \frac{\gamma_2 + 1}{\gamma_2 - 1} \right);$$

- интегральные законы сохранения на фронте дефлаграции:

$$p_3 - p_4 = \frac{(U - u_3)(u_3 - u_4)}{v_3}, \quad u_3 - u_4 = \frac{(U - u_3)(v_4 - v_3)}{v_3}, \quad (2)$$

$$\frac{v_4}{v_3} = \left( p_4 + p_3 \frac{\gamma_3 + 1}{\gamma_3 - 1} + \frac{2Q_1}{v_3} \right) / \left( p_3 + p_4 \frac{\gamma_4 + 1}{\gamma_4 - 1} \right).$$

Здесь  $D$  — скорость фронта УВ;  $v = 1/\rho$  — удельный объем;  $Q_1$  — удельная теплота сгорания смеси; индексы 1–4 относятся соответственно к параметрам перед и за фронтом УВ, перед и за фронтом дефлаграции.

Поскольку интенсивность УВ при дефлаграции газоздушных смесей невелика, с высокой точностью можно считать, что показатель адиабаты исходной смеси за фронтом волны не меняет своего значения, т. е. можно положить  $\gamma_3 = \gamma_2 = \gamma_1$ .

Для интегрирования системы уравнений (1) был разработан численный алгоритм в подвижной сетке, крайние узлы которой связаны с центром симметрии и фронтом УВ. Параметры в граничных точках рассчитывались с помощью метода характеристик по схеме Хартри [6], а в общих точках — с использованием модифицированной схемы Лакса — Вендроффа [7]. Решение проводилось на сетке размером 500 узлов, что позволяло начинать расчеты со скорости фронта пламени  $U = 0,01c_1$ , где  $c_1$  — скорость звука в исходной смеси. При этом в качестве начальных условий в момент времени, соответствующий указанной скорости, в узлы сетки вносились параметры автотемельного решения [8]. Фронт пламени выделялся в качестве дополнительного разрыва, не совпадающего с узлами расчетной сетки. Для расчета параметров на фронте использовался специальный алгоритм.

Особенностью задачи является нестационарность распространения пламени, что не дает возможности воспользоваться условием  $u_4 = 0$  для режимов «слабой» дефлаграции (при дозвуковом распространении фронта по ПС) и требует разработки более общего алгоритма. Преобразуя граничные условия (2), можно получить адиабату ПС в  $p - u$ -координатах:

$$u_4 = u_3 - \sqrt{2v_3(p_3 - p_4) \frac{(p_3 - p_4) + (\gamma_4 - 1)Q_1/v_3 - p_3(\gamma_3 - \gamma_4)/(\gamma_3 - 1)}{2\gamma_4 p_3 - (p_3 - p_4)(\gamma_4 + 1)}}. \quad (3)$$

При известных параметрах смеси перед фронтом дефлаграции ( $p_3, u_3$ ) параметры ПС за фронтом ( $p_4, u_4$ ) соответствуют точке пересечения адиабаты (3) с прямой Рэлея (первое соотношение граничных условий (2)). Совместное решение этих уравнений дает

$$p_3 - p_4 = \left[ \frac{\gamma_4 p_3}{\gamma_4 + 1} - \frac{(U - u_3)^2}{(\gamma_4 + 1)v_3} \right] \pm$$

$$\pm \sqrt{\left[ \frac{\gamma_4 p_3}{\gamma_4 + 1} - \frac{(U - u_3)^2}{(\gamma_4 + 1)v_3} \right]^2 - \frac{2(U - u_3)^2}{(\gamma_4 + 1)v_3} \left[ \frac{(\gamma_4 - 1)Q_1}{v_3} - \frac{(\gamma_3 - \gamma_4)p_3}{\gamma_3 - 1} \right]}. \quad (4)$$

Пересечение прямой Рэлея с адиабатой в двух точках соответствует режиму «слабой» дефлаграции. При этом физический смысл в (4) имеет знак минус и за фронтом пламени выполняется условие  $u_4 + c_4 > U$ . Равенство нулю подкоренного выражения в (4) означает касание прямой Рэлея и адиабаты ПС и распространение дефлаграции в режиме Чепмена — Жуге, когда  $u_4 + c_4 = U$ . Условие касания позволяет по заданным параметрам перед фронтом однозначно определить скорость дефлаграции  $U$  и все параметры за фронтом. В частности, в этом случае

$$p_3 - p_4 = \left[ \frac{(\gamma_4 - 1)Q_1}{v_3} - \frac{\gamma_3 - \gamma_4}{\gamma_3 - 1} p_3 \right] \times \\ \times \left[ \sqrt{1 + \frac{2\gamma_4}{\gamma_4 + 1} \frac{p_3}{(\gamma_4 - 1)Q_1/v_3 - p_3(\gamma_3 - \gamma_4)(\gamma_3 - 1)}} - 1 \right]. \quad (5)$$

