

ВРАЩАТЕЛЬНАЯ РЕЛАКСАЦИЯ В СВОБОДНО РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ СТРУЕ АЗОТА

Г. А. Лукьянов

(Ленинград)

При сверхзвуковом истечении газа в пустоту локальные частоты столкновений между молекулами быстро уменьшаются вниз по течению, что приводит к нарушению равновесия между поступательными и внутренними степенями свободы. Вращательная релаксация в области свободного расширения сверхзвуковой недорасширенной струи азота в предположении пренебрежимо малого влияния релаксации на поступательную температуру и число Маха рассматривалась в работе [1]. Сравнение результатов расчетов [1] с данными экспериментов для звукового сопла [2] обнаружило значительное расхождение. В данной работе численно решается задача о свободном осесимметричном расширении азота с учетом влияния вращательной релаксации на газодинамические параметры. Для расчета используется метод характеристик в форме, предложенной в работе [3].

1. Основные предположения. Рассматривается свободное расширение азота из круглого сопла при умеренных температурах, когда внутренняя энергия газа складывается из энергии поступательных и вращательных степеней свободы. При расчете предполагается следующее:

- 1) влияние вязкости и теплопроводности на параметры течения пренебрежимо мало [4];
- 2) распределение вращательных степеней свободы по энергиям соответствует распределению Больцмана, что позволяет ввести вращательную температуру T_r ;
- 3) вращательная релаксация описывается релаксационным уравнением [5] вида

$$\frac{dT_r}{dt} = \frac{T - T_r}{\tau_r}$$

$$\tau_r = Z\tau, \quad \tau = \left[\sqrt{2} \sigma N \left(\frac{8kT}{\pi m} \right)^{1/2} \right]^{-1}$$

Здесь T — поступательная температура; τ_r — время вращательной релаксации; τ — среднее время свободного пробега; Z — число столкновений, необходимое для установления равновесия между поступательными и вращательными степенями свободы; σ — сечение столкновения; N — концентрация; m — масса молекулы.

Для азота ультразвуковые измерения при $T \approx 300^\circ \text{K}$ дают $Z \approx 5$ [5]. Сечение столкновения σ можно получить из экспериментальных данных о вязкости. В диапазоне температур $50 < T < 300^\circ \text{K}$ вязкость азота μ удовлетворительно аппроксимируется зависимостью $\mu \sim T$ [6, 7], что соответствует $\tau \sim T^{-1/2}$. В расчете использовалось выражение $\sigma(T) = 4.4 \cdot 10^{-15} \sqrt{300/T} \text{ см}^2$.

2. Система уравнений и схема расчета. С учетом сделанных предположений система уравнений для расчета параметров невязкого нетеплопроводного вращательно-релаксирующего азота в цилиндрической системе координат имеет вид

$$\frac{\partial (y\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (y\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2.2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.3)$$

$$h(T, T_r) + 1/2 w^2 = h_0, \quad w^2 = u^2 + v^2 \quad (2.4)$$

$$h(T, T_r) = 5/2 RT + RT_r \quad (2.5)$$

$$p = \rho RT \quad (2.6)$$

$$\frac{dT_r}{dt} = \frac{T - T_r}{\tau_r} \quad (2.7)$$

Здесь x, y — координаты (x направлена вдоль оси симметрии); ρ — плотность; p — давление; w, u, v — скорость и ее проекции на оси x и y ; h — энтальпия; R — газовая постоянная.

Система уравнений (2.1) — (2.7) может быть решена методом характеристик [3]. Расчетная система уравнений включает уравнения характеристик первого и второго семейств и соотношения вдоль линий тока. Уравнения характеристик записываются в виде

$$dx_+ = \frac{\beta \mp \xi}{\beta \xi \pm 1} dy_+ \quad (2.8)$$

$$\frac{1}{1 + \xi^2} d\xi \pm \frac{\beta}{\rho_+ w_+^2} dp_+ \pm \frac{1}{\beta \xi \pm 1} \left[\frac{\xi}{y_+} + \frac{(1 + \xi^2)^{1/2} (1 - T_{r+}/T_+)}{5/2 w_a \tau_r w_+} \right] dy_+ = 0 \quad (2.9)$$

$$d\psi_+ = \pm \frac{\rho_+ w_+ y_+ (1 + \xi^2)^{1/2}}{\beta \xi \pm 1} dy_+ \quad (2.10)$$

