



**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ПОДЪЕМНОГО СОСУДА
НА НАПРАВЛЯЮЩИЕ В СТВОЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДАННЫХ
СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА ПЛАВНОСТИ ДВИЖЕНИЯ**

М. А. Журавков, В. П. Савчук, С. С. Хвесеня, М. А. Николайчик

*Белорусский государственный университет, E-mail: nikolaitchik.m@gmail.com,
просп. Независимости 4, г. Минск 220030, Республика Беларусь*

Представлены результаты механико-математического моделирования движения подъемного сосуда (скипа) на подземных рудниках. Разработан алгоритм численного решения полученной модели с использованием данных действующей системы мониторинга плавности движения скипа. Алгоритм позволяет в реальном времени найти влияние силового воздействия скипа на направляющие — горизонтальные компоненты воздействия на проводники в месте их контакта со скипом. Проведена оценка горизонтальных деформаций в проводниках, а также возможности возникновения пластических деформаций и момента от действующих усилий в плоскости, перпендикулярной вертикальной оси скипа.

Механико-математическое моделирование, скип, направляющие, численное моделирование

**MODELING OF THE HOIST VESSEL DYNAMIC IMPACT ON THE SHAFT GUIDES
USING THE MOTION SMOOTHNESS MONITORING SYSTEM DATA**

M. A. Zhuravkov, V. P. Savchuk, S. S. Hvesenya, and M. A. Nikolaitchik

*Belorussian State University, E-mail: nikolaitchik.m@gmail.com,
pr, Nezavisimosti 4, Minsk 220030, Republic of Belarus*

Results of the mechanical and mathematical modeling of the movement of a hoist vessel (skip) in underground mines are presented. The numerical solution algorithm of the obtained model is developed using the data derived from the existing system for skip hoist movement smoothness monitoring. The algorithm allows to calculate the impact of skip on the guides, specifically, the horizontal components of the force acting on the guides in the place of their contact with the hoist skip. The guides were evaluated for horizontal deformations as well for potential occurrence of plastic deformations and the momentum of the existing forces acting in the plane perpendicular to vertical axis of the hoist system.

Mechanical and mathematical modeling, skip, shaft guides, numerical modeling

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается задача построения математической модели движения скипа под действием внешних и внутренних силовых нагрузок: силы тяжести, действующей на скип с грузом в точке C (центр масс); сил $\bar{F}_0, \bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3, \bar{F}_4$ в точке подвеса M_0 ; моментов M_1, M_2, M_3, M_4 соответственно в точках контакта скипа с проводниками $M_1(x_1, 0, z_1), M_2(-x_1, 0, z_1), M_3(x_3, 0, z_3), M_4(-x_3, 0, z_3); M_5(x_5, y_5, z_5), M_6(x_6, y_6, z_6)$ — положение акселерометров системы мониторинга; W_i — ускорения по показаниям акселерометров (рис. 1).

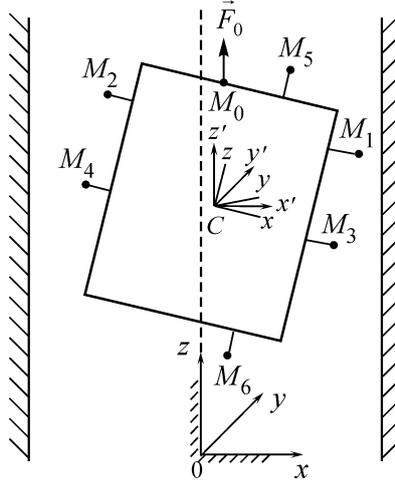


Рис. 1. Схема силового воздействия на скип для построения модели его движения

СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ СКИПА

Принимаем, что скип имеет вертикальную ось симметрии как в геометрическом, так и в материальном смысле. Вводится три системы координат: неподвижная $OXYZ$, репер Кёнига [1] $OX'Y'Z'$ и система $Oxyz$, жестко связанная со скипом. Оси OZ и OZ' направлены вертикально вверх по ходу движения скипа.

Для упрощения вычислений сначала рассмотрим случай наличия только двух точек контакта $M_1(x_1, 0, z_1)$ и $M_2(-x_1, 0, z_1)$ скипа с проводниками и положения акселерометров, совпадающего с точками контакта.