В рассматриваемой задаче параметры перед фронтом дефлаграции сами по себе являются неизвестными и должны определяться в процессе решения, для чего используются соотношения вдоль характеристик. Запись этих соотношений в разностях на шаге  $\Delta t$  позволяет замкнуть граничные условия (2) и по известным параметрам течения в окрестности фронта дефлаграции на предыдущем временном слое определить все параметры на фронте на следующем слое. Для положительной и отрицательной характеристик, а также траектории частицы, начинающихся соответственно в точках  $l, m, n$  на предыдущем временном слое и пересекающихся через время  $\Delta t$  в одной точке (4, 3) на фронте дефлаграции, имеем

$$\left[ \frac{1}{\rho c} \right]_{l4} (p_4 - p_l) + (u_4 - u_l) + \left[ \frac{2uc}{r} \right]_{l4} \Delta t = 0, \quad (6)$$

$$\left[ \frac{1}{\rho c} \right]_{m3} (p_3 - p_m) - (u_3 - u_m) + \left[ \frac{2uc}{r} \right]_{m3} \Delta t = 0, \quad (7)$$

$$p_3 = \rho_n (p_3/p_n)^{1/\gamma_3}, \quad (8)$$

где  $c$  — скорость звука; зависимость (8) есть интеграл адиабатического соотношения вдоль траектории; двойной индекс у квадратных скобок означает усреднение коэффициентов по значениям в соответствующих точках.

Если характеристика из области ПС догоняет фронт, то режим дефлаграции «слабый» и для расчета его параметров приходится привлекать все три соотношения (6)–(8). На рис. 1, а представлены траектории характеристик и  $p$ – $u$ -диаграммы для данного случая. Линии (6), (7) соответствуют уравнениям (6), (7) вдоль положительной и отрицательной характеристик, а (2), (3) — семействам прямых Рэлея и адиабат ПС. При выполнении граничных условий (2) параметры на фронте дефлаграции на следующем временном слое соответствуют точкам 3, 4 тройного пересечения указанных линий. Если параметры перед фронтом выбраны завышенными (точка 3'), то пересечение прямой Рэлея (2) с адиабатой (3) произойдет перед характеристикой (6) в точке 4'. И, наоборот, если параметры перед фронтом занижены (точка 3''), то точка пересечения 4'' будет лежать за характеристикой (6).

Исходя из указанного можно предложить следующую итерационную схему расчета параметров на фронте при «слабой» дефлаграции:

- задается приближенное значение  $p_3$ , например, с предыдущего временного слоя;
- по  $p_3$  из (7) и (8) определяются  $\rho_3$  и  $u_3$ ;

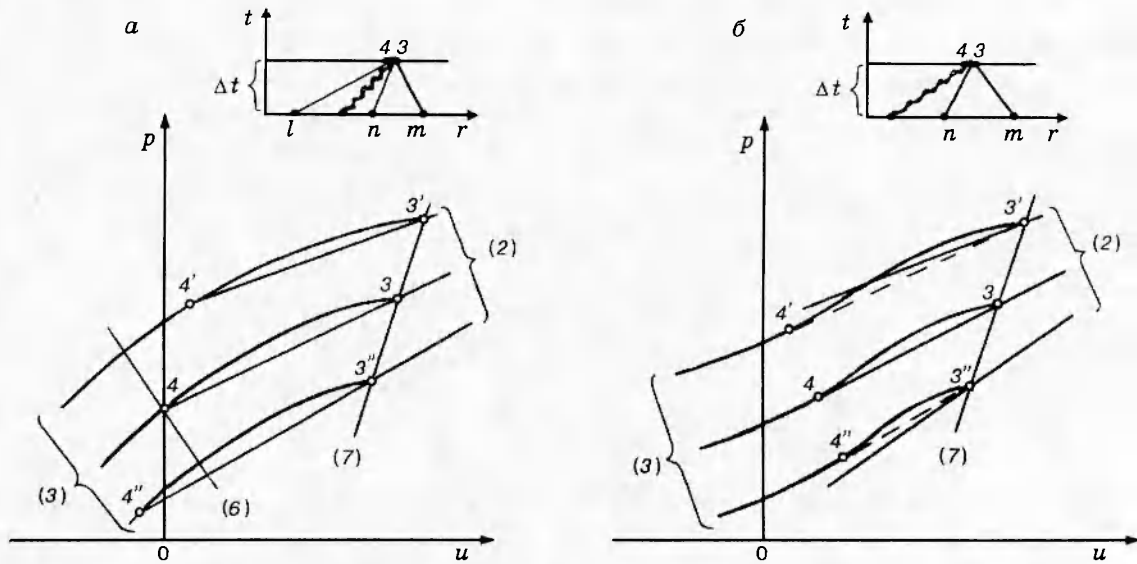


Рис. 1. Траектории характеристик и  $p-u$ -диаграммы при расчете параметров на фронте дефлаграции:

$a$  — «слабый» режим;  $b$  — режим Чепмена — Жуге

- после исключения  $u_4$  с помощью первого соотношения (2) по заданной скорости  $U$  из (6) вычисляется  $p_4$ ;
- по  $p_4$  из (3) и третьего соотношения (2) находятся  $u_4$  и  $v_4$ ;
- после исключения  $u_3$  с помощью первого соотношения (2)  $p_3$  определяется из (7);
- цикл повторяется по вновь найденному значению  $p_3$  до достижения необходимой точности.