Здесь ψ — функция тока, $\xi = \operatorname{tg} \theta$ (θ — угол наклона вектора скорости к оси x), $\beta = \sqrt{w^2/a^2 - 1}$, $a^2 = 1.67 RT$, a — «замороженная» скорость звука, $x_+ = x/r_a$, $y_+ = y/r_a$, r_a — радиус выходного сечения сопла

$$\rho_+ = \rho/\rho_a, \quad w_+ = w/w_a, \quad \rho_+ = p/\rho_a w_a^2, \quad \psi_+ = \psi/\rho_a w_a r_a^2, \quad T_+ = T/T_a, \quad T_{r+} = T_r/T_a$$

Индекс a относится к параметрам на срезе сопла. Соотношения вдоль линий тока имеют вид

$$dy_+ = \xi dx_+ \quad (2.11)$$

$$dT_{r+} = \frac{r_a (1 + \xi^2)^{1/2} (T_+ - T_{r+})}{w_a \tau_r w_+} dx_+ \quad (2.12)$$

$$dT_+ - \frac{2}{5} \frac{w_a^2}{RT_a} \frac{dp_+}{\rho_+} + \frac{2}{5} dT_{r+} = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{w_a^2}{RT_a} \frac{w_+^2}{2} + \frac{5}{2} T_+ + T_{r+} = \frac{7}{2} T_0 \quad (2.14)$$

Исходными условиями для расчета являются параметры на срезе сопла. Запись уравнений (2.8) — (2.14) в конечно-разностной форме выполняется в соответствии с работой [3]. Программа расчета на ЭВМ включает подпрограммы расчета параметров на начальной поверхности, в поле течения, кроме сопла и на оси симметрии.

3. Результаты расчета и их анализ. С помощью системы уравнений (2.8) — (2.14) был выполнен расчет свободного расширения азота для условий, соответствующих эксперименту работы [2] ($M_a = w_a/a_a = 1$, $r_a = 5$ мм, температура в ресивере $T_0 = 300^\circ \text{K}$, $p_0 r_a = 7.5$ и 240 торр·мм, p_0 — давление в ресивере). Расчет выполнен для $Z = 5$ и 10 . С целью исключения трудностей расчета вблизи поверхности $M = 1$ в качестве начальной поверхности была выбрана поверхность равных параметров, соответствующая $M = 1.1$. Предполагалось, что при $M = 1.1$ течение равновесно. Число точек на начальной поверхности взято равным $n = 25$. Значение T_{r+} на начальной поверхности определено из условия

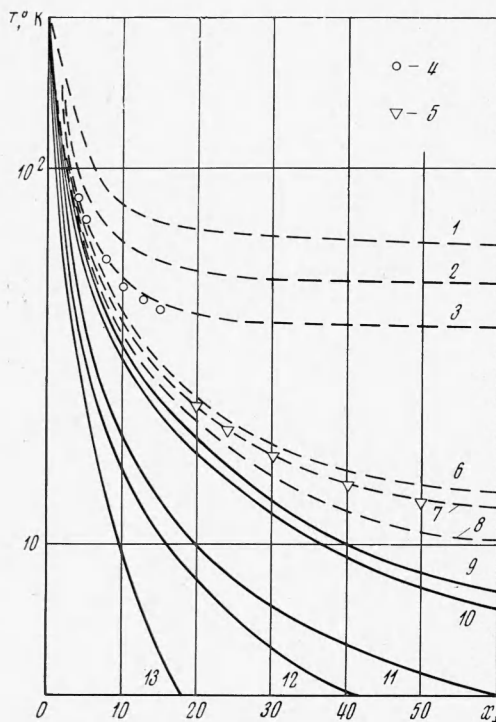
$$\frac{dT_{r+}}{dx_+} = \frac{dT_+}{dx_+} \quad \text{при } y_+ = 0, \quad x_+ = x_{1+}$$

где x_{1+} — значение x_+ в точке пересечения начальной поверхности с осью симметрии. Для шага разворота потока на кромке сопла принято значение $\Delta\beta = 2 \cdot 10^{-2}$. Контрольный расчет показал, что при уменьшении $\Delta\beta$ и увеличении n вдвое против указанных величин параметры M и ψ изменяются менее чем на 1%.