В начальном положении скипа при отсутствии сил \bar{F}_1, \bar{F}_2 все введенные системы координат совпадают, точки M_1, M_2 находятся в плоскости OXZ , а ось OZ — ось симметрии скипа.

Положение скипа в неподвижной системе $OXYZ$ определяется положением его центра масс $C(X_c, Y_c, Z_c)$ и углами $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ между соответствующими осями систем $OX'Y'Z'$ и $Oxyz$. По теореме о движении центра масс [2] скипа имеем:

$$M\ddot{\bar{R}} = \bar{F}_0 + M\bar{g} + \bar{F}_1 + \bar{F}_2, \quad \bar{R}_c = (X_c, Y_c, Z_c), \quad (1)$$

где M — масса скипа.

Вертикальные компоненты F_{1z}, F_{2z} сил \bar{F}_1, \bar{F}_2 при подъеме скипа можно считать отсутствующими, а сила \bar{F}_0 направлена вдоль оси OZ , поэтому

$$\bar{F}_0 = (0, 0, F_{0z}), \quad \bar{F}_1 = (F_{1x}, F_{1y}, 0), \quad \bar{F}_2 = (F_{2x}, F_{2y}, 0). \quad (2)$$

Тогда в проекциях на оси неподвижной системы уравнение (1) принимает вид:

$$M\ddot{X}_c = F_{1x} + F_{2x}, \quad M\ddot{Y}_c = F_{1y} + F_{2y}, \quad M\ddot{Z}_c = F_{0z} - Mg. \quad (3)$$

Теорема об изменении кинетического момента скипа относительно репера $OX'Y'Z'$ записывается так:

$$\frac{d\bar{K}'_c}{dt} = \overline{CM}_0 \times \bar{F}_0 + \overline{CM}_1 \times \bar{F}_1 + \overline{CM}_2 \times \bar{F}_2, \quad (4)$$

где $\bar{K}'_c = (I_x \dot{\varphi}_x, I_y \dot{\varphi}_y, I_z \dot{\varphi}_z)$; I_x, I_y, I_z — моменты инерции скипа относительно осей системы $Oxyz$.

Равенство (4) проецируется на оси $OX'Y'Z'$, направление которых не изменяется относительно системы $OXYZ$. Поэтому

$$\frac{d\bar{K}'_c}{dt} = (I_x \ddot{\varphi}_x, I_y \ddot{\varphi}_y, I_z \ddot{\varphi}_z).$$

Все векторы в правой части (4) также должны быть записаны в проекциях на оси репера $OX'Y'Z'$. Проекции векторов (2) при этом не изменятся, так как направления соответствующих осей систем $OXYZ$ и $OX'Y'Z'$ совпадают.

Векторы \overline{CM}_0 , \overline{CM}_1 , \overline{CM}_2 заданы в системе $Oxyz$ и имеют вид:

$$\overline{CM}_0 = (0, 0, z_0), \quad \overline{CM}_1 = (x_1, 0, z_1), \quad \overline{CM}_2 = (-x_1, 0, z_1). \quad (5)$$

При переходе к системе $OX'Y'Z'$ координаты этих векторов изменятся, и их можно получить по соответствующим формулам перехода. Однако при реальном движении скипа направления соответствующих осей систем $OX'Y'Z'$ и $Oxyz$ мало отличаются друг от друга, поэтому и в системе $OX'Y'Z'$ приближенные значения векторов \overline{CM}_0 , \overline{CM}_1 , \overline{CM}_2 можно представить в виде (5). Тогда:

$$\begin{aligned} \overline{CM}_0 \times \overline{F}_0 &= (0, 0, 0), \\ \overline{CM}_1 \times \overline{F}_1 &= (-z_1 F_{1y}, z_1 F_{1x}, x_1 F_{1y}), \\ \overline{CM}_2 \times \overline{F}_2 &= (-z_1 F_{2y}, z_1 F_{2x}, -x_1 F_{2y}). \end{aligned}$$

После подстановки данных представлений в (4) имеем:

$$\begin{aligned} I_x \ddot{\phi}_x &= -z_1 (F_{1y} + F_{2y}), \\ I_y \ddot{\phi}_y &= z_1 (F_{1x} + F_{2x}), \\ I_z \ddot{\phi}_z &= x_1 (F_{1y} - F_{2y}). \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, с помощью формул (3), (6) находится зависимость между ускорением центра масс $\ddot{\vec{R}}_c$, угловым ускорением $\varepsilon = (\ddot{\phi}_x, \ddot{\phi}_y, \ddot{\phi}_z)$ и силами, действующими на скип при его движении.