Если характеристика из области ПС не догоняет фронта, т. е. дефлаграция распространяется в режиме Чепмена — Жуге, то соотношение (6) теряет смысл и для расчета параметров на фронте необходимо привлекать соотношение (5). Картина в  $r-t$ - и  $p-u$ -координатах для этого случая представлена на рис. 1, б. При соблюдении граничных условий (2) параметры за фронтом дефлаграции соответствуют точке 4 касания прямой Рэлея адиабаты ПС. Если параметры перед фронтом выбраны завышенными (точка  $3'$ ), то при заданной скорости дефлаграции прямая Рэлея пересекает адиабату в двух точках, а если заниженными (точка  $3''$ ) — то не имеет с ней ни одной общей точки. При этом использование зависимости (5) в любом случае задания параметров перед фронтом дает координату точек касания  $4'$  и  $4''$  при соответствующем изменении угла наклона прямых Рэлея (штриховые линии на рис. 1, б).

Такое поведение  $p-u$ -диаграмм позволяет проводить расчет параметров на фронте дефлаграции в режимах Чепмена — Жуге по следующей итерационной схеме:

- задается в первом приближении значение  $p_3$ ;
- по  $p_3$  из (7) и (8) определяются  $u_3$  и  $v_3$ ;
- из (5) находится  $p_4$ ;
- по  $p_4$  из (3) и третьего соотношения (2) определяются  $u_4$  и  $v_4$ ;
- после исключения  $u_3$  с помощью первого соотношения (2) уточненное значение  $p_3$  вычисляется из (7);
- цикл по  $p_3$  повторяется до достижения необходимой точности.

Разработанный алгоритм является абсолютно сходящимся, не накладывает никаких

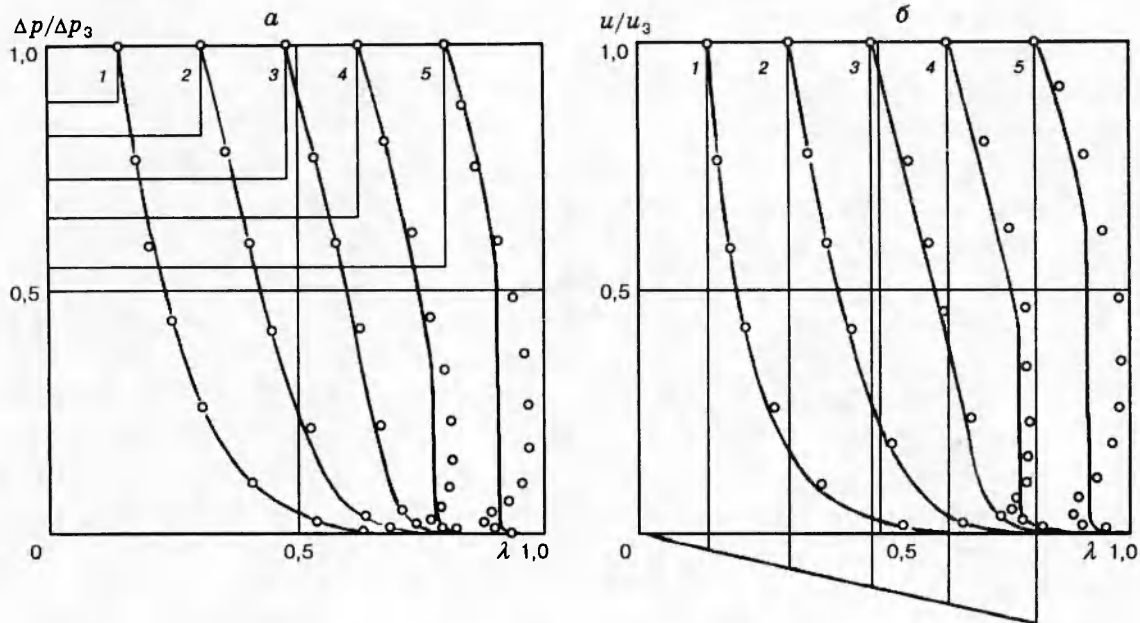


Рис. 2. Распределение избыточного давления (а) и массовой скорости (б) в области течения при равноускоренном режиме распространения дефлаграции:  
 $U$ , м/с: 99,7 (1); 215,7 (2); 331,7 (3); 433,8 (4); 557,5 (5)

ограничений на характер течения в окрестности фронта дефлаграции и обеспечивает сходимость вычисляемых параметров в пределах восьмой значащей цифры за 10–15 итераций для любой скорости распространения пламени. В частности, он автоматически приводит к нулевой скорости ПС за фронтом «слабой» стационарной дефлаграции и обеспечивает естественный переход дефлаграции из одного режима в другой при изменении скорости распространения пламени.