На фигуре представлены результаты расчета T_r (пунктирные кривые 1 — $p_0 r_a = 7.5$ торр·мм, $Z = 10$; 3 — $p_0 r_a = 7.5$ торр·мм, $Z = 5$; 7 — $p_0 r_a = 240$ торр·мм, $Z = 10$; 8 — $p_0 r_a = 240$ торр·мм, $Z = 5$) и T (сплошные кривые 10 — $p_0 r_a = 240$ торр·мм, $Z = 10$; 11 — $p_0 r_a = 7.5$ торр·мм, $Z = 5$; 12 — $p_0 r_a = 7.5$ торр·мм, $Z = 10$) на оси симметрии, а также результаты расчета T_r [1] при аналогичных исходных данных (2 — $p_0 r_a = 7.5$ торр·мм, $Z = 5$; 6 — $p_0 r_a = 240$ торр·мм, $Z = 10$), но без учета влияния вращательной релаксации на геометрию течения и газодинамические параметры. Там же приведены результаты измерений [2] (4 — $p_0 r_a = 7.5$ торр·мм, 5 — $p_0 r_a = 240$ торр·мм) и значения T для случаев изэнтропического расширения газа при $\gamma = 1.4$ (кривая 9) и $\gamma = 1.67$ (кривая 13).

Уменьшение $p_0 r_a$, как и следовало ожидать, приводит к более раннему нарушению равновесия между поступательными и вращательными степенями свободы. Учет влияния вращательной релаксации на расширение азота существенно уменьшает расхождение

ние, имевшееся между результатами расчета [1] и измерений [2] вращательной температуры. Понижение T при замораживании T_r приводит в соответствии с (2.7) к более быстрому уменьшению T_r . При $p_0 r_a = 7.5 \text{ торр} \cdot \text{мм}$ лучшее согласие между выполненным расчетом и результатами эксперимента наблюдается при $Z = 5$. При $p r_a = 240 \text{ торр} \cdot \text{мм}$ незначительное отклонение от равновесия не позволяет отдать предпочтение $Z = 5$ или 10.



полученное в [2] по относительной заселенности нижних вращательных уровней, для которых влияние диффундирующих внутрь струи молекул внешней среды незначительно. Для уточнения роли данного фактора необходимы экспериментальные данные о заселенностях вращательных уровней в области свободного расширения струи при различных давлениях в окружающей среде.

Замораживание вращательной температуры увеличивает скорость охлаждения газа в поступательных степенях свободы. Однако изменение T после нарушения равновесия не соответствует $\gamma = 1.67$, что должно быть при полном замораживании вращений. Наличие редких столкновений при $T_r \gg T$ оказывается достаточным для существенной «подпитки» поступательных степеней свободы, поскольку энергия, передаваемая при одном столкновении, пропорциональна $T_r - T$. В результате эффективное значение γ оказывается близким к равновесному. На изменение T_r энергообмен между вращательными и поступательными степенями свободы при редких столкновениях не оказывает существенного влияния.

В заключение следует отметить, что экспериментальные данные работы [2] указывают на отклонение заселенности верхних вращательных уровней от болцмановской. Наблюдаемая неравновесность заселенностей может быть объяснена проникновением в область свободного расширения более «горячих» молекул окружающей среды [8]. При сопоставлении результатов расчета и эксперимента используется значение T_r ,

Поступила 6 X 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. T i r u m a l e s a D. Rotational relaxation in hypersonic low-density flows. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 4.
(Рус. перев.: Вращательная релаксация в гиперзвуковых потоках низкой плотности. Ракетная техника и космонавтика, 1968, т. 6, № 4.)
2. M a g g i o n e P. V. Temperature and density measurements in free jets and shock waves. Phys. Fluids, 1967, vol. 10, No. 3.
3. К а ц к о в а О. Н., К р а й к о А. Н. Расчет плоских и осесимметричных сверхзвуковых течений при наличии необратимых процессов. М., ВЦ АН СССР, 1964.
4. К о г а н М. Н. Динамика разреженного газа. М., «Наука», 1967.
5. С т у п о ч е н к о Е. В., Л о с е в С. А., О с и п о в А. И. Релаксационные процессы в ударных волнах. М., «Наука», 1965.
6. Г о л у б е в И. Ф. Вязкость газов и газовых смесей. М., Физматгиз, 1959.
7. Ч е п м е н С., К а у л и н г Т. Математическая теория неоднородных газов. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
8. M u n t z E. P., H a m e l B. V., M a g u i r e V. L. Some characteristics of exhaust plume rarefaction. AIAA Journal, 1970, vol. 8, No. 9.
(Рус. перев.: Некоторые особенности процесса разрежения факела выхлопных газов. Ракетная техника и космонавтика, 1970, т. 8, № 9.)