НАХОЖДЕНИЕ СИЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ СКИПА НА НАПРАВЛЯЮЩИЕ ПО ПОКАЗАНИЯМ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

Скорость любой точки скипа, определяемая вектором $\overline{CM} = (x, y, z)$ в системе $Oxyz$ (как и в системе $OXYZ$ в силу близости направлений), находится по формуле [3]:

$$\begin{aligned} \overline{V}_M &= \overline{V}_c + \overline{\omega} \times \overline{CM}, \\ \overline{\omega} &= (\dot{\phi}_x, \dot{\phi}_y, \dot{\phi}_z). \end{aligned} \quad (7)$$

Запишем формулу (7) соответственно для точек M_0 , M_1 , M_2 :

$$\overline{V}_{M_0} = \overline{V}_c + (z_0 \dot{\phi}_y, -z_0 \dot{\phi}_x, 0), \quad (8)$$

$$\overline{V}_{M_1} = \overline{V}_c + (z_1 \dot{\phi}_y, x_1 \dot{\phi}_z - z_1 \dot{\phi}_x, -x_1 \dot{\phi}_y), \quad (9)$$

$$\overline{V}_{M_2} = \overline{V}_c + (z_1 \dot{\phi}_y, -x_1 \dot{\phi}_z - z_1 \dot{\phi}_x, x_1 \dot{\phi}_y). \quad (10)$$

В проекции на ось OZ равенство (8) дает:

$$V_{z_0} = \dot{Z}_c. \quad (11)$$

Спроектируем теперь (9) на оси OX и OY :

$$V_{x_1} = \dot{X}_c + z_1 \dot{\phi}_y, \quad (12)$$

$$V_{y_1} = \dot{Y}_c + x_1 \dot{\phi}_z - z_1 \dot{\phi}_x. \quad (13)$$

Проектируя равенство (10) на ось OY , получим:

$$V_{y_2} = \dot{Y}_c - z_1 \dot{\phi}_x - x_1 \dot{\phi}_z. \quad (14)$$

Отметим, что равенства (11)–(14) справедливы для любого момента времени t и их можно дифференцировать. Учитывая, что x_1, z_1 — константы, получим:

$$\begin{aligned} W_{z_0} &= \ddot{X}_c, \\ W_{x_1} &= \ddot{X}_c + z_1 \ddot{\phi}_y, \\ W_{y_1} &= \ddot{Y}_c + x_1 \ddot{\phi}_z - z_1 \ddot{\phi}_x, \\ W_{y_2} &= \ddot{Y}_c - z_1 \ddot{\phi}_x - x_1 \ddot{\phi}_z. \end{aligned} \quad (15)$$

Из третьего уравнения (3) и первого уравнения (15) имеем:

$$F_{0z} = M \cdot W_{z_0} + M \cdot g. \quad (16)$$

С учетом уравнений (3), (6) из последних трех уравнений (15) получим:

$$\begin{aligned} F_{1x} + F_{2x} &= \frac{W_{x_1}}{A}, \\ F_{1y} + F_{2y} &= \frac{W_{y_1} + W_{y_2}}{2B}, \\ F_{1y} - F_{2y} &= \frac{W_{y_1} - W_{y_2}}{2C}. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь $A = \frac{1}{M} + \frac{(z_1)^2}{I_y}$, $B = \frac{1}{M} + \frac{(z_1)^2}{I_x}$, $C = \frac{(x_1)^2}{I_z}$.