Точность разработанного алгоритма проверялась сравнением с автономными решениями для стационарных режимов [8, 9], а также контролем за соблюдением интегральных законов сохранения массы и энергии для всей области течения и составляет доли процента.

Результаты численных расчетов представлены для стехиометрической ацетиленовоздушной смеси с характеристиками  $p_1 = 101,33$  КПа;  $\rho_1 = 1,2168$  кг/м<sup>3</sup>;  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 1,4$ ;  $c_1 = 341,45$  м/с;  $Q_1 = 3,269$  МДж/кг;  $\gamma_4 = 1,234$  при изменении видимой скорости и радиуса фронта пламени от времени по степенному закону

$$U = a\tau^\alpha, \quad R = \frac{\bar{u}}{\alpha + 1} \tau^{\alpha+1} = \frac{U\tau}{\alpha + 1}, \quad (9)$$

где  $R$  — радиус фронта в момент времени  $\tau$ .

В соответствии с теорией подобия и размерностей в задаче об ускоряющейся дефлаграции, как и в задаче о расширяющемся поршне [10], имеется лишь один переменный безразмерный параметр  $\alpha$ . Поэтому при расчетах в законе (9) коэффициент  $a$  полагался равным единице, а показатель  $\alpha$  принимал значения 0,5; 1; 2 и 5.

На рис. 2 представлены распределения избыточного давления и массовой скорости за фронтом УВ ( $\lambda$  — относительная линейная координата в области течения) для равноускоренного закона (9) с показателем  $\alpha = 1$ . Для удобства параметры на рисунке нормированы относительно соответствующих значений перед фронтом дефлаграции. Характерная особенность ускоряющейся дефлаграции — появление течения в ПС даже в «слабых» режимах

и формирование сильного разрыва в области перед фронтом пламени.

В рассматриваемом случае ( $\alpha = 1$ ) сильный разрыв появляется при  $U \simeq 1,3c_1$  примерно посередине между фронтами УВ и дефлаграции. С течением времени его интенсивность возрастает, и он постепенно догоняет фронт УВ. Выход разрыва на фронт УВ происходит при  $U \simeq 1,9c_1$ , причем до этого момента интенсивность фронта УВ остается нулевой (скорость его распространения равна скорости звука в исходной смеси  $c_1$ ), а после выхода — скачком возрастает. При снижении интенсивности возрастания скорости распространения пламени сильный разрыв возникает при меньших значениях  $U$ , а место его появления смещается к фронту УВ (например, при  $\alpha = 0,5$  момент появления разрыва соответствует  $U \simeq c_1$ , а место его возникновения примерно в три раза ближе к фронту УВ, чем к пламени). Дальнейшее уменьшение  $\alpha$  приводит к тому, что разрыв начинает формироваться непосредственно на фронте УВ при скорости  $U < c_1$ , плавно повышая его интенсивность.

Увеличение интенсивности возрастания  $U$  приводит к более позднему (по  $U$ ) возникновению разрыва и смещению места его появления в направлении фронта пламени. Так, при  $\alpha = 2$  разрыв появляется в момент  $U \simeq 1,6c_1$  в области, удаленной от фронта УВ примерно в пять раз дальше, чем от фронта дефлаграции, причем с течением времени фронт пламени догоняет разрыв. При очень высокой интенсивности возрастания скорости распространения дефлаграции ( $\alpha = 5$ ) сильный разрыв формируется непосредственно перед фронтом пламени (при  $U \simeq 2c_1$ ) и распространяется совместно с ним.

Давление в ПС за фронтом пламени (см. рис. 2,а) практически постоянно по радиусу, а массовая скорость (см. рис. 2,б) меняется линейно и отрицательна (течение направлено к центру симметрии). При этом относительная скорость газа непосредственно за фронтом дефлаграции  $u_4/u_3$  до момента выхода сильного разрыва на фронт УВ также практически линейно зависит от относительной координаты фронта пламени  $\lambda_3 = R/c_1 t$ .

На рис. 3 для всех рассчитанных вариантов задачи представлены безразмерные зависимости массовой скорости газа перед и за фронтом дефлаграции от скорости его распространения. С увеличением интенсивности роста скорости распространения пламени проявляется тенденция к некоторому снижению скорости газа перед фронтом по отношению к режимам стационарной дефлаграции (сплошная линия), однако это снижение даже при  $U/c_1 = 1,5$  и  $\alpha = 5$  не превосходит 1,5%. Абсолютная величина скорости ПС за фронтом нелинейно увеличивается с ростом  $U$  и может достигать 20 ÷ 25% значения перед фронтом при  $U/c_1 > 1$ .

На рис. 4 приведены зависимости безразмерного избыточного давления перед и за фронтом дефлаграции от скорости его распространения. По сравнению со стационарными режимами ускорение фронта пламени приводит к возрастанию избыточного давления перед фронтом в области  $U < (0,8 \dots 0,9)c_1$ , причем максимальное относительное отличие наблюдается при  $U = (0,1 \dots 0,2)c_1$  и может достигать 30 ÷ 40%. В области значений  $U > (0,8 \dots 0,9)c_1$ , вплоть до выхода разрыва на фронт УВ, избыточное давление перед фронтом снижается по отношению к стационарному, но не более чем на 2 ÷ 3%.

Избыточное давление за фронтом пламени также возрастает в области малых значений  $U$  (до 40% при  $U \simeq 0,1c_1$ ), однако в области  $U > (0,6 \dots 0,7)c_1$  наблюдается монотонное снижение  $\Delta p_4$  по сравнению со стационарными режимами, которое при  $U = 1,5c_1$  и  $\alpha = 5$  достигает ~ 20%.

Появление отрицательной скорости и снижение давления в ПС при ускоряющейся дефлаграции имеют достаточно очевидное объяснение. При ускорении пламени плотность смеси перед фронтом возрастает, а его истинная скорость практически не отличается от значений в стационарных режимах. Поэтому при одинаковых значениях скорости (и, есте-



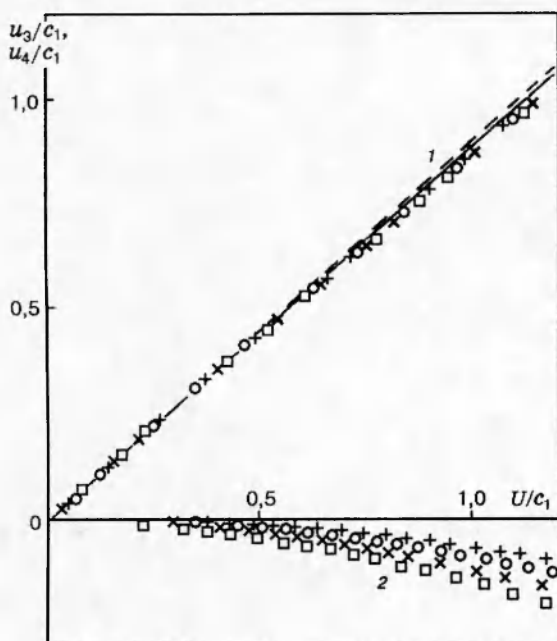


Рис. 3

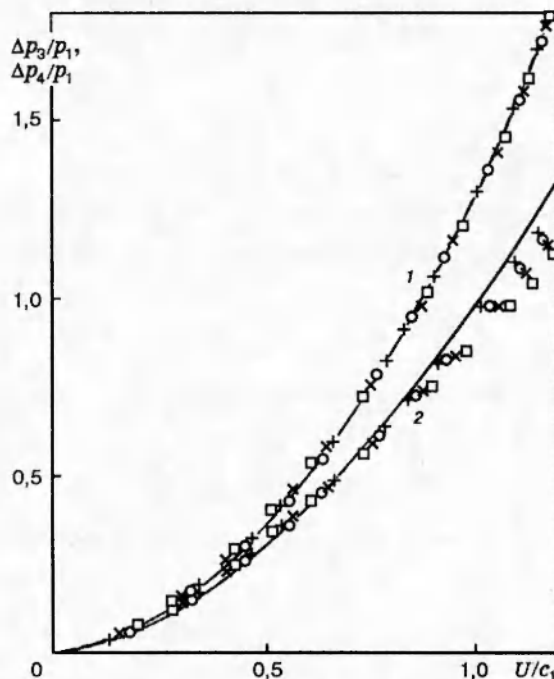


Рис. 4

Рис. 3. Зависимости массовой скорости перед (1) и за фронтом дефлаграции (2) от скорости фронта:

+ —  $\alpha = 0,5$ ; o —  $\alpha = 1$ ; x —  $\alpha = 2$ ;  $\square$  —  $\alpha = 5$

Рис. 4. Зависимости избыточного давления перед (1) и за фронтом дефлаграции (2) от скорости распространения фронта (обозначения соответствуют рис. 3)

ственно, радиуса) за фронт ускоряющейся дефлаграции переходит меньшая масса горючей смеси. В результате снижается давление в ПС по отношению к соответствующему стационарному режиму, а перерасширение ПС на фронте пламени приводит к возникновению обратного течения.