Из последних двух равенств (18) имеем:

$$\begin{aligned} F_{1y} &= \frac{1}{4}(D \cdot W_{y_1} + E \cdot W_{y_2}), \quad F_{2y} = \frac{1}{4}(E \cdot W_{y_1} + D \cdot W_{y_2}), \\ D &= \frac{M \cdot I_x}{I_x + M \cdot (z_1)^2} + \frac{I_z}{(x_1)^2}, \quad E = D - 2 \frac{I_z}{(x_1)^2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Вернемся к случаю четырех точек контакта скипа с проводниками. Система уравнений, определяющая усилия, примет вид:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{M} + \frac{z_1 z_5}{I_y} \right) b_1 + \left(\frac{1}{M} + \frac{z_3 z_5}{I_y} \right) b_2 - \frac{y_5}{I_z} b_5 &= W_{x_5}, \\ \left(\frac{1}{M} + \frac{z_1 z_5}{I_x} \right) b_3 + \left(\frac{1}{M} + \frac{z_3 z_5}{I_x} \right) b_4 + \frac{x_5}{I_z} b_5 &= W_{y_5}, \\ \frac{y_5 z_1}{I_x} b_3 + \frac{y_5 z_3}{I_x} b_4 + \frac{x_5 z_1}{I_y} b_1 + \frac{x_5 z_3}{I_y} b_2 &= -W_{z_5}, \\ \left(\frac{1}{M} + \frac{z_1 z_6}{I_y} \right) b_1 + \left(\frac{1}{M} + \frac{z_3 z_6}{I_y} \right) b_2 - \frac{y_6}{I_z} b_5 &= W_{x_6}, \\ \left(\frac{1}{M} + \frac{z_1 z_6}{I_x} \right) b_3 + \left(\frac{1}{M} + \frac{z_3 z_6}{I_x} \right) b_4 + \frac{x_6}{I_z} b_5 &= W_{y_6}, \end{aligned} \quad (19)$$

где $b_1 = F_{1x} + F_{2x}$; $b_2 = F_{3x} + F_{4x}$; $b_3 = F_{1y} + F_{2y}$; $b_4 = F_{3y} + F_{4y}$; $b_5 = x_1(F_{1y} - F_{2y}) + x_3(F_{3y} - F_{4y}) = \frac{a}{2}(F_{1y} + F_{3y} - F_{2y} - F_{4y})$.

ПОСТРОЕНИЕ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

В соответствии с построением аналитического решения был разработан алгоритм численного решения системы уравнений (19), с помощью которого можно рассчитывать величины силового воздействия скипа на проводники.

Входные параметры: геометрические размеры скипа — $2030 \times 1890 \times 15400$ мм; масса скипа — 27000 кг; масса полезного груза — 22000 кг; плотность груза — 1350 кг/м^3 ; координаты точек контакта скипа с проводниками (M_1, M_2, M_3, M_4) и положение акселерометров (M_5, M_6) относительно центра масс груженого скипа — $M_1(1015, 0, 8000)$, $M_2(-1015, 0, 8000)$, $M_3(1015, 0, -3590)$, $M_4(1015, 0, -3590)$, $M_5(-1015, -945, 10020)$, $M_6(915, 945, -5196)$, данные ускорений $W_{x_5}, W_{y_5}, W_{z_5}, W_{x_6}, W_{y_6}$, соответствующие показаниям акселерометров, установленных на скипе.

Таким образом, для каждого набора значений ускорений решалась система линейных алгебраических уравнений (19) и находились усилия. Графики усилий b_i ($i = \overline{1,5}$) представлены на рис. 2, 3.