Так как при ускоряющейся дефлаграции интенсивность фронта  $UV$  достаточно долго остается нулевой, то течение идеального невесомого газа перед фронтом пламени до момента формирования сильного разрыва будет потенциальным. Поэтому для описания его параметров аналогично работе [5] воспользуемся квазиакустическим подходом, в соответствии с которым потенциал скорости сферически-симметричной волны имеет вид

$$\varphi = f(\zeta)/r.$$

Массовая скорость, давление и скорость звука определяются соотношениями

$$u = -\frac{f'(\zeta)}{r} - \frac{f(\zeta)}{r^2}, \tag{10}$$

$$p - p_1 = -\rho_1 c_1 \frac{f'(\zeta)}{r}, \tag{11}$$

$$c = c_1 - \frac{\gamma_1 - 1}{2} \frac{f'(\zeta)}{r}, \tag{12}$$

выполняющимися вдоль характеристик, начинающихся на фронте пламени и распространяющихся с местной скоростью звука

$$\frac{dr}{dt} = u + c. \quad (13)$$

Здесь  $\zeta = c_1 t - r$  — характеристический аргумент;  $f(\zeta)$  — функция, определяемая параметрами фронта пламени;  $f'(\zeta)$  — производная функции по своему аргументу.

На фронте пламени для скорости газа согласно (10) имеем

$$u_3 = -\frac{f'(\zeta)}{R} - \frac{f(\zeta)}{R^2}, \quad (14)$$

а для избыточного давления из (11) с учетом (14) следует

$$\Delta p_3 = p_3 - p_1 = \rho_1 c_1 u_3 \left( 1 + \frac{f(\zeta)}{u_3 R^2} \right). \quad (15)$$

Значение характеристического аргумента на фронте дефлаграции меняется по закону

$$\zeta = c_1 \tau - R. \quad (16)$$

Отсюда

$$f'(\zeta) = \frac{df}{dR} \frac{dR}{d\zeta} = \frac{U/c_1}{1 - U/c_1} \frac{df}{dR},$$

а из (14) получим дифференциальное уравнение для определения функции  $f$ :

$$\frac{df}{dR} + \frac{1}{R} \frac{1 - U/c_1}{U/c_1} f = -u_3 \frac{1 - U/c_1}{U/c_1} R. \quad (17)$$

В случае стационарной дефлаграции при постоянных значениях  $U$  и  $u_3$  уравнение (17) имеет простое решение:

$$f = -R^2 u_3 \frac{1 - U/c_1}{1 + U/c_1}.$$

Подставив его в (15), получим соотношение для избыточного давления на фронте стационарной дефлаграции в акустическом приближении:

$$\frac{\Delta p_3}{p_1} = 2\gamma_1 \frac{u_3}{c_1} \frac{U/c_1}{1 + U/c_1}. \quad (18)$$

Как показано в работе [8], при «слабой» стационарной дефлаграции скорость газа перед фронтом хорошо описывается выражением

$$u_3 = \frac{\sigma - 1}{\sigma} U, \quad (19)$$

где  $\sigma$  — степень расширения газа при сгорании при начальном давлении.

Подставив (19) в (18), для избыточного давления получим формулу, ранее приведенную в работе [11]:

$$\frac{\Delta p_3}{p_1} = 2\gamma_1 \frac{\sigma - 1}{\sigma} \left( \frac{U}{c_1} \right)^2 / \left( 1 + \frac{U}{c_1} \right).$$

Это соотношение для стационарных режимов начинает давать расхождение с численными результатами более 20 % уже при  $U \geq 0,1c_1$ .



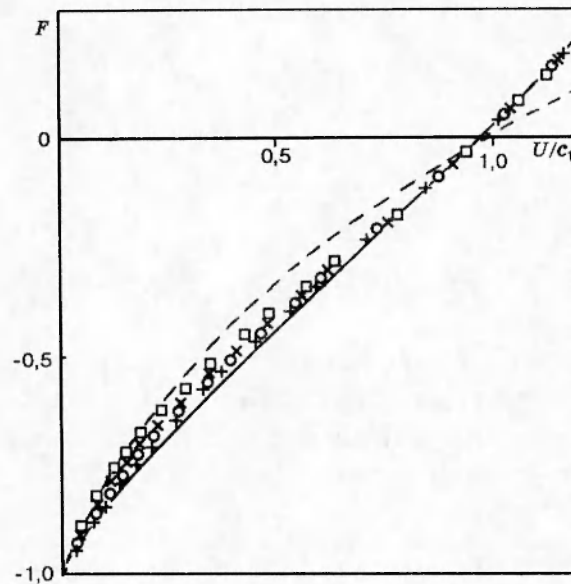


Рис. 5. Зависимость функции  $F$  от видимой скорости фронта пламени: обозначения соответствуют рис. 3; штриховая линия — акустическое приближение (18) для стационарной дефлаграции