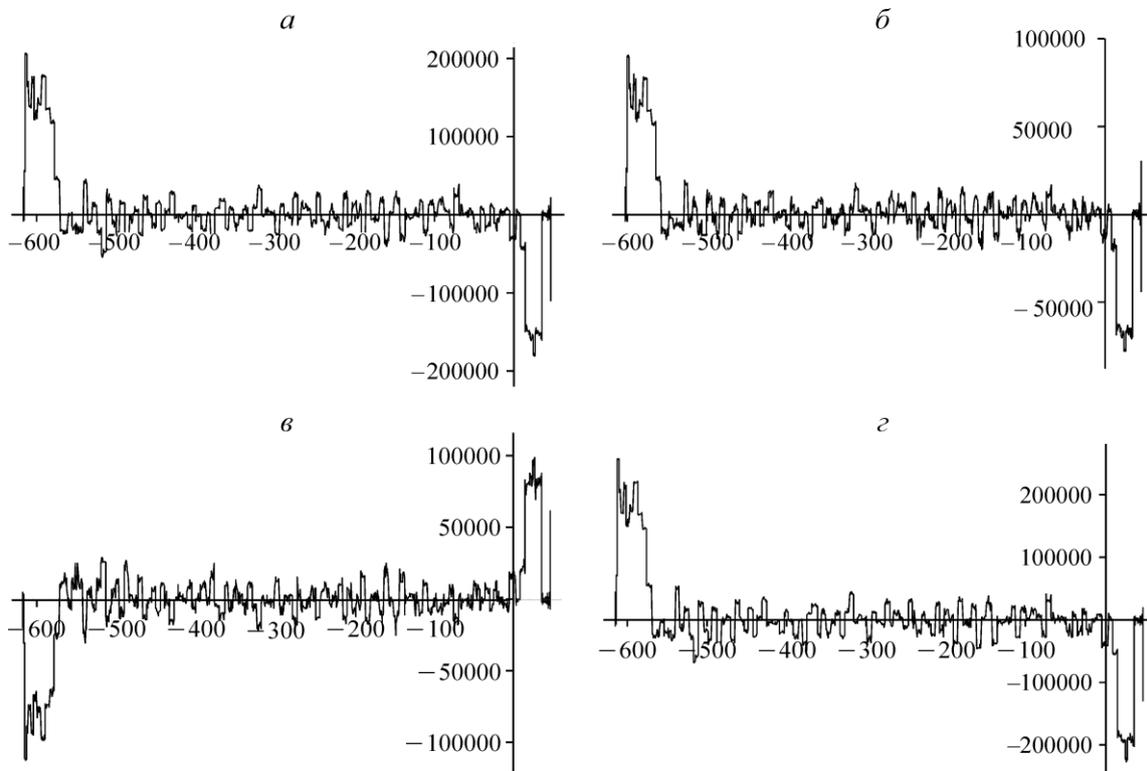


Рис. 2. Графики усилий: a — $b_1 = F_{1x} + F_{2x}$; $б$ — $b_2 = F_{3x} + F_{4x}$; $в$ — $b_3 = F_{1y} + F_{2y}$; $г$ — $b_4 = F_{3y} + F_{4y}$

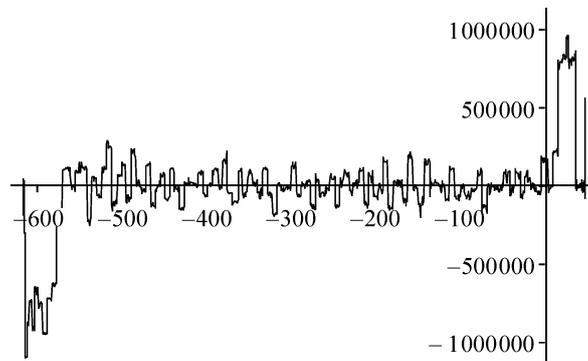


Рис. 3. График момента $b_5 = \frac{a}{2}(F_{1y} + F_{3y} - F_{2y} - F_{4y})$

ВЫВОДЫ

Разработана механико-математическая модель движения скипа и его динамического воздействия на проводники, а также алгоритм определения в реальном времени усилий, с которыми скип действует на проводники, по значениям ускорений, получаемым с помощью аппаратуры мониторинга плавности движения. По этим значениям можно делать выводы о появлении в проводниках остаточных деформаций и других дефектов направляющих.

Модель дает возможность получать надежные и достоверные значения кинематических и силовых характеристик, описывающих движение подъемного сосуда с учетом геометрических, кинематических, силовых параметров подъемной установки и конструкции ствола. Данные результаты могут быть широко использованы для предупреждения аварий на горнодобывающих объектах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- 1. Lidov M. L.** Lecture course on theoretical mechanics, Moscow, Fizmatlit, 2010, 145 pp. [**Лидов М. Л.** Курс лекций по теоретической механике — М.: Физматлит 2010. — 145 с.]
- 2. Vyarvil'skaya O. N, Medvedev D. G, Savenkov V. A, and Savchuk V. P.** Theoretical mechanics: tutorial, Minsk, BSU, 2006, 102 pp. [**Вярьвильская О. Н, Медведев Д. Г, Савенков В. А, Савчук В. П.** Теоретическая механика: учеб. пособие. — Минск: БГУ, 2006. — 102 с.]
- 3. Yablonskiy A. A. and Nikiforova V. M.** Theoretical mechanics course, Moscow, High School, 1966, 355 pp. [**Яблонский А. А, Никифорова В. М.** Курс теоретической механики. Ч. 1 — М.: Высш. шк., 1966. — 355 с.]