На рис. 3 штриховой линией нанесена зависимость (19), которая с точностью в пределах 3% соответствует также и нестационарным режимам. Введя новую безразмерную функцию  $F = f/u_3 R^2$ , соотношение (15) для избыточного давления можно записать в виде

$$\frac{\Delta p_3}{p_1} = \gamma_1 \frac{\sigma - 1}{\sigma} \frac{U}{c_1} (1 + F). \quad (20)$$

Зависимости функции  $F$  от видимой скорости фронта пламени, построенные по результатам численных расчетов с помощью соотношения (20) для различных режимов ускоряющейся дефлаграции, представлены на рис. 5. Видно, что акустическое приближение для  $F$  при вычислении  $\Delta p_3$  можно использовать лишь при очень малых скоростях фронта пламени. С увеличением  $\alpha$  растет и величина  $1 + F$  в области  $U < 0,8c_1$ , достигая ~ 40%-го превышения над стационарным значением при  $U = 0,1c_1$  и  $\alpha = 5$ . Поэтому при оценке избыточного давления ускоряющейся дефлаграции в законе (9) следует учитывать степень возрастания скорости  $\alpha$ .

По данным численных расчетов функцию  $F$  можно аппроксимировать зависимостью

$$F = \frac{1,05(U/c_1)^2 - 1}{(((5 + \alpha)/3\beta)(U/c_1) + 1)^\beta}, \quad (21)$$

где  $\beta = 0,5 - 0,028\alpha$ .

При  $\alpha = 0$  соотношение (21) соответствует режимам стационарной дефлаграции и позволяет рассчитывать избыточное давление перед фронтом пламени с точностью ~ 3% при любой исследованной степени возрастания скорости  $\alpha$  вплоть до значения  $U = 1,5c_1$ .

Так как величина характеристического аргумента на фронте пламени (16) сохраняет свое значение вдоль уходящих от него звуковых линий, то, используя связь между функциями  $f$  и  $F$  и исключая с помощью (14) производную  $f'$ , из (10)–(12) нетрудно получить зависимость для основных параметров течения вдоль характеристик, которые с учетом

(19) принимают вид

$$u = \frac{\sigma - 1}{\sigma} U \left[ 1 + F \left( 1 - \frac{R}{r} \right) \right] \frac{R}{r}, \quad (22)$$

$$\frac{\Delta p}{p_1} = \gamma_1 \frac{\sigma - 1}{\sigma} \frac{U}{c_1} (1 + F) \frac{R}{r}, \quad (23)$$

$$c = c_1 + \frac{\sigma - 1}{\sigma} U (1 + F) \frac{R}{r}. \quad (24)$$

Здесь значения параметров  $U$ ,  $F$ ,  $R$  соответствуют моменту выхода характеристики с фронта пламени  $\tau$ , а  $r$  — ее текущая координата, которую можно определить, интегрируя уравнение (13) с использованием соотношений (22), (24). В пренебрежении малыми более высокого порядка этот интеграл имеет вид

$$r = R \left\{ 1 + \frac{c_1(t - \tau)}{R} + \frac{\gamma_1 + 1}{2} \frac{\sigma - 1}{\sigma} \frac{U}{c_1} (1 + F) \ln \left[ 1 + \frac{c_1(t - \tau)}{R} \right] - \frac{\sigma - 1}{\sigma} \frac{U}{c_1} F \times \right. \\ \left. \times \left[ 1 - \frac{1}{1 + c_1(t - \tau)/R} \right] \right\}. \quad (25)$$

С помощью соотношений (22)–(25), в которые  $\tau$  входит как параметр, изменяющийся в пределах  $0 \leq \tau \leq t$ , можно построить распределения избыточного давления и массовой скорости перед фронтом пламени в произвольный момент времени  $t$  (см. точки на рис. 2). При дозвуковой скорости фронта пламени соотношения (22)–(25) дают распределения, отличающиеся от численных результатов в пределах нескольких процентов, а при  $U > c_1$  появляется область неоднозначных значений параметров, что указывает на образование сильного разрыва. Если ударный фронт проводить через точку перегиба получаемых распределений, то соотношениями (22)–(25) с несколько меньшей точностью ( $\approx 10\%$ ) можно пользоваться вплоть до выхода разрыва на фронт основной волны.

Анализ результатов численных расчетов (см. рис. 2, б) показывает, что распределение массовой скорости газа за фронтом пламени можно представить в виде

$$u = u_4 r / R \quad \text{при} \quad 0 \leq r \leq R, \quad (26)$$

а для величины скорости ПС непосредственно за фронтом записать зависимость

$$u_4 = B(\alpha) u_3 \lambda_3.$$

С учетом соотношений (9) и (19) имеем

$$u_4 = B(\alpha) \frac{1}{\alpha + 1} \frac{\sigma - 1}{\sigma} \frac{U^2}{c_1},$$

где  $B(\alpha)$  — некоторая константа.

По результатам обработки численных данных можно принять  $B(\alpha) = -0,23\alpha$ . Тогда для скорости ПС за фронтом дефлаграции окончательно получаем зависимость

$$u_4 = -0,23 \frac{\alpha}{\alpha + 1} \frac{\sigma - 1}{\sigma} \frac{U^2}{c_1}. \quad (27)$$

При известных значениях скорости газа перед и за фронтом пламени для оценки давления в области ПС можно воспользоваться первым соотношением граничных условий

(2), из которого с учетом (19) и (27) следует

$$p_4 = p_3 - \frac{\sigma - 1}{\sigma^2} \left( 1 + 0,23 \frac{\alpha}{\alpha + 1} \frac{U}{c_1} \right) U^2 \rho_3.$$

При нулевой интенсивности фронта УВ течение за ним является изоэнтропическим, поэтому плотность газа перед фронтом дефлаграции  $\rho_3$  связана с давлением через адиабату Пуассона и для давления в ПС в безразмерном виде окончательно можно записать

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{p_3}{p_1} - \gamma_1 \frac{\sigma - 1}{\sigma^2} \left( 1 + 0,23 \frac{\alpha}{\alpha + 1} \frac{U}{c_1} \right) \left( \frac{U}{c_1} \right)^2 \left( \frac{p_3}{p_1} \right)^{1/\gamma_1}. \quad (28)$$

Соотношения (27), (28) с ростом  $U$  начинают давать несколько завышенные значения параметров, однако даже при  $U = 1,5c_1$  и  $\alpha = 5$  ошибки по избыточному давлению за фронтом и по скачку скорости не превосходят 5%.

Таким образом, проведенное численное моделирование ускоряющейся сферической дефлаграции показывает, что изменение скорости фронта пламени по сравнению со стационарными режимами приводит к заметному возрастанию избыточного давления перед фронтом в области  $U < (0,8 \dots 0,9)c_1$ , возрастанию давления за фронтом в области  $U < (0,6 \dots 0,7)c_1$  и монотонному снижению последнего при  $U > (0,6 \dots 0,7)c_1$ , а также к появлению обратного течения в ПС за фронтом пламени. При этом отклонения параметров от стационарных значений определяются не абсолютной величиной ускорения, а степенью возрастания скорости в законе движения фронта дефлаграции и их максимальные значения наблюдаются при скорости  $U = (0,1 \dots 0,2)c_1$ .

В результате анализа численного решения получены аналитические соотношения, позволяющие оценить основные параметры ускоряющейся сферической дефлаграции и их распределение в области течения с достаточно высокой для практики точностью вплоть до скорости распространения пламени  $U = 1,5c_1$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Минеев В. Н., Кореньков В. В., Охитин В. Н. и др. Трубопроводы замедленного действия // Химия и жизнь. 1990. № 9. С. 14–20.
2. Гостинцев Ю. А., Губин С. А., Шаргатов В. А. Численное моделирование процессов при горении открытых объемов перемешанных газовых смесей. Черноголовка, 1986. (Препр. / АН СССР. ИХФ).
3. Auirgais R. H., Kamel M. M., Openheim A. K. Self-similar blast waves incorporating deflagration of variable speed // Prog. Astronaut. and Aeronaut. 1983. V. 87. P. 121–129.
4. Strelow R. A., Luckritz R. T., Adamczyk A. A., Shimpi S. A. The blast wave generated by spherical flame // Combust. Flame. 1979. V. 35, N 3. P. 297–310.
5. Горев В. А., Мирошников С. Н., Трошин Я. К. Взрывные волны газовых взрывов // Химическая физика горения и взрыва. Детонация. Черноголовка, 1980. С. 110–113.
6. Хоскин Н. Э. Метод характеристик для решения уравнений одномерного неустановившегося течения // Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967.
7. Костенбойм Х. А., Рослаков Г. С., Чудов Л. А. Точечный взрыв. М.: Наука, 1974.
8. Охитин В. Н. Расчет параметров слабой одномерной дефлаграции // Физика горения и взрыва. 1993. Т. 29, № 2. С. 122–129.

9. **Охитин В. Н.** Автомодельное распределение параметров при дефлаграции в режимах Чепмена — Жуге. М., 1988. Деп. в ВИНТИ, № 570-В88. (Библ. указатель ВИНТИ «Депонированные рукописи». 1988. № 12. Б/о 865а).
10. **Коробейников В. П., Мельникова Н. С., Рязанов Е. В.** Теория точечного взрыва. М.: Наука, 1961.
11. **Горев В. А.** Сравнение воздушных взрывных волн от разных источников // Физика горения и взрыва. 1982. Т. 18, № 1. С. 94–101.

*Поступила в редакцию 4/1 1996 г.*

---